

数学の教科書の使い方

数学の教科書は、授業中はもちろんのこと、教師が授業の準備をしたり今後の授業展開へのヒントを得たりするために、また、生徒が復習する場合にも活用できる。ここでは、教科書をよりよい授業づくりのためのツールとして活用する方法を、授業の準備、授業中、授業後にわけて紹介する。

1. 授業の準備

(1) 教科書を見ながら授業の流れをイメージし、本時の目標を確認する。

- 『教師用指導書』を読む前に、教科書を生徒の立場に立って読み、問題も実際に解いてみよう。
このことによって生徒にとっての困難点やつまづきそうなポイントに気づき、授業の流れをイメージすることができる。
その上で、
- 『教師用指導書』の本時の目標を確認しよう。
- 必要に応じて、本単元や他学年の関連する内容も見ようようにしよう。

(2) 本時の本質となる数学的な見方や考え方を意識した授業展開を構想する。

- 本時において大切にしたい数学的な見方や考え方は何であるのかを見いだそう。
そのために教科書の本文の意味や表現はもちろんのこと、キャラクターの吹き出しのセリフの意味を吟味することも有効である。

気づくかな？

次の計算をして、その結果をくらべましょう。

- $1 \times (-2) \times 3 \times 4$
- $1 \times 2 \times (-3) \times (-4)$
- $(-1) \times (-2) \times 3 \times (-4)$

負の符号の個数に着目しよう



(キャラクターの吹き出しにより、乗法だけの式の計算結果は問題にある負の符号の個数に着目すればよいことの方角性を気づかせている。)

- そして、浮かび上がってきた数学的な見方や考え方をふまえ、
- 数学的に考える力を育むための発問や手立てを考えよう。

(3) 生徒が主体的に取り組めるような活動を見いだす。

- 問題に対する疑問をもったり、数学に関する性質を見いだしたり、考えを出し合ったり、数学的な表現を用いて伝え合ったりするなどの活動を位置づけられないか、構想しよう。
- 構想した活動を生徒同士で行えるような工夫を考えよう。

(4) 授業中の教科書の使い方を検討する。

- 教科書をどのようなときに開かせるか、どのようなときに閉じさせるかを事前に検討しよう。
生徒が教科書を見ながら取り組むのか否かによって、生徒に育まれる資質・能力が変わりうるので重要なことである。
- 本時の指導の中でデジタル教科書のコンテンツや教科書にリンク（2次元コード）が用意されている場合にはそれを用いるか用いないかを検討しよう。用いる場合は、どのような用い方が効果的かを考えよう。
- 教科書の補助教材として、独自にプリントやワークシートを作成する必要がある場合には、『教師用指導書』等を参考にし、教科書がねらいとしていることと整合するように留意しよう。

2. 授業中

(1) 生徒の活動を大切にす。

- 机間指導で生徒のノートを観察しながら、生徒がどう考えているかをつかもう。そして、ヒントや正解への道筋で

はなく、より深い思考につながるような声かけをしよう。

- 授業の本質につながるような間違い例を意識して取り上げるようにしよう。そのとき、生徒の数学的な表現の不十分などところについては、背景にある考えを確認しながら扱うようにしよう。
- 教科書の吹き出しに書かれている内容は、その場面で大切なキーワードになっていることが多い。それらのことばを生徒から引き出すようにしよう。

(2) 生徒のいろいろな考えを共有できるようにする。

- 複数の方法があれば取り上げるようにし、比較しながら本時の目標にせまろう。教科書には所々取り上げている。
- 「話し合い」の時間を少しでもつくるようにしよう。その際、答えを確認させるだけでなく、何について、なぜ話し合わせるのかをしっかりと押さえよう。教科書には話し合い場面を意図的に用意されているので見てみよう。

(3) 生徒の振り返りの時間を確保する。

- 授業後に生徒が本時の学びを振り返ることができるように、授業の終わりに本時の学習内容が教科書のどの部分にあたるのかを生徒に考えさせよう。
- 本時で扱った問題（事象）について、分類・整理をしたり、条件がえや逆向きに考えたりするなど、統合的・発展的に考えることができないかどうかを生徒に考えさせよう。

