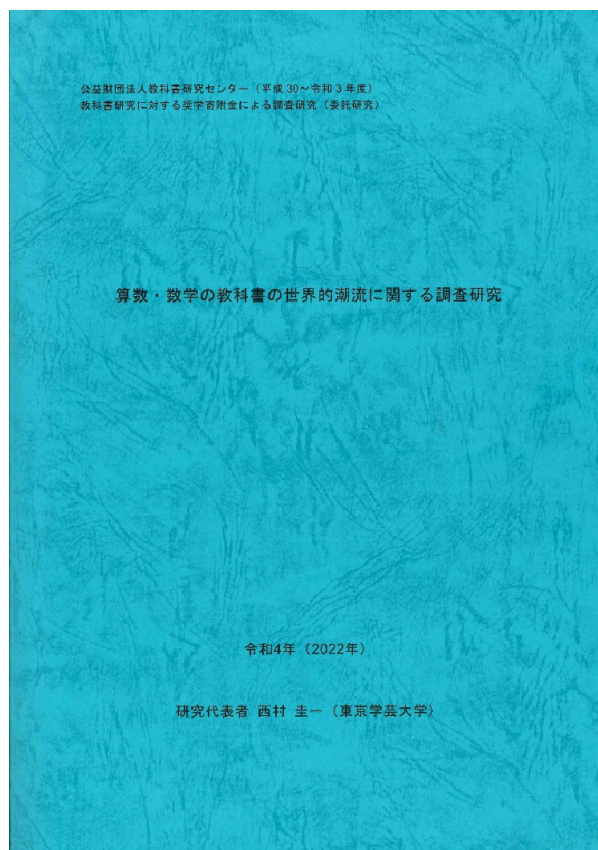


公益財団法人教科書研究センター 委託研究

「算数・数学の教科書の世界的潮流に関する調査研究」刊行

.....



公益財団法人教科書研究センターでは平成 30 年～令和 3 年度にかけ、委託研究「算数・数学の教科書の世界的潮流に関する調査研究」を実施し、この度その研究成果報告書が刊行された。

本研究は東京学芸大学の西村圭一教授を中心とし、日本、フィンランド、ニュージーランド、ドイツ、アメリカ、イギリスの算数・数学の教科書について、主に①ICT の位置付け、②アプローチ、③内容の取り扱い、を分析したものである。（詳細は以下目次参照）

A4 判 224 頁、ご購入については事務局（電話：03-5606-4311）までお問い合わせください。

（2022.8.31）

算数・数学の教科書の世界的潮流に関する調査研究

令和4年（2022年）

研究代表者 西村 圭一（東京学芸大学）

はしがき

本研究を開始したのは2018年の春でした。当初は3年間の予定でしたが、新型コロナウイルス感染症の世界的な感染拡大により、参加を予定していた国際研究集会が延期され、また現地調査も実施できなくなっていました。そのため、研究期間を1年ほど延長しました。それでも予定していたニュージーランドやアメリカへの現地調査はかないませんでした。

新型コロナウイルス感染症の感染拡大は、もちろん、算数数学の学習環境にも大きな影響を与えました。この間、使い勝手のよいオンライン教材作成ツールの普及や、それを利用して作成されたオープンアクセスの教材群（オンライン学習用のビデオコンテンツを含む）は指数関数的に増加しています。本研究では、このような動向は残念ながら検討しきれませんでした。しかしながら、算数数学の教科書が、それぞれの国における教科書の位置づけや試験制度の影響を多分に受けつつも、社会の変化にどう対応しようとしているかを事例的に明らかにすることができたと考えています。

現在、日本では、令和の日本型教育として、新たなキーワード「個別最適な学びと協働的な学びの一体的な充実」が登場し、GIGAスクール構想も急速に進展しています。各学校、各教室では、個々の児童生徒のニーズや特性に応える多様な学びの実現が求められています。そこでは、多様なコンテンツや学び方の「選択肢」が必要になります。それは日本のこれまでの算数数学の教科書の概念を越えた、新しい教科書を要請するものかもしれませんが、言うまでもなく、紙からデジタルへという形態の変化にとどまるものではありません。本研究が、このような新しい算数数学の教科書を考える上での一助になれば幸いです。

最後になりましたが、本研究を進める機会を提供いただいた、公益財団法人教科書研究センター辰野裕一常務理事、細野二郎参与・特別研究員、小滝恵子さん、近藤佳那子さんをはじめとする皆様に心より感謝申し上げます。

2022 年春

研究代表者 西 村 圭 一

研究メンバー 一覧

(所属等は 2022 年 3 月現在)

研究代表者	西村 圭一	東京学芸大学
研究分担者	伊藤 伸也	金沢大学
	熊倉 啓之	静岡大学
	清野 辰彦	東京学芸大学
	中逸 空	東京学芸大学附属小金井中学校
	深澤 弘美	東京医療保健大学
	本田 千春	東京学芸大学附属国際中等教育学校
	福嶋 卓海	東京学芸大学連合大学院院生
	村田 祥子	江東区立第四砂町小学校

目 次

1. 研究の目的と方法	7
1.1 研究の目的	7
1.2 研究の方法	8
2. 教科書研究の動向	10
2.1 Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources (ICME-13 Monographs)	10
2.1.1 Topic Study Group 38 の概要	10
2.1.2 ICME-13 Monographs の章構成と各章の概要	10
2.1.3 本節で着目する章とその理由	16
2.1.4 「創造的な数学的思考のためのデジタルな教育的リソースのデザイナーとしての教師」	16
2.1.5 「デジタルリソースのデザインのための社会的創造性における文脈の役割」	23
2.1.6 まとめ	29
3. 教科書分析の視点と対象	31
4. 各国の教科書の分析	32
4.1 日本	33
4.1.1 小学校の教科書	33
4.1.2 中学校の教科書	50
4.2 フィンランド	59
4.2.1 小学校の教科書	61
4.2.2 中学校の教科書	71
4.1.3 高等学校の教科書	80
4.3 ニュージーランド	91
4.3.1 小学校 3 年生用の教科書	95
4.3.2 中学 2 年生用の教科書	100
4.3.3 中学 3 年生用の教科書	107
4.3.4 高校 1 年生用の教科書	113
4.3.5 高校 2 年生用の教科書	122
4.3.6 示唆	129
4.4 ドイツ	134
4.5 アメリカ	151
4.6 イギリス	170
5. これからの算数数学教科書に関する展望	179
5.1 2020 年代のフィンランドにおける基礎教育の算数教科書	179
5.2 Mathematics Textbooks - An Overview and Future Directions	181
5.3 The Systems and Trends of Mathematics Textbooks for Primary Level in the United States	186
5.4 American Middle and High School Mathematics Textbooks: Current Situation and	

Prospects	193
5.5 Mathematics curriculum resourcing in England: What might the future hold?	198
6. 考察	207
6.1 ICT の位置づけ	207
6.2 アプローチ	209
6.3 内容の取り扱い	210
6.3.1 割合	210
6.3.2 確率, 統計	213
6.4 高校の非理工系の生徒を対象とする教科書	214
7. 研究のまとめ	217
資料	219

1. 研究の目的と方法

1.1 研究の目的

公益財団法人教科書研究センターでは、平成 20 年度に国立教育政策研究所から委託を受け「理数教科書における国際比較調査」を実施した。そこでは、アメリカ、カナダ、イギリス、フランス、ドイツ、フィンランド、韓国、中国、台湾の算数、数学の教科書制度、特徴、使用状況などを詳細に報告している（国立教育政策研究所，2009；教科書研究センター，2010；2012）。特に、以下の 6 点をわが国の教科書に対する提言として示している（国立教育政策研究所，2009，pp.6-7）。

1) 算数・数学の教科書の役割や教科書観を検討する。

算数・数学教育における教科書とはどのようなものであるのか、また、教科書が活用されるべき場をどのように考えるかなどを整理していくことが必要。

2) 算数・数学を学ぶ意義を明示する。

わが国ではほとんど扱われていないが、カナダ・中国・台湾では児童・生徒に向かって算数・数学を学ぶ意義を教科書に明示している。日本では、算数・数学を学ぶ意義を児童・生徒達が見失っていることが各種調査から明らかになっていること等も踏まえ、日本の算数・数学の教科書に明示していくことが必要である。

3) 児童・生徒の多様性への対応を検討する。

各国では、教科書自体のページ数を多くすることや、複数の教科書や教材を準備し授業で活用することによって生徒の多様性への対応を図っている。我が国の社会や文化を踏まえ、生徒の多様性への対処を考えていくことが有効である。

4) 実社会との関連を積極的に取り入れる。

ほとんどの国の教科書が、実社会との関わりを強めている。日本の中学・高校生の数学の社会的有用性の意識が国際的に低いことを踏まえると、算数・数学の社会的有用性について、より多くのページを割いていくことが必要である。

5) 他の教科との連携を密にする。

算数・数学は多くの学問の基礎としての役割を担い、他の教科の問題解決に有用であるだけでなく、グラフによる表現、表による表現、図形による表現等が他の教科の学習と密接に結び付いている。算数・数学の学習を促進し、さらに算数・数学の有用性の意識を高めるためにも他の教科との連携が必要である。

6) ICT を積極的に活用する。

多くの国でコンピュータを使った学習や、インターネットを通じた教材を活用している。コンピュータやインターネットを活用した学習方法について積極的に取り上げていくべきである。

この調査が実施されたのは、iPad が初めて世界に発表されたのが 2010 年 1 月であることがわかるように、スマートフォンやタブレット型端末の普及前である。この 10 年間、数学を取り巻く社会の状況は大きく変化している。

「現在、世界では、IT 機器の爆発的な普及や、AI、ビッグデータ、IoT 等の社会実装に

より、社会のあらゆる場面でデジタル革命が起き、革新的なデジタル製品・サービス・システムが新たな市場を開拓していく『第四次産業革命』が進行中であると言われている。

この第四次産業革命を主導し、さらにその限界すら超えて先へと進むために、どうしても欠かすことのできない科学が、三つある。

それは、第一に数学、第二に数学、そして第三に数学である！」

(理数系人材の産業界での活躍に向けた意見交換会, 2019)

これからの社会において必要とされている「数学」とは何であろうか。そして、学校数学には何が要請されることになるのだろうか。データサイエンスの重視なのか、はたまた、それは大学等での学びに委ね、その基盤となる「数学」をより多く学ぶことなのか。このことは、ややもすると二項対立化しがちでさえある。

他方で、経済・産業界における人材育成という視点ではなく、VOCA な時代において、すべての人が身に付けるべき素養としての「数学」の更新の必要性も高まっている。OECD 教育・スキル局長のアンドレア・シュライヒャーは、PISA2021 において改訂される数学的リテラシー調査の枠組みの公表に向けて、次のように述べている。

.., 数学は、人類にとって最も恒久的な道具かつ言語の一つだが、いくつかの点は更新されてきた。数学の手順は、人間にとってはそれほど重要ではなくなった。なぜなら、コンピュータは、それを非常に速く正確に実行できるからである。対数の計算方法がわからない場合でも、心配はない。しかし、数学的アイディアと原理の深い理解、そして、数学者のように考える能力がより重要になっている。その能力がないと、私たちの周囲にあるデータ、数値、グラフ、図をうまく扱うことはできないからである。

<https://oecdeditoday.com/pisa-2021-math-framework-andreas-schleicher/>

このような社会の変化をふまえて、あらあらためて上述の提言をみると、その意味合いも変わってこよう。例えば、算数・数学科における ICT の利活用に関して、数学の学び方や重点の置き方の更新がないままでは、コンピュータで代替可能な学力を、最新の機器を用いて育成していくという、本末転倒な状況になる恐れもある。

諸外国では、数学の学び方や重点の置き方の更新にどう対応しているのか、教室での授業実践に一定程度の影響を与える教科書の役割や内容・構成等はどのように変化しているだろうか、あるいは変化していないだろうか。

本研究では、この 10 年間ににおける、算数・数学科の教科書の世界的潮流を捉え、日本のこれからの算数・数学科の教科書の在り方に関する示唆を導出することを目的とする。

1.2 研究の方法

上述の目的に対して、まず、ICME(International Congress on Mathematical Education)等における教科書研究の動向を概観する。次に、今次の学習指導要領改訂で重視されたことのうち、教科書における対応が明示的である点に着目し、新しい学習指導要領下の小学校算数科、中学校数学科の教科書を分析する。さらに、同様の観点で、諸外国の算数・数学の一般的または先進的な教科書を抽出し分析し比較する。また、分析対象とした国の研究者に、新型コロ

ナウウイルス感染症の世界的なパンデミックの影響をふまえ、これからの算数・数学の教科書の在り方に関する所感を調査する。

最後に、これらを総合し、日本のこれからの算数・数学科の教科書の在り方に関する示唆を導出する。

1 章の引用・参考文献

理数系人材の産業界での活躍に向けた意見交換会（2019）．数理資本主義の時代～数学パワーが世界を変える～．

国立教育政策研究所（2009）．第3期科学技術基本計画のフォローアップ「理数教育部分」に係る調査研究〔理数教科書に関する国際比較調査結果報告〕，327p．

教科書研究センター（2010）．理数教科書に関する国際比較調査公開シンポジウム《算数・数学の部》，94p．

教科書研究センター（2012）．初等中等学校の算数・数学教科書に関する国際比較調査 調査報告書，416p．

2. 教科書研究の動向

2.1 Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources (ICME-13 Monographs)

2016 年にドイツのハンブルクで開催された International Congress on Mathematical Education (ICME-13) の Topic Study Group 38 (TSG38) の研究をまとめたモノグラフから、近年における教科書研究の動向を追っていく。

2.1.1 Topic Study Group 38 の概要

はじめに、TSG38 の概要を示していく。TSG38 は、学習リソース（教科書、教材など）、特に、デジタルおよびオンラインのリソースに関する研究に特化しているグループである。また、TSG38 は、教科書の進化（デジタル教科書への進化）、様々な機関によるインターネットを利用した教育リソースの普及、教師のコミュニティが自身らのリソースをデザインし共有することの出現のこれらすべては、数学教育にとって新たな研究分野が必要であるという証拠となっていることを前提に組織されている。実際、本グループの著者らは、ICME-13 は、主要な数学教育者の国際会議の中で、教師のリソースというテーマの TSG に専念する最初の会議であることから、新しい研究分野であることを示している。なお、教師のリソースに特化した研究分野の出現は、数学教育におけるテクノロジーの研究分野、教科書の研究分野、カリキュラムリソースの研究分野の 3 つの分野が収束した結果として現れていることを指摘している。そして、本グループの著者らは、TSG38 の目的の一つとして、教育や学習リソースの研究で用いられていた様々な理論的、方法論的アプローチを前面に出し、検討することを挙げている。中でも本書は、これらのアプローチやツールの多くを提案することで、これからの研究の進歩を示したものであるという趣旨を明示している。