<多項式どうしの乗法>
・展開してみよう

多項式どうしの乗法について学びましょう。

気づくかな？

縦の長さ am 、横の長さ cm の長方形の花だんがあります。
縦を bm 、横を dm だけのばしてひろげた花だん全体の面積を、式に表しましょう。

上の図で、縦と横をのばしてできる長方形の面積を表す式は、
縦×横で表すと、 $(a+b)(c+d) \text{ (m}^2\text{)}$
4つの長方形の和で表すと、 $ac + ad + bc + bd \text{ (m}^2\text{)}$
したがって、次の式が成り立ちます。
 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$
このことは、分配法則を使って、次のように説明できます。

3. 授業後

(1) 指導のポイントになった生徒の学習の様子を教科書等に書き留めておく。

- 生徒が発したつぶやきや見られた間違いを教科書の該当部分に書き留めよう。
教科書に記述されていないことがらが見つかり、再び指導する際に一層生徒の立場に立った指導を行うことが可能になってくるからである。

問3 次の計算をなさい。

- $3(2a-b) + 2(3a+2b)$
- $3(4a-b) - 2(3a+2b)$
- $2(x+3) + 3(2x+y-1)$
- $4(2x+y-3) - 3(x-2y+2)$

マイナスのとき注意 ミス多し

次ページから、具体的な例を2つ紹介する。

1つは、「知識・技能」の習得を中心とした場面での教科書の使い方であり、もう1つは「思考力・判断力・表現力」の育成を中心とした場面での教科書の使い方である。

「知識・技能」の習得の場面では、とすると、教科書の問いや練習問題をこなすことに注力しがちである。「思考力・判断力・表現力」の育成の場面では、とかく数学の難しさが気になり、教師が一方向的に説明しがちである。

いずれの場面にもその授業の本質となる数学的な見方や考え方に迫る場面は存在する。わかりやすく、生徒が主体的に取り組めるようにするにはどのように迫っていったらよいかを、授業前、授業中、授業後の3つに分けて説明していく。

1. 授業の準備

(1) 教科書を見ながら授業の流れをイメージし、本時の目標を確認する。

教科書の例や問い、特に「説明しよう」のような数学的活動を促す問いをていねいに解いてみて、授業をイメージする。

説明しよう

$\frac{2}{3}x = 6$ をいろいろな方法で解きましょう。
また、それぞれの方法を説明しましょう。

本時では、「導入で等式の性質を確認し、展開でいくつかの例をもとに等式の性質を使いながら簡単な方程式を解く。最後のまとめで、学んだことを生徒自身の言葉で表現させる」という流れが考えられる。

その上で教師用指導書を参考にしながら本時の目標や評価規準を設定する。例えば・等式の性質を使って、簡単な方程式を解くことができる
・等式の性質をもとにして、方程式を解く方法を考察し表現することができる
とすることが考えられる。

(2) 本時の本質となる数学的な見方や考え方を意識した授業展開を構想する。

本時の本質となる数学的な見方や考え方は「左辺を x だけにするために、等式の性質を使う」ことである。

本時では、教科書の問が全て「等式の性質を使って解きなさい」となっていることに着目し、式変形を単なる操作で終わらせず、**どのような目的でどのような変形をするのか、どうしてそのような変形ができるのか**を理解させるような発問をしていくことが大切である。

問3 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

(3) 生徒が主体的に取り組めるような活動を見いだす。

本時は、生徒がどのような解き方を考えるか、どのような間違いをする可能性があるかなどを考えることで、方程式の解き方を生徒同士で説明しあったり、比較・検討したりする活動が見いだせる。

例えば、「 $-7x = 14$ 」を解く際に、両辺を -7 でわる生徒と、両辺に $-\frac{1}{7}$ をかける生徒がいることが予想される。これらについて共有し話し合わせることで、使っている等式の性質は異なるが、どちらも「左辺を x だけにする」ために行っているという共通点に気づくことが期待できる。

(4) 授業中の教科書の使い方を検討する。

本時では、教科書にある例の問題について、教科書を見せずに取り組ませたい。なぜなら、左辺を x だけにするために等式の性質を使っていることを生徒自身に考えさせ、意識させたいからである。また、授業ではいろいろな解き方や誤答も大切にしたいからである。

方程式

等式については、次のことがいえます。

等式の性質

- ① 等式の両辺に同じ数をたしても、等式が成り立つ。
 $A = B$ ならば、 $A + C = B + C$
- ② 等式の両辺から同じ数をひいても、等式が成り立つ。
 $A = B$ ならば、 $A - C = B - C$
- ③ 等式の両辺に同じ数をかけても、等式が成り立つ。
 $A = B$ ならば、 $A \times C = B \times C$
- ④ 等式の両辺を同じ数でわっても、等式が成り立つ。
 $A = B$ ならば、 $A \div C = B \div C$

$A = B$ ならば、 $B = A$ だね



注意 上の④では、 C は0ではありません。

等式の性質を使って、方程式を解きましょう。

例1 両辺に同じ数をたす

$$\begin{aligned} x - 5 &= -1 \\ x - 5 + 5 &= -1 + 5 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

左辺を x だけにするために両辺に5をたす

例1で、 $x = 4$ は、方程式の解が4であることを示しています。つまり、これで方程式を解いたことになります。

方程式を $x = \bigcirc$ の形にできれば解が求められるね



問1 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

(1) $x - 8 = 3$ (2) $x - 4 = -12$

例2 両辺から同じ数をひく

$$\begin{aligned} x + 13 &= 5 \\ x + 13 - 13 &= 5 - 13 \\ x &= -8 \end{aligned}$$

左辺を x だけにするために両辺から13をひく

その際、必要に応じて、前時の学習、例えば、てんびんの性質を用いながら等式の性質について学習したことと関連づけるようにする。

教科書の例以外の正答例

$$\begin{aligned} -7x &= 14 \\ -7x \times \left(-\frac{1}{7}\right) &= 14 \times \left(-\frac{1}{7}\right) \\ x &= -2 \end{aligned}$$

誤答例

$$\begin{aligned} -7x &= 14 \\ -7x + 7 &= 14 + 7 \\ x &= 21 \end{aligned}$$

問2 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

(1) $x + 7 = 13$ (2) $x + 6 = -2$

例3 両辺に同じ数をかける

$$\begin{aligned} \frac{x}{5} &= 2 \\ \frac{x}{5} \times 5 &= 2 \times 5 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

左辺を x だけにするために両辺に5をかける

方程式を $x = \bigcirc$ の形にできれば解が求められるね



問3 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

(1) $\frac{x}{7} = 1$ (2) $-\frac{1}{6}x = 2$

例4 両辺を同じ数でわる

$$\begin{aligned} -7x &= 14 \\ -7x \div (-7) &= 14 \div (-7) \\ x &= -2 \end{aligned}$$

左辺を x だけにするために両辺を-7でわる

問4 次の方程式を、等式の性質を使って解きなさい。

(1) $5x = -45$ (2) $-6x = 48$

説明しよう

$\frac{2}{3}x = 6$ をいろいろな方法で解きましょう。
また、それぞれの方法を説明しましょう。

例えば、本時は、授業の終わりに教科書を開かせ、教科書の吹き出し等に注目させ、本時の目標に関して振り返らせるようにする。

左辺を x だけにするために両辺に5をかける

2. 授業中

(1) 生徒の活動を大切にす。

基本的な方程式では、式変形をしなくとも解を答えられる生徒がいる。机間指導をしながら、そのような生徒にも式変形を促す一方で、求めた解が正しいかどうかを確認する方法、すなわち、元の方程式に代入して等式が成り立つかを確認する方法につなげていく。

(2) 生徒のいろいろな考えを共有するようにする。

机間指導で異なる解き方をしている生徒を見だし、全体で共有し、比較する。その際、「なぜこの式変形を行ったのか」、「なぜそのような式変形ができるのか」などをたずねることで、教科書の吹き出しに書いてあるように、 x 以外の項を左辺からなくしたり、 x の係数を1にしたりして、「左辺を x だけにするために」に等式の性質を用いて式変形をしていることに着目させていく。



全体で共有する前に、話し合い活動を取り入れることで、生徒間で互いの考え方の共通点や相違点を確認しあったり、説明しあったりすることも考えられる。

りすることも考えられる。

(3) 生徒の振り返りの時間を確保する。

知識・技能の学習内容で、数学的な見方や考え方を身に付けていくためには、**計算ができるようになることだけでなく、「なぜそうするのか」、「なぜそうできるのか」を理解することが大切**になる。このことを強調するために、本時で大切だと思ったことは何かを振り返らせるとよい。

その際、本時の内容が教科書のどの部分にあたるかを考えさせ、本時で学んだこと、考えたことを再確認させることも大切である。

3. 授業後

(1) 生徒の学習の様子から学んだことを教科書等へ書き留めておく。

予想していなかった生徒の反応を教科書に書き留めておき、今後の授業に生かせるようにしたい。また、板書の写真を撮っておくことで、そのクラスの生徒の発言を記録することができる。

思考力・判断力・表現力 (平行四辺形)