2.1.2 ICME-13 Monographs の章構成と各章の概要

次に、本書の構成を示していく。本書は 5 つのパートで全 17 章の構成である。パート 1（第 1 章から第 3 章）では、現況（scene）を設定することを目的とし、様々な種類の数学教師のリソースや時間の経過を伴う様々な文化的・制度的文脈の中でのリソースの変化に関する見解を提供している。パート 2（第 4 章から第 7 章）では、教師とカリキュラムやその他の学習リソースとの相互作用を分析している。パート 3（第 8 章から第 11 章）では、リソースを通じた教師の集団的な活動に焦点をあてている。パート 4（第 12 章から第 15 章）では、教師と生徒の間の媒介ツールとしてのリソースの役割を分析している。パート 5（第 16 章から第 17 章）では、まとめのパートと各パートの活動について世界的な観点を提供する議論を設けている。本書の目次は、以下の通りである。

内容（目次）

数学の教科書と教師のリソース：数学教育における幅広い研究領域を発展するために

Luc Trouche and Lianghuo Fan

パート 1 教科書等における数学の提示の傾向

1 教育的リソースを公開する：数学教師のリソースシステムを公開する機会か？

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet and Birgit Pepin

2	中学校の教師の役割に関連した教科書の使用 Chunxia Qi, Xinyan Zhang and Danting Huang
3	中国・インドネシア・サウジアラビアの中等数学教科書における幾何学的証明の提示に関する比較研究 Lianghuo Fan, Mailizar Mailizar, Manahel Alafaleq and Yi Wang
パート2 教科書やその他の学習リソースと教師との相互作用	
4	教育学的デザイン能力 (Capacity) を明らかにするためのカリキュラムリソースと教師との相互作用の検討 Janine T. Remillard
5	数学教師の教育学的デザイン能力 (Capacity) の分解 Moneoang Leshota and Jill Adler
6	時代における教師のリソースの選択：英国の中等数学教師へのインタビュー調査 Helen Siedel and Andreas J. Stylianides
7	創造的な数学的思考のためのデジタルな教育的リソースのデザイナーとしての教師 Chronis Kynigos and Angeliki Kolovou
パート3 リソースを通じた教師の集団的な活動	
8	教師の意味のネゴシエーションのためのカリキュラム支援：集団的な観点 Hendrik Van Steenbrugge, Maria Larsson, Eva Insulander and Andreas Ryve
9	数学教師のリソース活動の専門性と集団での発展：フランスと中国の事例 Chongyang Wang
10	デジタルリソースのデザインのための社会的創造性における文脈の役割 Nataly Essonnier, Chronis Kynigos, Jana Trgalova and Maria Daskolia
11	オンラインリソースの使用とドキュメント化の軌跡：Sésamath の事例 Katiane de Moraes Rocha
パート4 リソースを通じた教師と生徒との相互作用	
12	デジタルリソースを用いた指導的な活動と生徒との相互作用 Kenneth Ruthven
13	生徒のアイディアとの相互作用を計画するための移行における教師のリソースの確保 Jana Visnovska and Jose Luis Cortina
14	将来の教師の相互作用的なダイアグラムとの相互作用 Elena Naftaliev
15	授業の順序に関する教師の決定と生徒の学習機会への影響 Ok-Kyeong Kim
パート5 終わりに	
16	ICME-13 における数学の教科書と教師のリソースに関する現在の研究：結論と展望 Sebastian Rezat, Jana Visnovska, Luc Trouche, Chunxia Qi and Lianghuo Fan
17	カリキュラムリソースを使って教師の学習を強化すること Birgit Pepin

続いて、本書の中に記述されている *The Structure of the Book* を参照し、各章の研究内容の概要を示していく。

パート 1 の第 1 章では、Trouche, Gueudet, Pepin が、デジタル化によって生じる新たな現象を分析するための具体的な理論的枠組みをフランスの文脈で提案している。彼らが強調する主な現象は、オープンな教育的リソース (open educational resources : OER) の豊富さであり、著者らによれば、「数学教育のリソースのデザインと使用に対する新たな機会を提供する」(p.3) とのことである。これらの機会の証拠は、独自の教育のリソース (teaching resources) をデザインして普及させることが増えている、教師団体の発展を辿ることで示されている。具体的な枠組みは、リソースとの相互作用のレンズを通して教師の活動を見るために研究者を方向付ける、教授学へのドキュメント的なアプローチ (the Documentational Approach to Didactics) (Gueudet and Trouche 2009) (後掲する図 2-6 を参照) である。このアプローチでは、教科書に限られたリソースではなく、教師の活動を理解する上で重要な役割を果たしていると思われる、教師のリソースシステムなどの新しい概念を提案している。

第 2 章では、Qi, Zhang, Huang が中国の文脈で、教科書の性質が『『権威あるコース』から教師と生徒のための『補助教材』のようなもの』(p.30) へと移行していることについて、国際的なレベルでの一般的なステートメントを探っている。教師と教科書との間の 3 つのレベルの関係—固執、精緻、および、創造—を区別して、彼らは中国の幾何学の教科書で最近紹介されたトピックである変換を教えるために 6 人の数学教師の活動を分析している。彼らは、教師の経験に応じた教科書の使用法の違いを示す強い証拠を提供している：「経験の浅い教師は、教科書を使用している間に、ほとんど固執のレベルにいる…経験豊富な教師の行動は、ほとんどの教師が精緻で創造のレベルに達している」(p.47)。これらの結果は、時間の経過とともに教科書の使用法がどのように変化してきたのか、より慎重に分析する必要があることを訴えている。

第 3 章では、中国、インドネシア、サウジアラビアの中等教育学校の数学教科書で幾何の証明がどのように扱われているかを中心に、Fan, Mailizar, Alafaleq, Wang が教科書内容の比較分析を行っている。この比較分析では、3 つの視点から考察している：カリキュラムに証明が導入された時期と場所、教科書における証明の扱いの配置、生徒に導入された証明の種類 (この最後の目的のために証明の分類を提案する) である。著者らは、一方では中国と、他方では残りの 2 つの国との間にかなりの違いがあることを記している。中国の教科書は、証明するためのはるかに大きな場を提供しているようにみえるという。そして、この分析を深めるためには、教科書によって提案される演習にまで分析を広げ (本章では、教科書の本文のみを考慮に入れている)、カリキュラムと教科書の相互に関連した進化を探る縦断的なアプローチを追求することが必要であることを示している。

パート 2 の第 4 章では、Remillard が「教師とリソースとの相互作用」と呼んでいるものを理解するための理論的・実証的な貢献を提案している。第一に、氏はカリキュラムリソースを「指導プログラムと生徒の学習を、時間をかけて支援するためにデザインされた印刷またはデジタルのアーティファクト」(p.71) と定義し、他のタイプのリソースと区別し、教師用ガイド、生徒用テキスト (本)、教師がデザインしたドキュメントという 3 つの要素から構成されていることを提案している。教師は、「指導上のエピソードをつくるために」(p.73)、このような様々な構成要素を日常的に読み、解釈していることに注目している。Remillard

は、「教師の知覚する能力と既存のリソースを総動員して指導上のエピソードをつくる能力」である、**教育学的デザイン能力**（pedagogical design capacity: PDC）（Brown, 2009, p.29）の概念を構築して、カリキュラムリソースを熟練して利用することに関わる複雑なスキルをよりよく理解しようとしている。アメリカの国家プロジェクトからの実証的データを用いて、小学校4年生を指導する教師の「教師とリソースとの相互作用」の複雑さを説明している。この例示では、著者はPDCを、リソースのアフォーダンスと教師の解釈能力との間の相互作用として記述している。

第5章では、Leshota, Adler はまた、数学教師のPDCの概念を探究している。10年生を指導する教師を対象とした大規模な専門能力開発研究にもとづいて、著者らは、南アフリカのある教師が教科書を使用している様相を考究している。これらの研究者たちは、教科書の様々な程度の使用を記録し、教師による内容の省略や注入の現象に着目している。それらがどのように教科書にもとづく授業の実施に伴うかを分析し、教師のPDCの要素、具体的には教師がリソースとどのような関係を築くのかに光を当てている。これらの分析を通して、著者らは、PDCは、与えられたカリキュラムリソースを使用して教師がつくる数学の媒介の機会の質に反映されていることを提起している。

第6章では、Siedel, Stylianides がイギリスの中等学校の数学教師36人に対するインタビューを分析し、指導的リソースの急増（proliferation of instructional resources）下での教師のリソースの**選択プロセス**に光を当てている。著者らは、リソースの制約（リソースの利用可能性と特性、指導の文化的環境）、数学のトピック、教師の特性（個人的な興味と生徒のニーズの認識）によって形成された幅広い選択プロセスと理論的根拠を記録している。この結果は、教師のニーズに合ったリソースのデザインを導き、教師による新しいリソースの選択、および、割り当てのプロセスを支援するための新しい手段を概説しており、リソースの選択が教師の責任である文脈では、おそらくPDCに不可欠な次元を追加することになることを言及している。

第7章では、Kynigos, Kolovou は、創造的な数学的思考（Creative Mathematical Thinking: CMT）のためのデジタルな教育リソースのデザイナーとしての教師を考察している。著者らは、ヨーロッパのプロジェクトMC2（Mathematical Creativity Square）において、デザインプロセスの最初から、教師をデザインチームに統合することで、創造的な数学的思考を支援し、リソースのデザインがどのように強化されたかをドキュメント化した。著者らは、教師のデザイン能力（capacity）は、活動環境の2つの特徴によって刺激されるようにみえたことを報告している：社会的特徴（教師、研究者、技術者といった多様なアクターが集まる、関心のあるコミュニティ（Community of Interest: CoI）に属していること）と技術的特徴（柔軟なデザイン環境とツールの反省的な特徴の恩恵を受けていること）である。この分析では、教師の活動の集団的な側面が重要であることが示されている。

パート3の第8章では、van Steenbrugge, Larsson, Insulander, Ryve は、教師の意味のネゴシエーションを支援するための集団的な観点を提案している。論点は、与えられたリソースの意味付けは、教師のグループが対象になった場合、どの程度まで促進されるのかということである。本研究は、スウェーデンの国家的な大規模職業能力開発プログラムにもとづいており、2つの理論的枠組みを用いた：一つは、カリキュラムリソースの意味の潜在性を分析するための社会的シンボリックの枠組み、もう一つは、これらのリソースをめぐる教師の

グループの意味のネゴシエーションを分析するための実践のコミュニティ (Community of Practice: CoP) (Wenger, 1998) の枠組みである。集团的活動の可能性は本物のようで、与えられたリソースの中心的なアイデアを引き出すことで教師の PDC を開発し、教師の反省的な活動を支援するという。しかし、集团的活動は抽象的なものよりも具体的なアイデアを活用するのに効率的であるようである。教師の個々の学習プロセスとリソースをめぐる集团的活動をどのように組み合わせることができるかを知るには、さらなる縦断的な研究が必要であることを言及している。

第 9 章では、Wang は、フランスと中国を文脈に、数学教師の専門知識、カリキュラムリソース、集团的活動を分析している。ここでは、教授学へのドキュメント的なアプローチの中で、ドキュメンテーションの専門知識 (documentation expertise) という概念を発展させ、教師がリソースと相互作用するプロセス全体を網羅する、PDC の概念を広げられることを示唆している。彼女は、2 つの非常に異なる文脈において、教師の集团的活動がドキュメンテーションの専門知識に与える影響をドキュメント化している：中国では、集团的活動が教師の専門的活動の本質的な特徴であると考えられてきており、フランスでは、教師の集团的活動は一部の状況でしか観察されていないという。

第 10 章では、Essonier, Kynigos, Trgalova, Daskolia は、ヨーロッパのプロジェクト (MC2) での、デジタルリソースのデザインにおける社会的創造性における文脈の役割を分析している。著者らは、数学的創造性を開発するための関心のあるコミュニティの生産的な効果をドキュメント化している。そのために、多様な専門性を持つ参加者から構成される関心のあるコミュニティにおける社会的相互作用を考究し、それぞれがそれぞれの実践コミュニティでの個人的な経験と専門知識を持ち寄って、相互作用的なデザインという共通のタスクに取り組んでいる。参加者の過去の個人的な経験や専門知識が、デザイングループの活動の社会的な文脈をつくる。このプロジェクトの一部であったフランスの関心のあるコミュニティの活動の分析は、個人的な経験をデザインされた数学的問題を集团的に変換するために、デザインプロセスを支援するためのツール、および、文脈的な要因が果たす役割の重要性を明らかにしている。

第 11 章では、Rocha は、リソースとの相互作用から得られる教師の経験を調べている。彼女は、フランスの文脈で、教師が共同でリソースをデザインする数学教師団体、Sésamath の事例を分析している。彼女は、時間をかけてリソースを使った教師の活動をモデル化するためのドキュメント的な軌跡 (documentational trajectory) の概念を提案し、これらの軌跡に対する集団の効果を分析している。Rocha は、分析された 2 つの事例でドキュメント的な軌跡を説明する際に、Fleck(1981)の思考集団と思考スタイルの概念を利用している。最初の事例では、新しい教師がデザイナーとしても利用者としても Sésamath に強く関わっており、Sésamath の教科書をデザインするグループの思考集団が、参加しているデザイナーのドキュメント的な経験と軌跡にどのように強く影響を与えたかを説明している。2 つ目の事例では、ある教師は利用者として Sésamath に参加していたが、いくつかの集団に参加していたことから、これらの集団をまたいで異なる思考スタイルのブローカーとして位置づけられ、その教師のドキュメント的な経験と軌跡の特徴的なものをブローカリングしていた。

パート 4 の第 12 章では、Ruthven は、デジタルリソースを用いた指導的な活動と生徒の相互作用との関連を調べている。近年の研究をもとに、数学教室のタスク環境を変えること

で、デジタルリソースー特に、アメリカの場合はデジタルカリキュラムプログラム、イギリスの場合は動的な幾何学ツールが指導的な活動と生徒の相互作用をどのように変化させるかを分析している。様々なリソースに関連した「生徒とデジタルシステムとの相互作用の特定のパターン、および、そのようなシステムを使用している生徒とその教師の間の相互作用」(p.272)を記録し、Ruthven は、デジタルカリキュラムプログラムが、この時点では、プログラムシステムと生徒の相互作用を支援することに合理的に成功していることを強調している。しかし、生徒と教師との間のペアの相互作用を円滑にするための注意力の欠如にも悩まされている。実際、生徒とデジタルリソースとの相互作用を足場にする教師の役割は依然として重要であり、一方では、解を作成する活動と、他方では解への反省にもとづいた数学的解釈を行う活動との間に違いを生じさせているという。

第 13 章では、Visnovska と Cortina は、教師が生徒のアイディアとの相互作用を計画するのに、どのようにリソースが役立っているのかを分析している。著者らは、特定の生徒の数学的アイディアの出現を促進することを目的として、教師が教室で特定のタイプの相互作用を確立することを支援するためにデザインされた特定の種類のリソースー教室でのデザイン実験の中で作成された指導的シークエンスーに焦点をあてている。アメリカとメキシコの教師を対象とした 2 つの専門能力開発研究をもとに、著者らは、リソースを自分たちの教室に適応させるときに教師が直面した具体的な課題 (challenges) と、指導的シークエンスの中で、また、専門能力開発プログラムの共同参加構造内で提供される支援の両方を追跡している。著者らは、(1)教師の行動に関連した決定を対象とすること、(2)シーケンス内での進歩を促すための教師の役割を再定義すること、(3)教師の教室でリソースが使用されたときに早期の成功を経験するために、シーケンスが提供した機会を強調している。