1. 授業の準備

(1) 教科書を見ながら授業の流れをイメージし、本時の目標を確認する。

最初の問題が、「例」や「例題」ではなく「気づくかな?」といった特別な表記となっていることに注目し、生徒が問題を把握して見通しや構想を立てて取り組むことができるような、授業の流れや場面の設定を考える。

その上で、教師用指導書等を参考にしながら、本時の目標や評価規準を設定する。例えば、

- ・事柄が成り立つことを論理的に説明することができる (思考・判断・表現)。
 - ・ある四角形が平行四辺形になることについて、平行四辺形の成立条件を用いて証明することができる (思考・判断・表現)。
- とすることが考えられる。

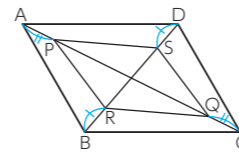
(2) 本時の本質となる数学的な見方や考え方を意識した授業展開を構想する。

生徒が問題解決する際に、どのような数学的な見方・考え方を働かせる必要があるのかについて具体的に考える。

「気づくかな?」と「証明」の間にある、「四角形 PRQS の対角線について、どんなことがいえるかを考えて」の部分に注目することで、**本時の本質となる数学的な見方や考え方が「平行四辺形の成立条件のどれを用いるかを判断すること」である**ことを読み取ることができる。その上で、何に着目すればよいかを促すための発問などを準備する。

気づくかな? /

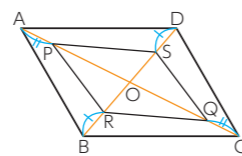
□ABCD の対角線 AC 上に、 $AP = CQ$ となる点 P と Q をとります。
また、対角線 BD 上にも、 $BR = DS$ となる点 R と S をとります。
このとき、四角形 PRQS は、
どんな四角形になるでしょうか。



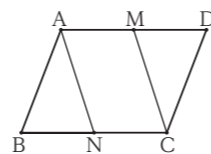
上の「気づくかな?」で、四角形 PRQS は平行四辺形になることが予想されます。平行四辺形の対角線の性質と仮定から、四角形 PRQS の対角線について、どんなことがいえるかを考えて、これを証明しましょう。

証明

□ABCD の対角線の交点を O とする。
平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるので、
 $OA = OC$ ……①
 $OB = OD$ ……②
①と $AP = CQ$ から、
 $OP = OQ$ ……③
②と $BR = DS$ から、
 $OR = OS$ ……④
③、④から、対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形 PRQS は平行四辺形である。



問2 □ABCD の辺 AD, BC の中点を、それぞれ M, N とします。
このとき、四角形 ANCM は平行四辺形であることを証明しなさい。



教科書の記述に注目する

上の「気づくかな?」で、四角形 PRQS は平行四辺形になることが予想されます。平行四辺形の対角線の性質と仮定から、四角形 PRQS の対角線について、どんなことがいえるかを考えて、これを証明しましょう。



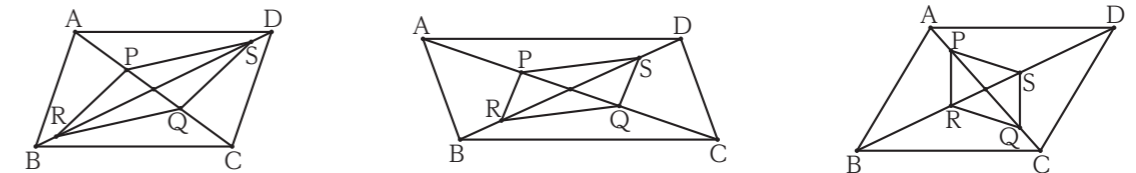
発問を考える

- 2本の対角線に着目したとき、どんな関係がいえそうだろうか。
- 学んだ平行四辺形の性質について振り返ると、対角線にいえる特徴とは何か。

(3) 生徒が主体的に取り組めるような活動を見いだす。

教科書にある問題では図が与えられていることが多い。そのような図を見せる前に、**一人ひとりの生徒が与えられた条件から図をかくという活動を設定**ることが考えられる。この活動は問題の把握だけでなく、いずれの図においても本当に同じ性質が成り立つのかといった疑問等がわき、生徒間の数学的コミュニケーションの契機になる。

○生徒がかくと予想される図



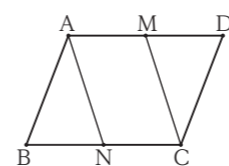
また、教科書の「気づくかな?」では、下のように「～になることを証明しなさい。」ではなく、「どんな四角形になるでしょうか」と問うていることに注目する。