第 14 章では、Naftaliev は、教員志望者の相互作用的なダイアグラムとの相互作用を調査している。相互作用的なダイアグラムとは、ソフトウェア・アプリケーションによって提示される相互作用的な教科書の中の数学的活動のことである。著者は、このようなダイアグラムの構成要素を分析し、生徒の数学的活動を広げる可能性を強調している。25 名の教員志望者 (prospective teachers: PT) を動員した実験的研究から、教師がその可能性を意識していた場合でも、教師がその可能性を享受することが困難であることを明らかにした。Naftaliev は、分析を通して、「相互作用的な教科書を使った学習指導の新しい実践と経験を開発することは、PT が将来の教育にこれらのソースを導入するために必要な条件であるように思われる」(p.312)と主張している。

第 15 章では、Kim は、教師が授業シークエンスを決定し、それが生徒の学習機会に与える影響を検討している。与えられたリソースを使用するとき、教師は、授業を実施するために、リソースが提供するタスクのシークエンスに適応させることがよくある。Kim は、このような適応を行う際の 2 人の教師の決定と、これらの決定がどのように指導の質と生徒の学習機会に影響を与えたかを分析している。これらの事例は、3 つの異なるカリキュラムプログラムに従った、アメリカの 11 人の小学校教師を対象とした大規模な研究の中に位置している。これらの教師は、リソースによって提案されたタスクのシークエンスを変更する可能性が高く、結果として得られる学習機会の数学的な一貫性を損なうことがあった。著者は、教師が特定の教室の状況に生産的に適応させるためには、リソースを使って推論し、リソースの中にある推論を認識する必要があると主張している。

パート5の第16章では、本編で描かれている、数学の教科書とその他のリソースに関する研究の現状とその活用についてまとめている。

第17章では、Birgit Pepinが、本書での数学教育の中で注目度を高めるに値する、一連の研究に対する補完的議論（教育的カリキュラム素材を使った教師の学習）を展開している。

2.1.3 本節で着目する章とその理由

上述のように各章の研究内容の概要を示してきたが、ここでは、これらの中から特徴的な章として、Chronis Kynigos and Angeliki Kolovou「創造的な数学的思考のためのデジタルな教育的リソースのデザイナーとしての教師」（第7章）とNataly Essonnier, Chronis Kynigos, Jana Trgalova and Maria Daskolia「デジタルリソースのデザインのための社会的創造性における文脈の役割」（第10章）の2つの章に着目する。着目する理由は以下による。「算数・数学教科書の研究と開発に関する国際会議（ICMT2014）」に参加した長崎栄三、西村圭一、二宮裕之（2015）は、この国際会議を通して、これからの算数・数学の教科書のあり方の一つとして、「デジタル教科書を考える視点は協働と相互作用にあること」（p.11）を挙げ、さらに、ICTを活用した教科書開発の特徴として「開発過程での研究者や教員、デジタル開発者、デザイナーらの相互作用が強調されていること」（p.18）を挙げ、算数・数学のデジタル教科書の開発過程に着目しているからである。また、算数・数学のデジタル教科書のあり方や特徴を指し示した事例の一つとして、長崎栄三ら（2015）は、欧州のMC2プロジェクトを取り上げている。このプロジェクトでは、学校や職場での数学的思考における創造性のために、相互作用的で創造的な数学のデジタル教科書であるC-book（Creative book）の教材をデザインするという目標の基、教師、デザイナー、研究者、教師教育者を含む4つの異なる関係団体のメンバーが、専用のオンライン開発ツールを利用しながら開発を進めていることに特徴があることを示し、C-bookの開発過程に着目しているからである。

一方、長崎栄三らの論文では、すでに開発されているC-bookのデジタル教材の概要のみが示されており、C-bookのデジタル教材は、どのような相互作用を経てデザインされているのかを示していない。そこで、本節では、MC2のデジタル教材（リソース）のデザインプロセスを分析の対象としている2つの章（第7章と第10章）をより詳しく紹介し、デザインプロセスの具体やプロセスを分析する際の理論的枠組みを示していく。

2.1.4 「創造的な数学的思考のためのデジタルな教育的リソースのデザイナーとしての教師」

本章では、創造的な数学的思考（Creative Mathematical Thinking: CMT）の誘発を目的とした、創造性（creativity）のためのC-bookのデザインプロセスに焦点をあてている。特に著者らは、共通の関心を持つ特定の問題を解決するために集められた、多様な専門性（数学、数学教育、創造的記述（creative writing）、コンピュータを媒介としたコミュニケーション、数学教育のためのデジタルツールのデザインなど）を持つ教育関係者7人の集団（関心のあるコミュニティ：CoI）の中での数学教師による、曲率に関するC-bookのデザインプロセスに焦点をあてている。より具体的には、最終的にはアルキメデスの螺旋と指数螺旋の比較を含むナラティブを中心に展開されたC-book、「空間における曲線（Curves in space）」の集団的デザインに焦点をあてている。内容を曲率としたのは、デジタルメディアによって与えられる動的で多様な表現のレパートリーが、生徒にとって数学をより魅力的なものとなる

ために、教育の中で数学が概念化される方法を再構成し、意味付け、CMT、参加を与えることで、曲率の新たなアプローチを可能にするからであると述べている。また、C-book をデザインする上で、CoI メンバーは「CoI Code ワークスペース」というコンピュータによる環境を使用している。このワークスペースは、非同期オンライン議論のためのツールであり、メンバーは、樹形図のような構造で構成されたスレッド形式のフォーラムとマインドマップビューのどちらかを選択できる（図 2-1 を参照）。また、メンバーは、投稿を掲示する際に、投稿、異議申し立てなどの特定のアイコンで表現し、作成中の C-book に存在するオンラインリソース、テキスト、ウィジェットインスタンスのようなものを添付して参照することができるになっている。さらに、CoI Code ツールは、メンバーに CoI Code の投稿のかたちで、あらゆるアイディアやデジタルアーティファクトを 3 つの基準（新規性、適切性、使いやすさ）に照らして評価する（YES/NO で評価する）可能性を与えるという。

この他にも、C-book をデザインする環境には、編集構成のための空間であるプラットフォーム（C-book 編集構成ツール）と、生徒が C-book と対話するための空間であるプラットフォーム（C-book プレイヤー）が含まれており、これらのプラットフォームは、動的で構成可能なウィジェットインスタンスと、それに対応するナラティブを伴ったページを組み込むようにデザインされている（図 2-2 を参照）。創始者は、ウィジェットファクトリのセット（例えば、GeoGebra は「ウィジェットファクトリ」であり、C-book ページに組み込まれたこのファクトリのマイクロ世界は「ウィジェットインスタンス」となる）からテキストを書き込んだり、リンクやファイルを添付したり、ウィジェットインスタンスを作成したりすることができる。図 2 の C-book ページでは、変数値を動的に操作できる 3D Logo-Based Turtle Geometry ツールである MaLT Turtlesphere (<http://etl.ppp.uoa.gr/malt2>) を使用しているという。

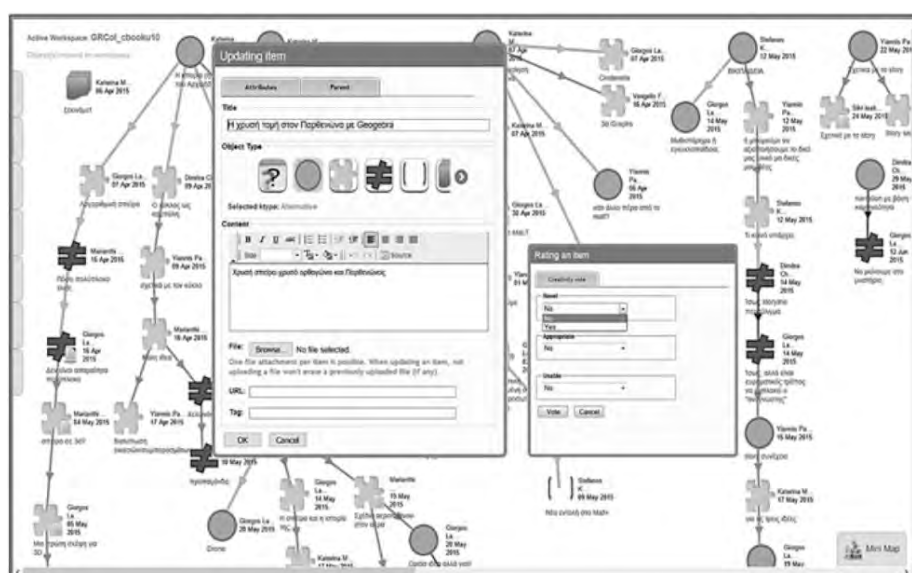


図 2-1 C-book「空間における曲線」の CoI Code ワークスペース
(Chronis Kynigos et al., 2019, p.154)

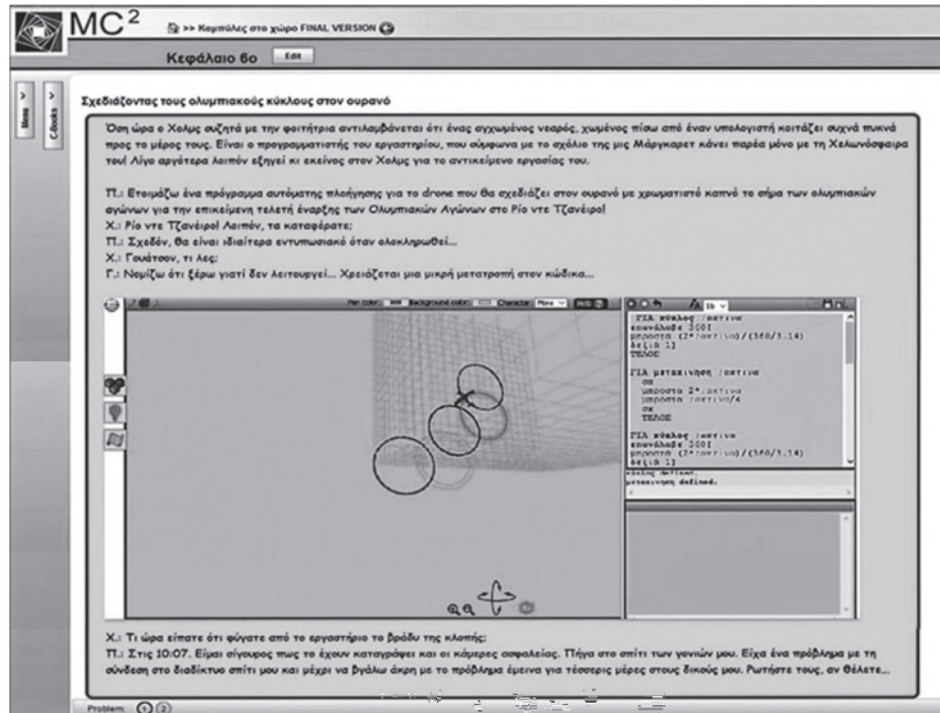


図 2-2 C-book「空間における曲線」で，円形の軌跡の残像を残すドローンプログラミングするためのコードを修正するように生徒に求めるページ
 (Chronis Kynigos et al., 2019, p.154)

これらの説明をふまえた上で，著者らは，C-book デザインプロセスを分析している。特に，重要なエピソード，すなわち，CoICode の議論の中で比較的短く，中断されていない期間を選択して分析し，CoI メンバー間の相互作用や C-book テクノロジーに焦点をあてることで，社会的創造性のプロセスや開発されたプロダクトの重要な側面を明らかにしたと言及している。さらに，著者らは，社会的創造性のあるアイデアの経路を追跡している。具体的には，長い期間に渡り，いくつかの重要なエピソードを含み，最初のアイデアから最終的なアイデア（すなわち，アイデアが実装され，C-book のいくつかの部分に組み込まれる）に至るまでの進歩の観点から，社会的創造性のあるアイデアの経路を追跡しているという。これらの C-book のデザインにおける社会的創造性を理解するための質的アプローチは，アイデアの開発に関わるプロセスの社会的性質に光を当て，CoI メンバーのアイデアの定式化，精巧化，相互融合に加えて C-book 環境の特徴を検討するために選択されたという。

本章で焦点があてられたエピソードは 2 つであった。

1 つ目は，デザイン開始から 1 ヶ月後に始まった，8 日間の George（数学教師と数学教育の大学院生），Dimitra（語学教師と教育 ICT の大学院生），Marianthi（教育 ICT の開発者）という 3 人の CoI メンバーが参加した批判的なエピソードである。ここでは，多様な専門知識を持つ 3 人の CoI メンバーの創造的な相互作用の結果としてのウィジェットインスタンスのデザインの様相を示している（図 2-3）。

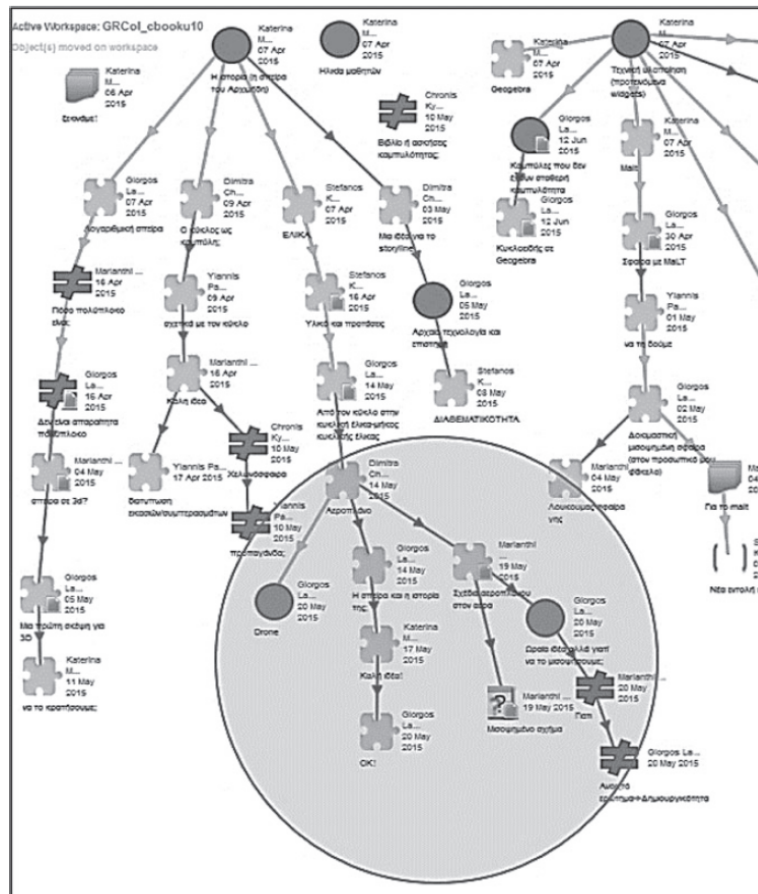


図 2-3 批判的なエピソードを描いた ColCode ワークスペースからの抜粋
(Chronis Kynigos et al., 2019, p.156)

具体的には、彼らの相互作用が生じる前段階として、数学の教師教育者でもある Stefanos と George の間で、つる巻線—うず巻線 (Helix-Spiral) という数学的なアイディアについてのリソースの交換が行われており、ColCode ワークスペースで共有されたリソースは、古代にさかのぼる曲線の歴史を中心に、CoI メンバー全員の間で議論を巻き起こしていたという。その後、Dimitra が、MaLT の飛行機の機能に触発されて、生徒にエアショー中に螺旋運動をする飛行機がカバーする距離を計算することを提案したことから相互作用が生じたという。その際、Dimitra は、これまで議論されてきた曲線の歴史的視点とは関係ないが、これは魅力的な活動になり得ることを指摘し、このことに関して George も積極的に反応し、「飛行機のアイディア」は強力なものであると述べ、それについて詳しく説明し、ジェット機に関する Wikipedia のリンクを提供したという。また、George はどのように Dimitra のアイディアが曲線の歴史と一緒に結合されるかについて不思議に感じたことから、これまでに議論された異なるアイディアを示したという。その後、Marianthi は、以下のように half-baked¹ されたウィジェットインスタンスを提案したことを示している。

¹ Kynigos (2007)によって造られた用語「Half-baked されたアーティファクト」とは、意図的にデザインされたデジタルなアーティファクトであり、生徒に順応可能性と改良可能性のあるものとして与えられ、欠点や短所を発見し、変化させていくことを求めるものを指している (Chronis Kynigos and Angeliki Kolovou, 2019, p.150)。

Marianthi (5/19) : [...] MaLT + I で、私は飛行機の動きがオリンピックのリングを形成する手続きをつくりました。私たちはそれを half-bake することができるように、あなたに完全なコードを送っているの、例えば、それはリングがまっすぐ出てこないように、最後の 2 つのターンで 45 度の角度で回転することができます（‘Olympic_correct.txt’ を添付している）。

Marianthi (5/19) : 私が間違った角度で書いたものを送っています（‘Olympic_wrong.txt’ を添付している）。

George (5/20) : とても気に入っています！ 私はそれを half-bake にしないことを提案しますが、オリンピックのリングのイメージを見て、生徒にそれを自分で作成するように依頼してください[...]

George (5/20) : この単元は上級生を対象としているため、そのような制限なしに作業をさせたほうがより創造的になるでしょう。しかし、もし half-bake の状態であるならば、角度に変数を使ったほうがいいのではないのでしょうか？

(Chronis Kynigos and Angeliki Kolovou, 2019, pp.156-157)

このやりとりの後、George は、飛行機のより革新的な代替手段としてドローンに言及し、Marianthi の提案を採用したウィジェットインスタンスの 2 つの代替のバージョンをデザインしたという。最後に、彼のバージョンの 1 つは、飛行機のかわりにドローンの軌跡を残像として残すという提案を含み、C-book に組み込まれている（プロダクトは、図 2-2 を参照）。

このエピソードについて著者らは、個々のリソースを共有し、反省することで、集団的なリソースシステムがどのように豊かになるかを示しているという。また、CoI メンバー間の相互作用によって、多様な視点（数学、デジタルツール、開発、創造的記述）の相互融合が可能となったことを言及している。Dimitra は、既存のリソースを探究して飛行機のアイデアを明確にし、Marianthi は、そのアイデアをウィジェットインスタンスに変え、George は異なるタイプの活動の教育的なアフォーダンスについての交流をはじめの考察を表現している（引用部分を参照）。特に George は、CMT を前面に出し、提案された活動の具体的な教育学的・技術的アフォーダンスについて他のメンバーに直接主張する課題を提起したという。この結果、インスタンスの最終版が C-book になっている。最後に、これらのことから、社会的創造性は、half-baked な状態である曲線のデザインに関するアイデアを交換、議論、修正することによって強化され、多様な視点のコミュニケーションを可能にするという結論を述べている。

2 つ目は、C-book のナラティブの進歩の経路、すなわち、シナリオの最初の出現から C-book への組み込みまでのデザインプロセスとそこでの社会性に注目している（図 2-4）。図 2-4 のデザインプロセスの初期段階で、CoI のメンバーは、適切なウィジェットインスタンスとともに、曲率を中心とした数学的な意味付けの機会を提供するナラティブを考案することや、C-book のデザインにおいて、ツール、ナラティブ、数学的概念が相互に関連しているように、様々なデジタルツールの数学的アフォーダンスが、議論の対象となったという。

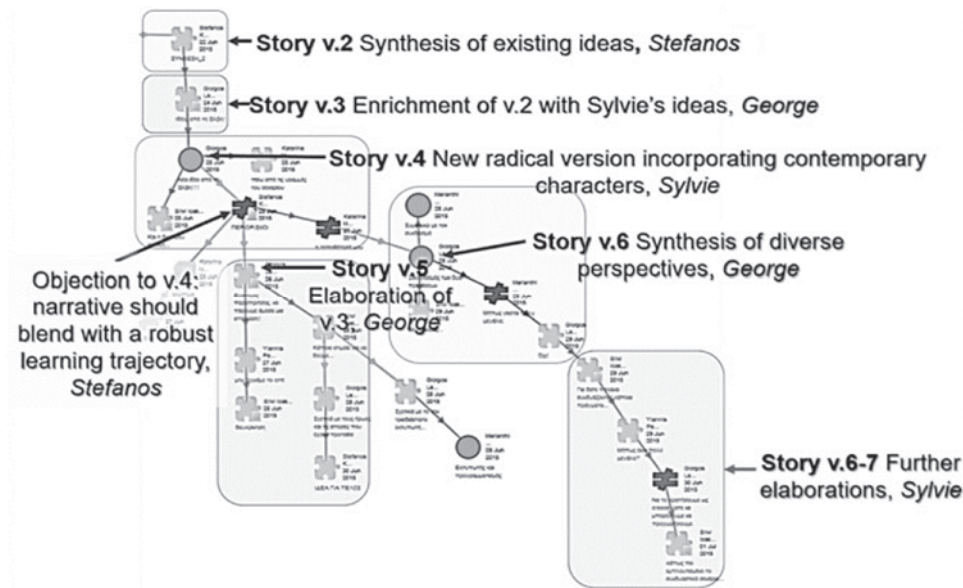


図 2-4 ナラティブの進歩に関する抜粋(Chronis Kynigos et al., 2019, p.159)

具体的には、はじめに、Stefanos（数学の教師教育者）が C-book の新しいバージョンのナラティブについて、彼自身と他のメンバーのアイデアをより統合したものを提示している（図 2-4 の Story v.2 の部分）。新しいナラティブとは、曲線の歴史、犯罪を解決するために働く 2 人の探偵、3D プリンターの実験室、螺旋に関連した謎解きなどである。Stefanos は当初、曲線の歴史に関連した自身のリソースを CoI に提供しており（1 つ目の例を参照），それが最初の 2 つのストーリー（曲線の歴史、犯罪を解決するために働く 2 人の探偵）に影響を与えたという。このアイデアに対して George が反応し、Stefanos の話を盛り上げるための Sylvie（創造的記述とストーリーのナラティブの専門家）のコメントを盛り込んだ手の込んだバージョンを添付している（図 2-4 の Story v.3 の部分）。手の込んだバージョンとは、2 人の有名な探偵（エルキュール・ポワロとシャーロック・ホームズ）が、曲率に関連した構造物と結びついた研究室で謎の強盗事件を解決しようとするものである。その後、Sylvie が、現代の登場人物に頼った新しい過激なバージョンのストーリーを投稿する（図 2-4 の Story v.4 の部分）が、Stefanos は、生徒が徐々に複雑さを増していくツールを使った学習をたどるように、ストーリーラインがウィジェットインスタンスと混ざり合うべきだという理由で、Sylvie の提案に反対している。彼はまた、数学的概念が首尾一貫して意味のある方法で提示されるような独自のバージョンを構築するための根拠を正当化するドキュメントも投稿している（図 2-4 の Objection to v.4 の部分）。その後、以下のように、George と Katerina（コンピュータ媒介型コミュニケーションの専門家）が、Stefanos の投稿に反応している（図 2-4 の Story v.5 の部分）。

George(26/6)：非常に洞察力に富んだコメント、特に、現在のナラティブが曲率に関する学習シークエンスのスムーズな統合を支援する方法に関連しています。[...] 今までやっていたことを捨てずに修正したほうがいいのではないのでしょうか？ [...]（彼は以前のバージョンを拡張して対数螺旋を含むようにした ‘What a strange morning in laboratory.docx’ を添付している）。

Katerina (27/7) : 数学的な一貫性に関連したあなたの議論は理解しています[...]が、新しいバージョンは以前の構成やアイデアを拒絶するのではなく[...]、むしろ新鮮で創造的なストーリーで有機的に結びつけることでそれらを促進していると思います。

(Chronis Kynigos and Angeliki Kolovou, 2019, p.158)

ここまでの経路で、シナリオについては、2つの対立したものがあったという。1つは、経験豊富な数学者、教師、研究者であるシニアメンバー (Stefanos) を中心とした、数学を中心とした厳格で構造化された強固な学習シナリオであり、もう1つは、読者のモチベーションとナラティブ性 (narrative power) を高めることを目的とした、現代文化の登場人物や状況を具現化した、より革新的なシナリオである。この対立したシナリオに対して、George が Katerina に返事をして、生徒の積極的な関与に関することにも対処しようとするシナリオの新しい統合バージョンを投稿して、合意形成がなされていたという (図 2-4 の Story v.6 の部分)。最後に、Sylvie と George が協力をして、CMT のアフォーダンスに関する豊かなやりとりに鑑み、以前の実践を再考するとともに、Sylvie がデザインされたウィジェットインスタンスを有機的に統合する、より強固な統合バージョンを示して、それを C-book に組み込んでいる (図 2-4 の Story v.6-7 の部分)。このプロセスの中で、著者らは、2人が行っている以前の実践を再考するといった反省的なプロセスは、ナラティブとウィジェットインスタンスを簡潔な全体へと織り交ぜるために不可欠であることを言及している。

上記から、社会的創造性は、シャーロック・ホームズのナラティブと曲率の調和 (meshing) によって促進され、CoI の多様性があったからこそ生まれたものであるという。また、ストーリーのバージョン化のプロセスは、以前のをを活用し、それに異議を唱え、最終的に統合する新しいアイデアの生成を可能にするため、社会的創造性を高めることができたという。さらに、C-book のデザインにおいて、数学的観点と創造的記述の観点という2つの観点を調整することで、曲率に対する数学的な焦点を見失うことなく、ナラティブの中に創造的な要素を注入することが可能になったという。そして、この2つの観点は、George の触媒的な介入の後、徐々に和解してだけでなく、お互いを豊かにしていることは注目に値することであると言及している。

これら2つのデザインプロセスの分析の総括として、第一に、テクノロジーは、ナラティブなテキストと多様なウィジェットインスタンスの調和を可能にしたことを示している。実際、数学教師は、語学教師の Dimitra、創造的記述とストーリーのナラティブを専門とする Sylvie、教育 ICT の開発者である Marianthi と協力し、デザインをしていた。第二に、2つの重要な調整と反省のプロセスは、社会的創造性を高め、数学教師と、語学教育やコンピュータサイエンスなどの異なる実践コミュニティの同僚との間のコミュニケーションを確立したことを示している。このプロセスを通して、数学教師たちは、螺旋を古代の遺跡と結びつけたり、盗難ミステリーのストーリーの中に数学的概念を組み込んだり、螺旋をデジタルで修正可能なものに表現したりして、生徒が一定かつ系統的な回転やねじれの変化の意味を生成することを評価し、適切なものとするようにしていったという。第三に、重要なリソースとしてのストーリーとそのバージョンは、CoI 内の社会的

創造性にとって最も重要なものであったことを示している。ストーリーのバージョン化のプロセスは、激しい議論とアイディアの交換を可能にした。また、そのプロセスは、すべての CoI メンバーがそれぞれの専門性を発揮するための共通の基盤をつくり、さらに、ナラティブと曲率に関するウィジェットとの調和を可能にしたと述べている。その結果、様々な共有リソース（活動、ウィジェットインスタンス、テキスト、CMT 表現など）を関連付け、これらのすべての要素を首尾一貫した全体の中に織り込むためのスキームをまとめたドキュメント、つまり、C-book が開発されたという。これに加え、著者らは、開発された曲率に関する C-book の問題は、創造性と意味づくりを促進する革新的なアプローチをもたらしたことを言及している。具体的には、2 つ目で挙げられていた、シャーロック・ホームズの「誰がやったのか？」というストーリーの中にアルキメデスや指数的な螺旋を空間に生じさせるために、一定の回転と増分の回転とねじれの変化の比較を埋め込むことは、従来のカリキュラムのどのセクションや章にもなかったことや、このプロセスでは、数学教師が曲率のためのカリキュラム構造から一歩踏み出し、曲率と関数や3次元幾何学を結びつけて生徒に新しい概念的な分野を提供することを述べている。

最後に、本研究で採用されたような社会技術的環境は、教師の共同リソースデザインを研究するための設定として、また、教室のイノベーションの原動力として機能していることを強調していた。

2.1.5 「デジタルリソースのデザインのための社会的創造性における文脈の役割」

本章では、新しい社会技術的環境の中での、デジタル教育リソースの共同デザインにおける社会的創造性に重点をおき、リソースの共同デザインが文脈的要因によってどのように影響されているのかを探ることを目的としている。そして、共同デザインの中で生じている社会的創造性を考究するために、著者らは、この環境下で生み出されている、C-book の共同デザインプロセスを分析している。

プロセスを分析していく際に、著者らは、本研究における理論的枠組みを示している。まず、本研究で使用されている「創造性」とは「アイディアの生成」(p.217)とみなしている。そして、リソースのデザインにおける創造性を、準備(preparation)、潜伏(incubation)、解明(illumination)、変換(translation)、検証(verification)など、いくつかの段階が交互に繰り返されるフラクタルダイヤモンドとしてモデル化し、発散的思考（準備、潜伏、解明の段階に対応する新しいアイディアを生成するための思考）と収束的思考（変換と検証の段階に対応する適切で使用可能であることが判明したアイディアを検証するための思考）の段階を表した枠組み（図 2-5）を援用している²。これらをふまえ、社会的創造性を「集団的に練り上げられた、すなわち、少なくとも 2 人の CoI メンバーによって練り上げられた創造的なアイディアの具体化」(p.218)と特徴付けている。

² 著者らは、MC2 プロジェクトのメンバーである P. Lealdino Filho（個人的なコミュニケーション）から許可を得て、創造性のダイヤモンドを表現した図式を使用していることを付記している。



図 2-5 創造性のダイヤモンド (Nataly Essonnier et al., 2019, p.218)