この点を活かして、成り立つ事柄 (命題) を**生徒自らが予想する場面を設定**するとよい。また、予想したことが成り立つかどうかを確認するためにはどのように考えていけばよいか、何がいえれば確認できるかなどについて、考察を進めるために、証明についてグループなどで話し合う場面を設定することが考えられる。

教科書では、例題の後に生徒が取り組む問題が設定されていることが多い。この問題について、**統合的・発展的に考える活動を取り入れること**も考えられる。例えば、「問2」を解決した後、条件がえをして図の点 M, N を中点ではなく、点 A, 点 D から等距離の点 E, F としても、同じ結論になるかなどを考える場面を取り入れるとよい。

教科書での問題の図

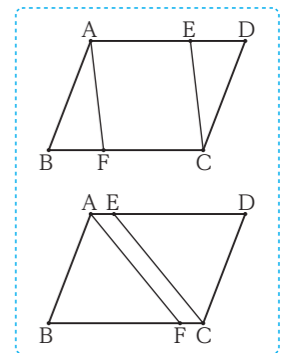


◎ 条件がえをして考える場面を設定できないか検討する

辺 AD, BC の中点 M, N とすると、四角形 ANCM は平行四辺形になる。

点 M, N を中点でなく、点 A, 点 D から等距離の点 E, F であれば、平行四辺形になることは変わらない。

◎ 教科書にある問題から、統合的・発展的に考えることができないか検討する。



2. 授業中

(1) 生徒の活動を大切にす。

平行四辺形になることについて、口頭で説明することができたとしても、証明として記述することが困難な生徒もいることが想定される。そのような生徒には、口頭で説明する場面を設定し、それを教師が板書したり、ペアで記録させたりする。その上で、証明を考えるために口頭で示された考えと証明の記述とを対応させるとよい。

教科書には、「対角線について、どのようなことがいえるかを考えて」という記述がある。証明を考える生徒の様子を観察しながら、適切な場面においてこの記述を取り上げ、証明の方針を考えさせる。この証明では、「四角形PRQSが平行四辺形になる」根拠は何かといったことに目を向けるよう促す。



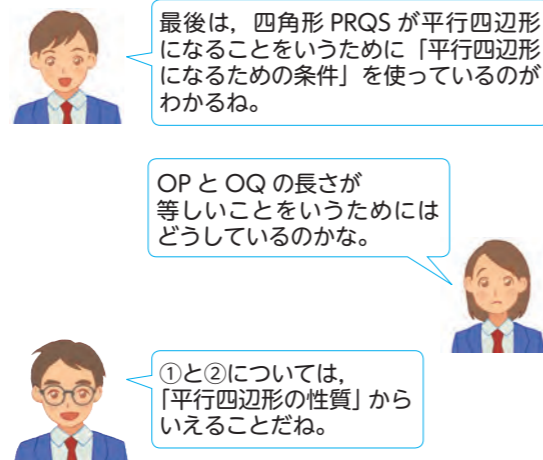
(2) 生徒のいろいろな考えを共有するようにする。

証明の正誤をすぐに問うのではなく、いろいろな考え方を共有し、自身の考えと比較する活動を通して、どのような点が異なるのか、仮定や結論が一致しているかなど、批判的な視点のもと話し合う場面を設定する。その際、教科書に示されている証明にも目を向け、生徒が書いた証明と比較したり検討したりする。

証明が教科書に示されていることがあるが、これを生徒にあえて見せることなく授業を進め、状況に応じて適切な場面で教科書を開いてもよい。また、教科書にある証明には、どのようなことが記述されているのか、その記述で証明したことになるのかなどについても話し合うことも考えられる。