また、共同的なデザインは、教授学へのドキュメント的なアプローチ (the Documentational Approach to Didactics: DAD) (Gueudet and Trouche, 2009) の観点から研究され、その中の、リソース (教師が相互作用し、その実践をリソース化したもの) がドキュメント (リソースの組み合わせから生じるもの) に変換されるプロセスをドキュメント的発生 (*documentational genesis*) という。ドキュメント的発生は、道具使用 (*instrumentation*) (教師の行動に情報を与えるリソース) と道具使用化 (*instrumentalisation*) (教師によるリソースの変換) のプロセスから構成されている (図 2-6)。

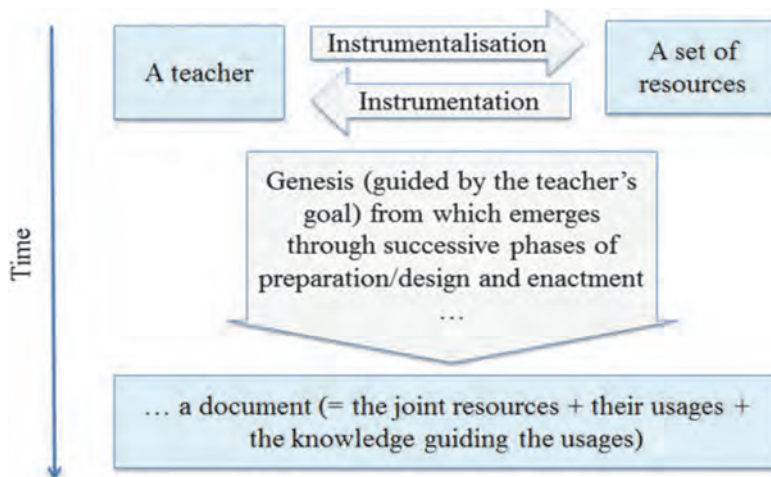


図 2-6 ドキュメント的発生 (Lue Trouche et al., 2019, p.9)

著者らは、CoI 内の C-books のデザインは、ドキュメント的発生とみることができると述べている (デザイナーは、デザインプロセスに自分のリソースシステムからのリソースを持ち込み、それらを組み合わせて、C-book のリソースに変換している)。これより、C-book のデザインの間には創造的なサイクル (図 2-5) が発生していると仮定している。実際、以下で示す C-book のデザインプロセスでは、様々なスケールで、創造的なサイクルがいくつも発生していると述べている。さらに、本研究では、C-book リソースをデザインするために、4つの異なる参加国で形成された CoI が設定され、教師、研究者、教師教育者、芸術家、コンピュータ科学者などの様々なリソースデザイナーが集まっている。また、すべての CoI メンバーは、フランスの数学教育と学習の伝統に根ざした社会構成主義的なアプローチをバックグラウンドとして持っていた。メンバーの中には、日常的な状況をモデル化するためのテクノロジーの利用や、代数的思考の開発など、数学教育の特定の問題に焦点をあてた実践

のコミュニティに所属している人もいたという。

以上の理論的枠組みや参加者をふまえて、CoI の個人的、社会的、制度的、文化的といった文脈的特性が、CoI のデザイン選択にどのような影響を与え、結果として生じるリソースにどのような影響を与えているのかを C-book リソースのデザインにおける社会的創造性のプロセスを通して分析をしている。また、デザインプロセスを分析するために収集された主なデータは、第7章と同様 CoI Code である。CoI Code では、各デザイナーが様々なアイデアを投稿することができ、それぞれに固有のアイコンが付けられる。このスペースによって、デザイナー同士の交流（アイデアの外部化、リソースの共有）を可能にし、社会的創造性を促進すると同時に、交流の形跡をすべてログブックとして保存することで、デザインと研究の両方の目的でデータを収集することができるという。分析は、フランスの CoI によって制作された C-book（スキー・ツーリング）の共同デザインのプロセスに焦点をあてている。特に、CoI が CoI Code ワークスペースで最初のデザイン選択に収束し、リソースのデザインの瞬間から C-book の実際の実現に至るまでの、デザイン活動が通過する様々な段階の特定とマッピングに焦点をあてている。各段階は、発散的な思考の段階からはじまり、社会的に練り上げられたアイデアの再統合をもたらす収束的な思考の段階で終わっている（図 2-7）。以下では、具体的な C-book の共同デザインのプロセスをみていく。

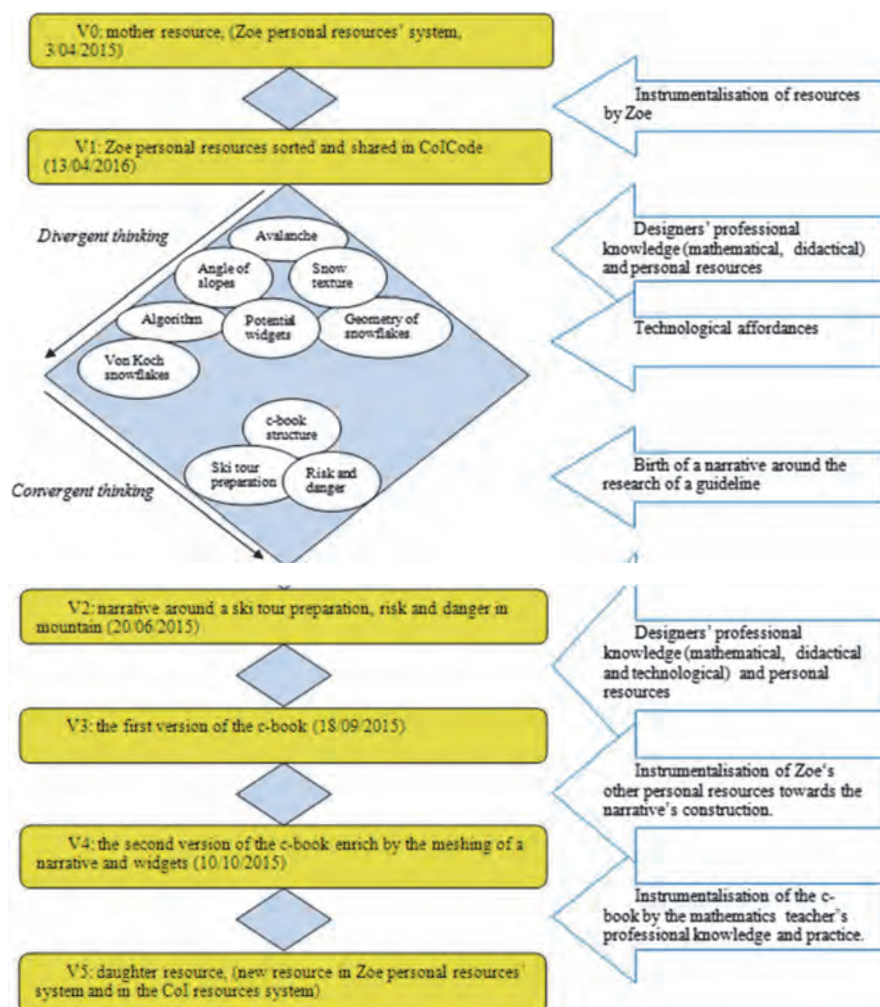


図 2-7 デザインプロセスの最初の段階から、教室で使用できるようになるまでのリソースの創造的サイクル (Nataly Essonnier et al., 2019, p.225)

「スキーツーリング」と呼ばれる C-book のデザインには、フランスの CoI メンバー7 名（表 2-1）が参加した。図 2-8 は、デザイナー間の相互作用を図式化したものであるという。

表 2-1 デザインや関心におけるデザイナーのプロファイル，役割
(Nataly Essonnier et al., 2019, p.223)

CoI member	Profile	Role in the design	Interest(s)
Jack ^a	Ph.D. student and college mathematics and physics teacher	Moderator and main designer	Design of resources for teaching
Zoe	Researcher and mathematics teacher educator	Main designer	Introduce students to scientific methods and practice using modelling Learn about C-book technology affordances foreseen as an opportunity to renew and to innovate her own resources
Paul	Teacher educator and former secondary mathematics teacher	Main designer	Use technology for modelling. Interest in interdisciplinary domains for teaching
Leo	Researcher, mathematics teacher educator and expert user of technology	Designer of specific widgets	Use widget factories to create new widgets in a mathematical context for modelling
Tom	Researcher and mathematics teacher educator	Reviewer	Didactics of mathematics and technology
Nick	Teacher educator and former secondary mathematics teacher	Reviewer	Interest in interdisciplinary domains for teaching
Pierre	Mathematician and artist	Reviewer	Interest in mathematics around us, in objects, human body, etc.

^aNicknames

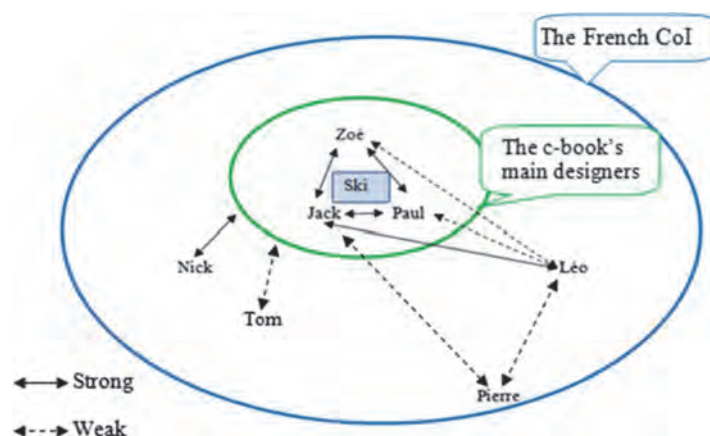


図 2-8 デザイナー間の相互作用（デザイナー間の相互作用が 2 つ以下は弱い相互作用，デザイナー間の相互作用が 2 つ以上は強い相互作用）を模式的に示した図
(Nataly Essonnier et al., 2019, p.224)

この C-book のトピックは初め，CoI の会議中に Zoe が提案したものであり，それは，学際的な側面に関する制度的な文脈にマッチしていたという。数学の教師教育者兼メインデ

デザイナーである Zoe は、多くの生徒がスキーを練習している地域（社会文化的文脈）に住んで仕事をしており、10 学年の生徒を対象に、科学的な文脈の中で問題を解くための数学の使用にもとづいて、中等学校の数学教師との間で一連の授業をすでに取り組んでいた。このようにして、Zoe はビデオ、地図、教育シナリオの一部、生徒の活動、新聞記事、その他の様々なリソースなどの関連するリソースを持っていた。技術的環境の恩恵を受けて、これらのリソースの改善を期待して、これらのリソースのいくつかにもとづき C-book をデザインし、実践を更新し、数年間一緒に働いていた中等学校の数学教師の教室で改善されたリソースをテストすることを提案した（個人的な関心）。著者らは、これらのリソースの組み合わせは、個人的なリソースシステムの中で他のデザイナーと共有されていない C-book の初期バージョン（ V_0 ）を構成していたという。

なお、リソースの最初のバージョンについて著者らは、Zoe は CoI Code 内ですべてのリソースを投稿したのではなく、他のデザイナーのために未来の C-book のリソースを道具使用化するのに役立ったもの（ V_1 ）だけを投稿していたため、アイデアの外部化と考えることができるかと考察している。

CoI Code 内で共有された Zoe の個人的なリソース（ V_1 ）をきっかけに、デザイナー同士の豊かな議論や交流が生まれ、11 個の新しいアイデアが生まれている（図 2-7 の Divergent thinking）。例えば、雪の質感といった、まだ十分に練られていない新しいアイデアを Zoe が追加してくれたという。このアイデアにもとづき、他のデザイナーは、平面内の雪片の幾何学的形状や Von Koch の雪片、幾何学的変換（対称性、回転）など、探究すべき新しい数学的方向性を提案し、後に、自身の研究から得たデザイナーの個人的なリソースに関連付けた。これらの提案は、デザイナーのモデル化への関心を啓発し、デザイナーの活動システムと結びつけたという。その後 Zoe は、特に雪の結晶の成長をもっと研究してみてもどうかと提案し、雪の結晶を描くためのアルゴリズムを考えるようになった。この雪の結晶に関する提案は、アルゴリズムを導入した新しい数学カリキュラム（制度的文脈）に動機づけられているという。他にも、空間の幾何学的な形、関数を使ったモデル化、雪崩の加速度、Leo が主催した数学コンテストによる砂の斜面の研究といったアイデアが出されたという。また、epsilon Chat というテクノロジーツールをいくつかのページに組み込むことによって、生徒同士の数学的な議論を可能にすることは満場一致で同意されている。なお、テクノロジーツール組み込みの同意は、先述したように、デザイナーの社会構成主義的なバックグラウンドによるものだと考察している。

続いて、C-book をより良く構想するためのガイドラインを求めて、大学で数学と物理の教師兼メインデザイナーの Jack は、C-book をどのように構成するかを尋ねる投稿をしたことが収束的思考へと導いたという（図 2-7 の Convergent thinking）。これに対して、Zoe はスキーツアーの準備、特に山でのリスクや危険性（個人的な懸念）をめぐるナラティブを浮かび上がらせる投稿をしている。また、高校数学の元教師で教師教育者の Paul は、生徒の学習を支援するために、ウィジェットに組み込みたい機能（動的な機能、アルゴリズム機能）について投稿し、Paul と Leo（動的幾何学ソフトウェア Cinderella の専門家）との間で、それぞれのスキルに応じて、誰がウィジェットをデザインするかを決めたという。その後、いくつかのアイデアが CoI Code のいくつかの投稿でさらに練り上げられていた（例えば、Paul は雪の結晶を三角形、対称性、回転を使ってモデル化した）。一方、宇宙空間での雪の

結晶の形のようなその他のアイディアは、中等学校の生徒（10, 11, 12 年生）には困難過ぎて適切ではないと判断されたり、雪崩の加速度のモデル化や砂のある斜面のモデル化のように、スキーツアーの準備の中で雪、リスク、危険性の概念と直接関連していないと判断されたりしていったという。この議論の後、Jack が C-book の中で共通に合意されたアイディアをまとめ、スキーツアーの準備と山のリスクと危険性をめぐるナラティブやテクノロジーを組み込んだリソース（V₂）を構成している。

次に、Jack は、Zoe と自身の個人的なリソースにもとづいて、スキーツアーとリスクに関する写真、ビデオ、テキスト、表を組み合わせた導入部から C-book を開始し、数学的活動へのハイパーリンクを埋め込むという新しいアイディアを提案した（発散的思考）。その後、Zoe と Paul のアイディアにもとづき、Leo と Jack によって新しいウィジェットがデザインされている（収束的思考）。具体的には、生徒が変換を使って平面上の雪の結晶をモデル化したり、スキーツアーのために地図上で安全な道を探すのを助けたり、ARVA（雪崩の被害者を地理的に特定できる安全装置）の機能をシミュレートし、アルゴリズムが地理的位置を特定する（geo-localisation）ための強力なツールになることを認識したりすることができるようにデザインされたという。これにより、生徒の数学への関与を促進するとともに、情緒的な側面を強化することができるリソース（V₃：C-book の第 1 のバージョン）を構成している。

しかし、デザイナーは数学の内容が国のカリキュラムに合わないこと、すなわち、あるレベルのクラスには内容が広すぎて、ある教師が自分のクラスで C-book を実験するのは困難であるということを見出したという。そこで、2 つの別々の C-book に分割すること（制度的文脈と使いやすさ）が提案されたが、Nick が「C-book は充実して面白いのですが、それを 2 つに分割するのは残念です。もっと明確なレベルの違いを考慮することはできないでしょうか？」と異議を唱えたことをきっかけに、全体の内容を維持するための手段を模索することにつながったという。その際、数学の教師教育者の Tom は、テキストと社会技術的環境の両方を噛み合わせる機会を利用することを提案した（発散的思考）。同様に Zoe は、リスクの軽減についての期待をよりよく説明するために、新しい個人的なリソースを追加し、Jack とともに C-book の開発に取り組むこと（Zoe の他の新たなリソースの道具使用化）を提案したという。その結果、新しいバージョンのシナリオは、Nick と Tom のコメントとカリキュラムの制約（制度的な文脈）を考慮に入れて、すべての活動をそのままにしておきながら、生徒のレベルに関連して活動を編成し、リスクの軽減を指摘することによって使いやすさを確保する方法を教師に説明し、ストーリーの中に全体が組み込まれた（収束的思考）。また、C-book の CMT を発展させるための特別な機能も組み込まれた。さらに、ギリシャの CoI によって開発されたウィジェットがリソースに組み込まれ、生徒が構成主義的な方法でアルゴリズムに取り組むことができる、C-book の第 2 のバージョン（V₄）が構成されたという。なお、数学教師によって道具使用化された C-book の最終バージョン（V₅）に至るまでのレビューは省略されている。

以上の C-book「スキーツーリング」のデザインプロセスを基に、著者らは、第一に、メンバーが仕事をしている地域などに関連するような（社会）文化的文脈は、リソースのトピックを指向し、ガイドラインとしてデザインプロセス全体で使用されていると結論付けている。第二に、中学校の数学カリキュラムなどに関連した制度的文脈によって、新しい数学

的概念（アルゴリズムなど）を追加し、デザイナーはこれらの概念に対応した活動を開発することにつながったと結論付けている。そして、第三に、個人的な関心やカリキュラムスタンダードだけでなく、様々なデザイナーのプロファイルや関心が、C-book リソースのデザインに影響を与え、他の文脈的な要因を構成していたと結論付けている。最後に、本論文で得られた研究結果として、集団的なデザインは、デザイナーから新たなアイディア、解決策を生み出し、社会的創造性の高い豊かなデザインプロセスにつながることを強調している。また、著者らは、教授学へのドキュメント的発生と創造性、および、社会的創造性の観点をネットワーク化することは、社会的創造性の問題(issues)に取り組むための実りある方法であり、数学教育のためのデジタルリソースのデザインプロセスにおけるリソースの役割と文脈的要因の影響をよりよく理解するための強力な理論的レンズであることを示している。

2.1.6 まとめ

モノグラフの第7章と第10章で共通していることは、デジタル教材を開発していく上では、数学教育に関するメンバーだけでなく、テクノロジーに関する専門家や創造性に関する芸術家などの多様な専門性を持つメンバーと、社会技術的環境(本研究においてはCoI Code)を通じて、相互作用的にデザインをしていくことである。実際、MC2 プロジェクト内の2つのC-bookのように、多様な専門性を持つメンバーが相互作用的にリソースをデザインしていった結果、シャーロック・ホームズが登場するストーリーの中にアルキメデスや指数的な螺旋を空間に生じさせるために、一定の回転と増分の回転とねじれの変化の比較を埋め込み、曲率のより深い理解を意図した「空間における曲線」という従来のどのカリキュラムにもない革新的な教材や、「スキーツーリング」という一つのストーリーを通して、様々な活動（テクノロジーの活用を前提とした、モデル化、シミュレーションなど）を遂行できる教材を開発している。

また、デザインプロセスを分析するために使用された理論的枠組み（例えば、創造性のダイヤモンド（図2-5）や教授学へのドキュメント的なアプローチ（図2-6））は、教師や研究者たちが、デジタル教材を「どのように」開発していくのかといった、デジタル教材の開発における認知的なプロセスを解明するためにも有用なツールになることが期待できると考える。

最後に、第16章を基に教科書研究の現状と今後の展望について記述していく。

これまでの教科書研究では、教科書に焦点があてられ、教科書分析が主要なテーマとなっていたが、現在では、教科書やその他のリソースのデザインとその活用に焦点が移ってきている。教科書は、教師が使用している多くの他のリソースの中の一つに過ぎないものとして見られはじめていのである。また、本書の各章で繰り返し使用されている理論的な概念や枠組みとして、教授学へのドキュメント的なアプローチ、教育学的デザイン能力(PDC)、実践のコミュニティ(CoP)を挙げ、これらの枠組みは、教科書やその他のリソースのデザインとその活用に関する方法論的、理論的發展に貢献していることを示している。そして、このような発展は、教科書やその他のリソースのデザインとその活用に関する全体的な理解が進んでいることを示唆していると述べている。

上記の成果をふまえ、今後の数学の教科書やリソース研究の展望についての結論を導出

している。第一に、本書では、ケーススタディの数が非常に少ないことから、教師のリソースの活用の規模や、多様な社会的、政治的、制度的、経済的、文化的文脈の中で、先に挙げられたような概念や理論的枠組みがどのように役立つのかを探るための大規模で定量的な調査が必要であることを挙げている。第二に、本書の焦点は、教師のリソースの活用にあるため、生徒がそのリソースを使用する際の実際の学習に関するデータを収集し、それを分析した研究が少ないことを課題として挙げている。第三に、リソースのデザインとその活用プロセスを理解し、他国で得られた洞察から学ぶためには、社会的、政治的、制度的、経済的、文化的な文脈の役割についてのより多くの洞察が必要であることを挙げている。

(福嶋卓海)

2.1 の引用・参考文献

Lianghuo Fan et al. (2019). *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and Issues*. ICME-13 Monographs. Springer.

長崎栄三，西村圭一，二宮裕之(2015)．国際的な視野から見た算数・数学教科書の研究：算数・数学教科書の研究と開発に関する国際会議（ICMT2014）から．日本数学教育学会，97(5)，11-20．

3. 教科書分析の視点と対象

本研究では、この 10 年間に於ける、算数・数学科の教科書の世界的潮流を捉え、日本のこれからの算数・数学科の教科書の在り方に関する示唆を導出することを目的としている。

そこで、1 章に挙げた「理数教科書における国際比較調査」で示されたわが国の教科書に対する提言と、10 年間の社会の状況の変化をふまえて、今次の学習指導要領改訂で重視されたことのうち教科書での対応が明示的である点として、デジタルコンテンツ（学習者用デジタル教科書、指導者用デジタル教科書を含む）、数学的活動や算数数学の学習過程（図 3.1）、統計的な内容の充実の 3 点に着目する。

具体的には、以下の通りである。

① ICT の位置づけ

教科書のデジタル化の状況、教科書における数学アプリケーションの位置づけ等を分析する。

② アプローチ

章の展開、数学的活動や探究の取り扱い等を分析する。

③ 内容の取り扱い

統計に関する内容とその扱いについて、それらの学習の基盤となる「割合」「確率」の扱いを含め分析する¹。また、STEAM、プログラミングの教科書における位置づけや内容を分析する。

また、分析対象は、「理数教科書における国際比較調査」において分析対象となっていた国のうち、アメリカ、イギリス、ドイツ、フィンランド、ニュージーランドとする。そして、これらの国で広く使用されている教科書に、上記の視点で、この 10 年間に顕著な変化が認められる場合はそれを分析対象とする。顕著な変化が見られないと判断した場合は、新設の科目等の教科書を分析対象とする。

3 章の引用・参考文献

中央教育審議会（2016）. 幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）.

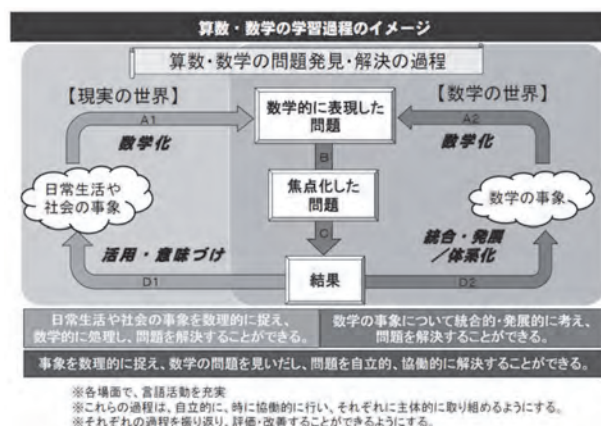


図 3.1 算数数学の学習過程のイメージ
（中央教育審議会答申，2016）

¹ 「割合」は、国際調査において、わが国の児童・生徒にとって課題があることが再三指摘されている内容であることから着目に値すると考えた。

4. 各国の教科書の分析

まず、今次の学習指導要領（平成 29・30 年改訂）下における小学校算数科，中学校数学科の教科書を，3 で設定した 3 つの視点で分析する。

次に，フィンランド，ニュージーランド，ドイツ，アメリカ，イギリスの教科書について，同様の視点で分析する。ここでは，教科書の背景にあるカリキュラムや試験制度の概要を示した後，概ね，以下のような構成で分析結果を示す。

(1) 教科書の概要

教科書名，教科書の背景（シェアや執筆者，理論的枠組みの有無など），章構成など

(2) ICT の位置づけ

① デジタル教科書の有無

有の場合，ペーパー版の有無，普及率，紙版・デジタル版の作成順序，特徴

② ツール

補助的なものか，利用を前提とした構成か

(3) アプローチ

① 章の展開

単元の導入，項の構成，評価問題等

② 数学的活動や探究

章内，章末，巻末

(4) 内容の扱い

① 統計

ページ数，総ページ数に対する割合，内容と学年

② 割合

学年，位置づけ（単独の単元か，初出か，スパイラルかなど）

③ 確率

④ STEAM

⑤ プログラミング

(5) 示唆

本研究で分析対象とした教科書を，校種別に整理すると，表 4-1 の通りである。

表 4-1 分析対象教科書（校種別）

	小	中	高
フィンランド	○	◎	◎
ニュージーランド	○	◎	◎
アメリカ			◎
イギリス			◎
ドイツ		◎	
日本	◎	◎	

4.1 日本

4.1.1 小学校の教科書

(1) 教科書の概要

令和2年度は、6社から1種類ずつ合計6種類が発行されている。

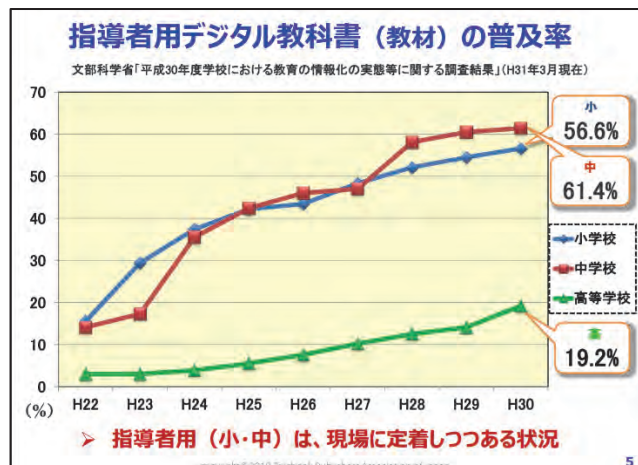
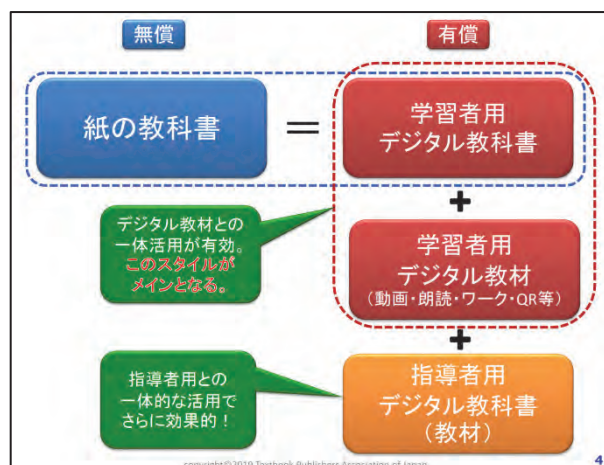
出版社	教科書名	第1学年	第2学年	第3学年	第4学年	第5学年	第6学年
東京書籍	新しい算数	①／② (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	1冊
啓林館	わくわく算数	1冊	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	1冊	1冊
大日本図書	たのしい算数	1冊	1冊	1冊	1冊	1冊	1冊
学校図書	みんなと学ぶ 小学校算数	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	6年／ 中学校への かけ橋 (2冊)
教育出版	小学 算数	1冊	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	1冊	1冊
日本文教出版	小学算数	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	上下巻 (2冊)	1冊

教科書の大きさは、4社がB5判、1社が第1学年①はA4判、第1学年②と第2～6学年はB5判、第1社がAB判で、いずれもカラー刷りである。

(2) ICTの位置づけ

① デジタル教科書

これまでは、紙の教科書の出版に加え、有償で動画やシミュレーション朗読音声などの学習用コンテンツを収録した指導者用デジタル教科書があった。しかし、平成31年4月から学習者用デジタル教科書を制度化する「学校教育法などの一部を改正する法律」等関係法令が施行されたことにより、令和2年度版の教科書から、これまでの紙の教科書を主たる教材



出展：一般社団法人 教科書協会 『文部科学省「外国人児童生徒における教科用図書の使用上の困難の軽減に関する検討会議」第3回 学習者用デジタル教科書の現状と課題』(令和元年11月18日)

として使用しながら、必要に応じて学習者用デジタル教科書を併用することができるようになった。指導者用デジタル教科書も普及されてきた。指導者用デジタル教科書、学習者用デジタル教科書は、いずれも有償である。

学習者用デジタル教科書では、ペンツールでメモを残したり、web上の参考資料へのリンクを張り付けたりすることができ、児童自身が学習記録を残すことができる。文字色や大きさ、行間などを調整し、児童が最も読みやすいようにカスタマイズできる。本文の読み上げ機能や総ルビ・分かち書きの表示により、弱視や発達障害の児童、急増する外国人児童や帰国児童など日本語の読みが苦手な児童への対応としても有用である。

指導者用デジタル教科書は、電子黒板を活用した指導に最適な提示型教材としてつくられている。デジタルコンテンツや映像資料、ワークシート、練習・補充プリントなどの補助資料などが豊富に収録されており、教科書紙面上の写真や図版、アイコンなどをクリックするだけの簡単な操作で利用できる。自由に操作して試行錯誤ができるシミュレーションや反復練習で定着を図るフラッシュカード、既習事項の確認ができる振り返りコーナー、教科書の素材やデジタルコンテンツを自由に組み合わせてオリジナル教材を作成できる機能を搭載されているものもある。