教科書にある証明

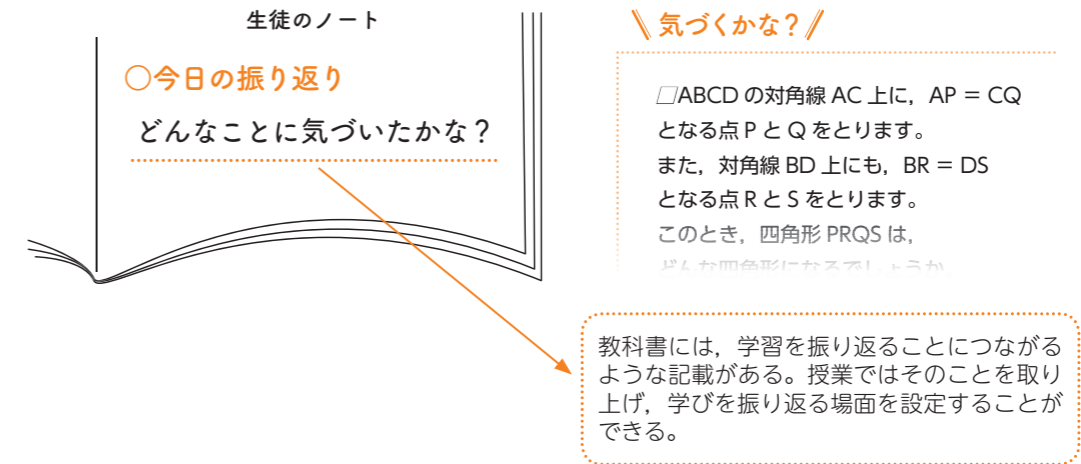
□ABCDの対角線の交点をOとする。
平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるので、
OA = OC ……①
OB = OD ……②
①と AP = CQ から、
OP = OQ ……③
②と BR = DS から、
OR = OS ……④
③, ④から、対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形 PRQS は平行四辺形である。



(3) 生徒の振り返りの時間を確保する。

生徒が最初に考えた証明の方針に立ち返り、生徒自身の見通しや証明の構想にそって振り返る場面を設定する。本時では、「OP = OQ…③」と「OR = OS…④」から平行四辺形になるための条件の一つ挙げ、平行四辺形になることが証明される、その③と④がどのようにして導かれたのかを振り返って考えさせる。

また、「気づくかな?」と付されていることにも生徒の目を向けさせ、「前の学習と比べて、今日の学習でどんなことに気づいたかな?」などと、振り返るための視点を示すことも大切である。

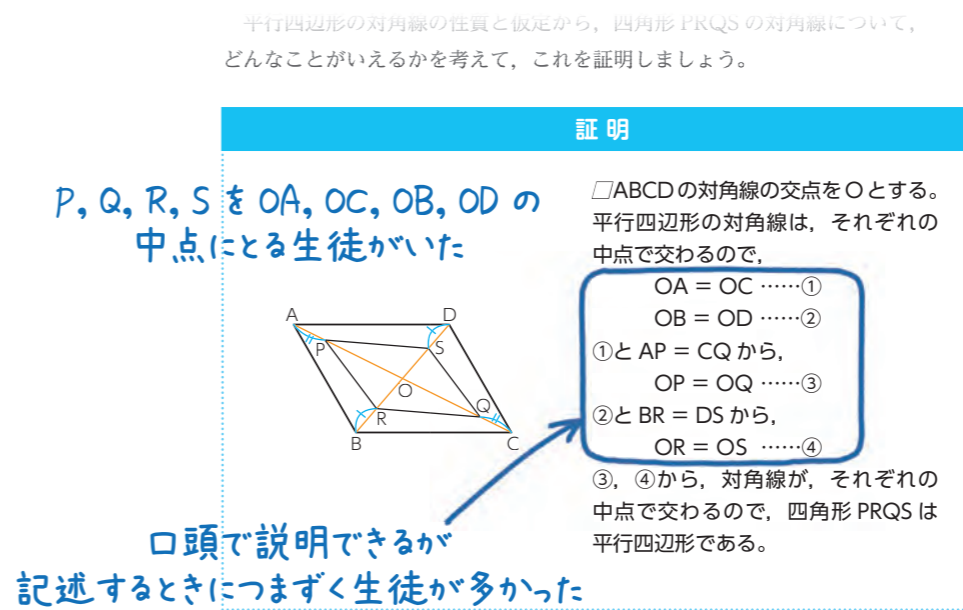


3. 授業後

(1) 生徒の学習の様子から学んだことを教科書等へ書き留めておく。

証明を書くことに加え、証明を読むことの難しさもある。さらに、証明そのものに対する生徒の認識や理解の度合いも多様である。想定しなかった生徒の反応や多くの生徒が記述できなかった箇所などについて、教科書に書き留めておく。次時以降の授業構想、また他のクラスでの授業、さらに次年度の指導の重要な着眼点となる。

また、わからなかった点について生徒が教科書に記しておくことを習慣化させておき、それを授業者が確認することも教科書の活用の一つとなる。



問2 □ABCDの辺AD, BCの中点を、それぞれ、M, Nとします。