図 4-1-1-1 東京書籍「東京書籍 デジタル教科書・教材 パンフレット」

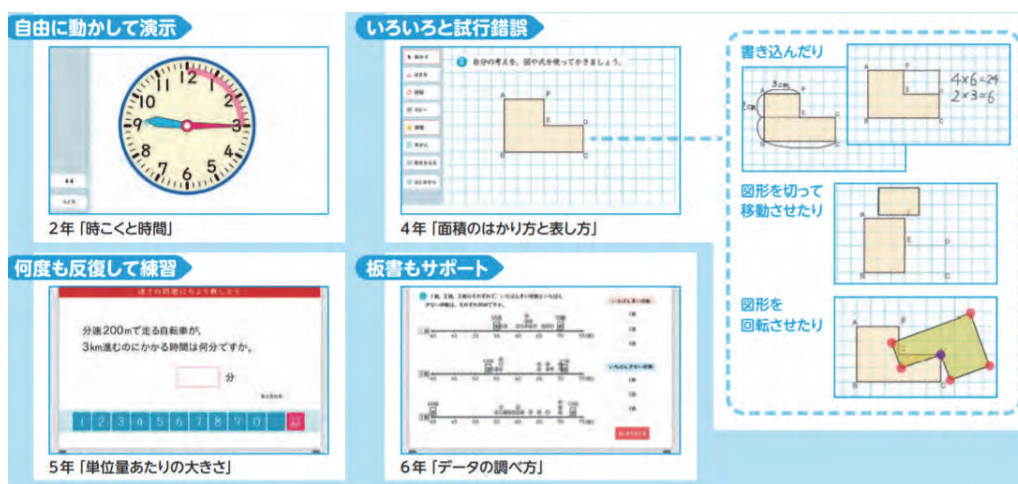


図 4-1-1-2 東京書籍「東京書籍 デジタル教科書・教材 パンフレット」

例えば、第5学年「小数のかけ算」の導入場面について、教科書の紙面上では、イラストの教師が提示した問題の□の数の中に数を入れ、それぞれの数に対する代金と紙テープによる図が載っている。これを指導者デジタル教科書で、該当の部分をクリックすると、□の中に何も数が入っておらず、紙テープによる図も載っていない状態で提示することができる。そして、2、3、2.3をそれぞれ問題文の中に入れると、それに対応する図が表示され、すべての数を入れると教科書の紙面上の図版と同じように表示される。

児童の実態に応じて、工夫した提示の仕方ができ、必要に応じて紙面を隠したり表示したりできるので、児童が教科書を開かなくても教科書と同様の内容を学ぶことができる。

② デジタルコンテンツ

令和2年度版より、どの教科書においても、教科書の内容に即したデジタルコンテンツが用意されており、インターネットを使って活用することが可能である。教科書に、QRコードやURLが載っている。こちらは、コンテンツの利用料は発生しないが、通信費は自己負担となっている。

学習者用デジタル教科書では、該当のマークをクリックすると、デジタルコンテンツを表示することもできる。

(3) アプローチ

① 章の展開

小学校の算数の教科書では、大きく「本単元」と「特設ページ」、巻末の「補充問題」の3つの部分で構成されている。どの教科書においても、単元内は大きく「導入」「毎時の展開」「単元末」の3つで構成されている。

ここでは、教科書出版社2社（東京書籍、啓林館）について、第4学年の教科書「小数」を例に分析する。

【東京書籍】

章の構成および指導時数は、右の通りである。まとめを除き、各項は5ページで構成されている。

小数の表し方 (5p) ...2 時間
小数のしくみ (5p) ...4 時間
小数のたし算とひき算 (5p) ...5 時間
まとめ (3p) ...2 時間

ア 単元の導入

教科書の紙面の活用の仕方が見えやすくなるように、これまではなかった対話の視点を明示して、対話を通して日常事象や生活経験を話題として学習意欲を深めたり、既習内容を整理し振り返ったりしながら、単元の課題を創出できるようになっている。

「小数」の導入では、既習事項である第3学年の小数の内容や身の回りにある未習の小数を提示し、既習と未習の小数に着目させている。その後、既習と未習の小数について話し合う視点を示し、対話を促すような流れになっている。

イ 項の構成

例えば項「小数のしくみ」の構成は、次の通りである。



図 4-1-1-3 東京書籍「算数 4 上」2020
プロローグ資料 (p.74)

【小数のしくみ】

- 1 1 と 0.1, 0.01, 0.001 の関係を調べる
 - ① 1, 10, 100, 1000 の関係を確認する。
 - ② 1, 0.1, 0.01, 0.001 の関係を面積図を用いて調べる。
 - ③ 4.384 (東京湾アクアラインの長さ) の数の構成を調べる。
 - ④ 4.384 の位取りを調べる。
 - ⑤ 「1/100 の位 (小数第二位)」 「1/1000 の位 (小数第三位)」 の意味を知る。
 - ⑥ 6.078 の数の構成や位取りを調べる練習問題に取り組む。
- 2 4 つの小数 (2.43, 2.466, 2.408, 2.48) の大きさを比べる
 - ① 位取りの表を用いて小数の大小を比べる。
 - ② 数直線の 1 目盛りの大きさに着目して、小数を数直線に表す。
 - ③ ① 小数の大小関係を不等号に表す。
 - ④ ② 小数の大小を比べる練習問題や数を小さい順に並べる練習問題に取り組む。
- 3 0.74 を 10 倍した数や 1/10 した数についてそれぞれ考える
 - ① 位取りの表を用いて数の並び方を比べる。
 - ② ③ 小数を 10 倍した数や 1/10 にした数についてまとめる。
 - ③ ④ 0.12 と 18 をそれぞれ 10 倍した数, 1/10 した数を求める練習問題に取り組む。
- 4 2.45 は 0.01 を何個集めた数か考える
 - ① ⑤ 面積図を見て考える。
 - ② ⑥ 0.01 をもとに、小数の数の大きさについて考える。
 - ③ ⑦ 0.04, 0.18, 4.08, 2.5 がそれぞれ 0.01 を何個集めた数かを求める練習問題に取り組む。

どの項も最初に本時の問題が掲載され、その後、問題に応じた課題や補助問題が掲載されている。また、内容に応じて、1 時間で学習する内容を見開きではなく、次のページを開いた 2 ページ構成にしているものもある。これは、1 時間の授業の流れが教科書に掲載されているため、授業の後半の内容を児童が分からないようにするねらいがあるからだと考えられる。

児童から導く内容と指導者が教える内容を色で分けて提示することで、授業者にも指導内容をわかるようにしている。

授業のゴールである授業のまとめでは、用語の意味や計算方法の知識や技能だけではなく、数学的活動の中で働かせた数学的な見方・考え方についてマークをつけて強調し、価値付けている。数学的な見方・考え方を特に働かせたい問題解決の過程 (補助発問や吹き出しなど) にもマークをつけて示唆している。

まとめは、「まとめ」とははっきり掲示されているときと、「まとめ」とは掲示されずマークのみ

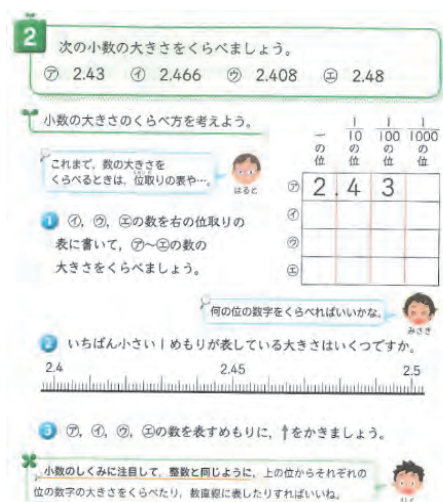


図 4-1-1-4 東京書籍「算数 4 上」2020 項 2 の紙面構成 (p.81)

でわかるように掲示されているときとがある。例えば、項 2 では、小数の大小について、児童の言葉を活用してまとめが掲示されている。

また、各時間の終わりには、学習を価値付けたり、次の学びをつくり出したりする児童の姿を新たに例示している。例えば、小数と整数は大きさの比べ方も同じだと、統合的・発展的に考え続ける姿や、未習である 0.01 より小さい数の表し方に関する新たな問いを創出する姿を例示している。

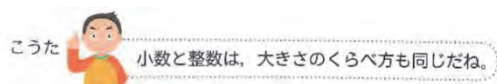


図 4-1-1-5 東京書籍「算数 4 上」2020
統合的に考え続ける姿 (p.81)

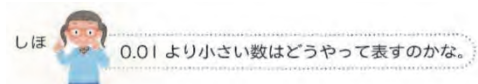


図 4-1-1-6 東京書籍「算数 4 上」2020
新たな問題を創出する姿 (p.76)

ウ 単元末の構成

これまであった基礎的・基本的な学習内容の理解を確認し、技能を定着させるページである「たしかめよう」に、新たに 2 つの内容を加え、「いかしてみよう」⇒「たしかめよう」⇒「つないでいこう 算数の目」の 3 つで構成している。「いかしてみよう」は、学びを日常（現実）の世界で活かす場として、「つないでいこう 算数の目」は、単元の学習で特に成長させたい数学的な見方・考え方に焦点を当てて振り返ることを目的として新たに設けられた。また「たしかめよう」の後、単元全体を振り返って統合的・発展的に学びを深めていく児童の姿を示している。

例えば「小数」について、「いかしてみよう」では、自転車と児童のサイズが示してあり、mm 単位で表記された長さを m 単位で表す問題が提示されている。

自転車のサドル高は、児童の体に合っているかという、日常生活でありそうな場面で算数を活かす問題も提示されている。

「つないでいこう 算数の目」では、これまでの整数の学習と同じように、数を 10 倍すると位は左へ 1 つ進むという見方・考え方に焦点を当てている。経験の浅い教員が教材研究として単元をはじめる前にこのページを参照することで、本単元で成長させたい数学的な見方・考え方をつかみやすくなるようにしている。

単元の最後では、「小数のたし算やひき算も整数のときと同じように計算すればよい」という統合的に考える姿や「小数もかけ算や割り算ができるのかな」と



図 4-1-1-7 東京書籍「算数 4 上」2020
いかしてみよう (p.89)

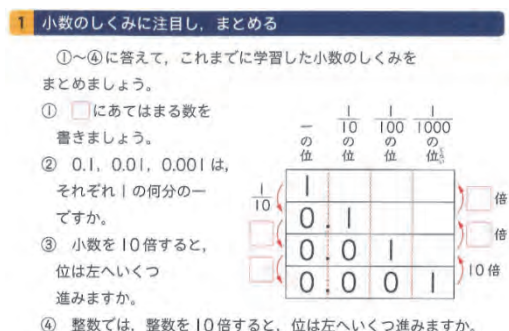


図 4-1-1-8 東京書籍「算数 4 上」2020
つないでいこう 算数の目 (p.91)

「小数のしくみを調べよう」の学習をふり返って話し合ってみよう。

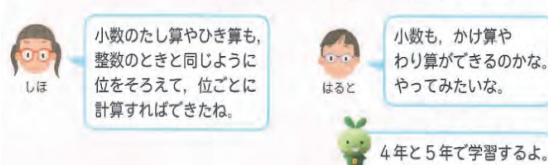


図 4-1-1-9 東京書籍「算数 4 上」2020
ふりかえる場面 (p.91)

いう発展的に考える姿を例示している。

【啓林館】

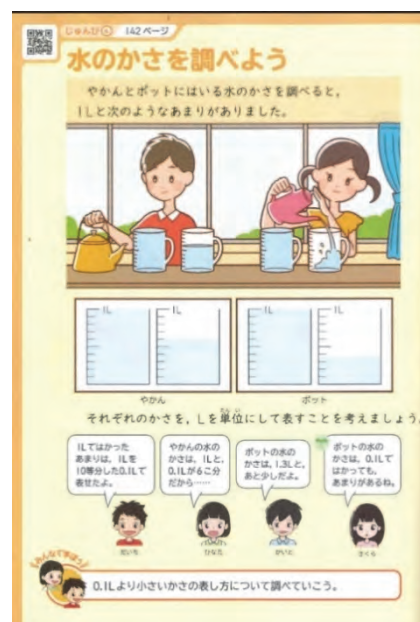
章の構成および指導時数は、右の通りである。
各項は 2～5 ページで構成されている。

小数の表し方 (3p) …2 時間
小数のしくみ (5p) …4 時間
小数のたし算とひき算 (2p) …2 時間
まとめ (2p) …1 時間

ア 単元の導入

これまでの教科書では単元名から始まっていたが、令和 2 年度の教科書では、右のように実際の授業のように、問いかけや場面の説明を最初に示したり、単元全体の目標を示したりしている。

「小数」の導入では、水のかさを調べる場面を提示し、未習の小数の必要性に気付かせ、右のように「未習である 0.1 より小さいかさの表し方について調べる」という単元全体の目標を提示している。



イ 項の構成

例えば項「小数のしくみ」の構成は、次の通りである。

図 4-1-1-10 啓林館「わくわく算数 4 上」
2020, 課題設定 (p.86)

【小数のしくみ】

- 1 0.01 は、1 の何分の 1 か、1 は 0.001 の何倍かをそれぞれ調べる
 - ① 1, 0.1, 0.01, 0.001 の相互の関係を調べる。
 - ② 1/1000 の位までの小数の十進数としての仕組みをとらえる。
 - ③ 10 は、0.1, 0.01, 0.001 の何倍かを求める練習問題に取り組む。
- 2 9.368 (瀬戸大橋の長さ) はどんな数かを考える
 - ① 9.368 を加法的な見方でとらえる。
 - ② 「1/10 の位 (小数第一位)」「1/100 の位 (小数第二位)」「1/1000 の位 (小数第三位)」の意味を知る。
 - ③ 9.368 を相対的な見方でとらえる。
 - ④ 1.289 の数の構成や位取りを調べたり、0.001 を何個集めた数かを求める練習問題に取り組む。
- 3 0.34 を 10 倍、100 倍した数や 10 や 100 で割った数についてそれぞれ考える
 - ① 数の並び方を比べる。
 - ② 小数を 10 倍、100 倍した数や 10 や 100 で割った数についてまとめる。
 - ③ 5, 0.4, 0.03, 6.28 をそれぞれ 10 倍、100 倍した数や 10 や 100 で割った数を求める練習問題に取り組む。
 - ④ 2.3 は 0.23 の何倍かを求める練習問題に取り組む。

4 1.515（来島海峡第二大橋の長さ）と 1.57（来島海峡第三大橋の長さ）の大きさを比べる

- ① 小数の大小を比べる。
- ② 小数の大小関係を不等号に表す。
- ② 数直線の 1 目盛りの大きさに着目して、小数を数直線に表す。
- ④ 小数の大小を比べる練習問題や数を数直線上に表す練習問題に取り組む。

どの項も最初に本時の問題が掲載され、その後、問題に応じた課題や補助問題が掲載されている。また、1 時間の授業の内容が紙面上で 1 ページまたは 2 ページになるように構成されている。2 ページの場合は、見開きの構成が多い。令和 2 年度の教科書では、めあてをすべての時間に例示し、まとめの内容は、めあてと対応するようになっている。

例えば、項 1 では、「1 と 0.1, 0.01, 0.001 の関係を調べよう」というめあてを例示し、まとめには、それらの関係を表した図を示している。

重要事項については、色分けをして示されている。指導者が教える内容は太字で表記されていたり、二重線で囲まれたりしている。

子どもたちの主体的な考えや気づき（見通し、課題発見）、次時への学びにつながる姿を『学びのめばえ』マークで強調している。

例えば項 2 では、9.368 という数を「9 と 0.368 をあわせた数」と表しただいちゃんの発言を示し、「他にもいろいろな見方ができそう」というひなたさんの発言からめあてへとつながっている。

一部の単元では終盤に「自分の力で」というコーナーを新たに設け、既習事項をもとに主体的に新たな学びに向かう姿勢が育めるようにしている。

例えば、単元「一億をこえる数」では、「さらに大きな数の筆算もしてみたい」という発展的に考える姿を例示し、児童自身の『学びのめばえ』から始まるように構成している。

ウ 単元末の構成

これまであった基礎的・基本的な学習内容の理

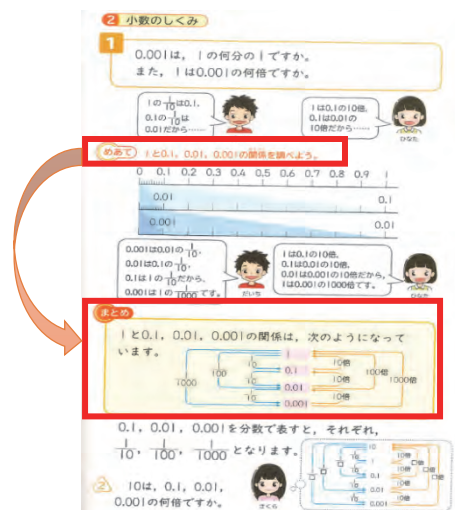


図 4-1-1-11 啓林館「わくわく算数 4 上」2020、項 1 の紙面構成 (p.89)

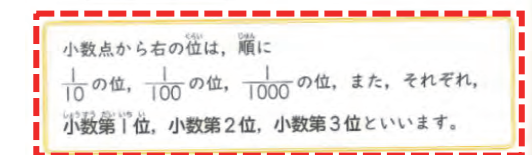
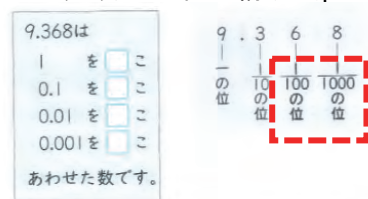


図 4-1-1-12 啓林館「わくわく算数 4 上」2020、重要事項の表 (p.90)



図 4-1-1-13 啓林館「わくわく算数 4 上」2020、学びのめばえマーク (p.90)



図 4-1-1-14 啓林館「わくわく算数 4 上」2020、自分の力で (p.62)

解を確認し、技能を定着させるページである「たしかめよう」に、新たに2つの内容を加え、学びを深める3ステップとして、「たしかめよう」⇒「ふりかえろう」⇒「やってみよう」の3つで構成している。「ふりかえろう」では、単元全体を振り返って統合的・発展的に学びを深めていく児童の姿を示している。

例えば「小数」について、「ふりかえろう」では、小数と整数とを統合して振り返る児童の姿が示されている。「やってみよう」では、マラソンに係する「42.195」という数を掲載し、多様な見方を考えるよう促している。

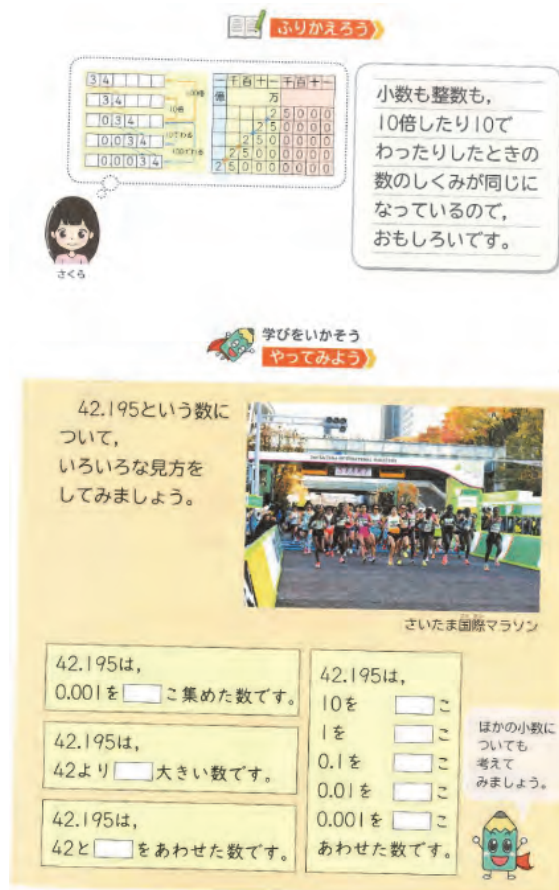


図 4-1-1-15 啓林館「わくわく算数4上」2020, 「ふりかえろう」と「やってみよう」(p.97)

② 数学的活動や探究

ア 授業開き (巻頭のページ)

どの教科書会社でも問題解決の過程における大切な視点やノートづくりについて、全学年の学習を題材とした実際の授業を通して振り返ることができるページを巻頭に設けている。授業開きとして、数学的活動を通して学習規律を含めて振り返り、以後の学習に活かすことができるようにしている。

イ 授業の流れが見えるページ

板書や話し合いの視点、ノート事例などの授業の流れが見え、数学的活動をいっそう分かりやすく可視化したページを設け、教材に即した思考、表現の過程を丁寧に表現している。ノート事例に加え、ノートの活用法も例示している。学年を通して、第2学年では1回、第3～6学年では3回(3学期制の場合、学期に1回)設定しているところもある。

自ら問題を見つけ、見通しをもつ工夫として、各単元の導入には、日常生活など身近なことや算数の中から問題を発見することで、児童が興味・関心をもって単元の学習に入れるようにしている。新しい学習に対して、より身近に感じることができるよう、問題発見の場面をイラストの形式にしているところもある。

ウ 対話的な学び

友だちのいろいろな考えを読み取ったり、友だちと考えを共有したりする場面を設け、近くの友だちや班の友だちと話し合うことを促し、友だちの話を聞く姿勢、自分の考えを理解してもらえようように話す姿勢などを育むことができるようにしている。

エ 深い学び

発展させ、統合する（深い学び）工夫として、問題を発展させる発言を促すような吹き出しを挿入している。これまで学習してきた学年や単元を超えて振り返り、まとめることで新たな発見や深い理解が得られるようにしている。

（４）内容の取り扱い

① 「統計」に関する扱い

新学習指導要領より、小学校では、「D データの活用」領域において、小学校第 1 学年～第 6 学年まで、以下のように系統立てて学習している。

学年	「D データの活用」の内容
1	絵や図を用いた数量の表現
2	簡単な表やグラフ
3	表と棒グラフ ・データの分類整理と表 ・棒グラフの特徴と使い方
4	データの分類整理 ・二つの観点から分類する方法 ・折れ線グラフの特徴と使い方
5	円グラフや帯グラフ ・円グラフや帯グラフの特徴と使い方 ・統計的な問題解決の方法 測定値の平均 ・平均の意味
6	データの考察 ・代表値の意味や求め方 ・度数分布を表す表やグラフの特徴と使い方 ・目的に応じた統計的な問題解決の方法 起こりうる場合

ここでは、令和 2 年度版より新設された第 6 学年の「データの考察」の概要を示す。

	ページ数 (ページ) 総ページ数に対する割合 (%)	PPDAC サイクルをふまえた展開の有無	まとめ	自分で調べる活動（探究や活用）の有無
東京書籍	20 7.1	○	①比べ方と結果を表にまとめ、自分の考えをもってどの組が優勝するかを予想する。 ②それぞれの組に与える賞の名前を考える。 ③自分たちで設定した問題を PPDAC サイクルの流れで解決する。	○
啓林館	16	○	①ドットプロットや代表値を比べて、どの組の記録がよいかを考える。 ②度数分布表やヒストグラムに整理する。	○

	5.4		③自分たちで調べたいことを決めて PPDAC サイクルの流れで解決し，わかったことをまとめる。	
教育出版	18	○	①比べ方と結果を表にまとめ，どの組が読書チャンピオンにふさわしいかを考える。	△
	6.6		②8 の字とびの記録について PPDAC サイクルの流れで解決し，学年代表にする組を選択する。	
学校図書	24	△ (Cがない)	※毎時間で学ぶ比べ方の振り返りは行っている。	○ ※単元 を設け ている
	9.8		※反復横跳びやソフトボール投げの記録について学んだ比べ方を総合して分析したり振り返ったりしてまとめる内容は見られない。	
大日本図書	21	×	※毎時間で学ぶ比べ方の振り返りは行っている。	○
	7.8		※本やソフトボール投げの記録について学んだ比べ方を総合して分析したり振り返ったりしてまとめる内容は見られない。	
日本文教出版	24	△ (Cがない)	※毎時間で学ぶ比べ方の振り返りは行っている。	○
	8.5		※ソフトボール投げの記録について学んだ比べ方を総合して分析したり振り返ったりしてまとめる内容は見られない。	

ア 取り扱っている問題

8 の字跳びやソフトボール投げ，読書の記録といった児童の身近な場면을題材としているところが多い。データは，6 学年の 2～3 クラスのデータを取り上げているところが多かった。1 社（大日本図書）は，過去と現在の読書記録を比較して取り上げている。比べ方によっては，複数の題材を取り扱っている会社がある。また，代表値，ドットプロット，度数分布表を指導する順序や問題の扱い方が，会社によって以下のように異なっている。

東京書籍	啓林館	教育出版	学校図書	大日本図書	日本文教出版
「3クラスの8の字跳びの記録」 ○平均値 ○ドットプロット ○最頻値、モード ○階級 ○階級の幅 ○度数 ○度数分布表 ○柱状グラフ、ヒストグラム ○中央値、メジアン ○代表値	「3クラスのソフトボール投げの記録」 ○平均値 ※発展として 最大値、最小値、 範囲が紹介されている ○ドットプロット ○中央値 ○最頻値 ○代表値 ○階級 (階級の幅) ○度数分布表 ○度数 ○柱状グラフ、ヒストグラム	「2クラスの読書の記録」 ○平均値 ○ドットプロット ○最頻値 ○中央値 ○代表値 ○度数分布表 ○階級 ○度数 (階級の幅) ○柱状グラフ	「2クラスの反復横跳びの記録」 ○平均値 ○ドットプロット ○最頻値 ○中央値 ○代表値 「2クラスのソフトボール投げの記録」 ○階級 ○階級の幅 ○度数 ○度数分布表 ○柱状グラフ	「10年前と現在の借りた本の数」 ○平均値 ○代表値 ○ドットプロット ○最頻値 ○中央値 「30年前と今年のソフトボール投げの記録」 ○階級 ○度数 ○度数分布表 (階級の幅) ○柱状グラフ、ヒストグラム	「2クラスのソフトボール投げの記録」 ○平均 ○ドットプロット ○階級 ○階級の幅 (度数分布表) ○柱状グラフ 「学校訪問に来た人たちの年齢」 ○平均値 ○代表値 ○最頻値 ○中央値 「売れた弁当の値段と個数」 ○ドットプロット

「」…問題 ○…学習する内容、指導する用語

() …内容としては扱っているが用語の指導はしていないもの

イ 小学校第6学年における「統計」でPPDACサイクルをふまえた展開

6社中3社（東京書籍、啓林館、教育出版）は単元を通して一つの題材についてPPDACサイクルの流れで問題を解決する過程で構成されていた。そのうち1社（教育出版）は、単元の終わりに自分で調べる活動ができるようにPPDACサイクルに関する内容を示した後、8の字跳びの問題を例示し、PPDACサイクルの流れでもう一度学習が進められるような展開にしている。

身のまわりのデータを活用しよう

① テーマを見つける
・疑問に思ったことなど、明らかにしたい問題を決める。

② 計画を立てる
・どんなデータを、どのように集めるのかを考える。
・データを集める方法も考えてみる。

③ データを集めて整理する
・データを集めて、目的に合った情報を選んで、見やすく整理したりする。

④ 分ける
・目的に合わせて表やグラフに表したり、データの持ちようをよんだりする。

⑤ 結論をまとめる
・集めたデータをもとに、問題に対する結論をまとめる。

データを分けて、代表を決めよう!

① テーマを見つける
学年対抗の8の字とびで6年生が優勝するために、1組と2組のどちらの組を学年代表にするかを決めます。

② 計画を立てる
8の字とびの学年代表を1組と2組のどちらにするか決めるには、どんなデータをどのように集めるかによります。

③ データを集めて整理する
6年生1組と2組で、8の字とびの記録をそれぞれ10回ずつ調べて、下の表にまとめました。
この結果から、どんなことがいえるでしょうか。

組別	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
1組	205	228	212	262	335	220	310	361	405	357
2組	288	295	305	264	270	316	322	283	286	275

最大値の値... 1組: 405, 2組: 361
最小値の値... 1組: 205, 2組: 275

図 4-1-1-16 教育出版「小学 算数 6」2020, 自分で調べる活動 (p.94-96)

他の3社（学校図書、大日本図書、日本文教出版）はPPDA までに行っているものの、C（振り返り）は見られず、比べ方を学んで単元末の既習事項の定着を図る問題へと展開されるような内容になっている。

ウ 自分で調べる活動（探究や活用）

6社とも単元の終わりに自分で調べる活動に関する内容があり、PPDAC サイクルの流れで取り組めるような内容になっている。中には、PPDAC サイクルそのものを紹介している会社もある。



図 4-1-17 東京書籍「新しい算数 6」2020, PPDAC サイクル (p.189)



図 4-1-18 日本文教出版「小学 算数 6 年」2020, PPDAC サイクル (p.184-185)

さらに1社（学校図書）は、比べ方を学ぶ単元と分けて、自分で調べる活動のみに単元「データの活用」を設けている。



図 4-1-19 学校図書「小学校 算数 6 年」2020, データの活用 (p.199-200)

②「割合」の扱い

「小学校第4学年～第6学年まで、以下のように学習している。

学年	「C 変化と関係」の内容
4	伴って変わる二つの数量 ・変化の様子と表や式，折れ線グラフ 簡単な場合についての割合
5	伴って変わる二つの数量の関係 ・簡単な場合の比例の関係 異種の二つの量の割合 ・速さなど単位量当たりの大きさ 割合（百分率） ・割合 ・百分率
6	比例 ・比例の関係の意味や性質 ・比例の関係をを用いた問題解決の方法 ・反比例の関係 比

ここでは、令和2年度版の第5学年の教科書より「割合」の概要を示す。

	ページ数 (ページ) 総ページ数に対する割合 (%)	扱っている問題 ※大問のみ	自分で調べる活動 (探究や活用)の有無
東京書籍	17 ----- 11.2 ※下巻	・バスケットボールのシュートした回数と入った回数 ・5年生の人数とサッカークラブの人数 ・飲み物の容量と含まれている果汁の割合 ・お茶の増量後の容量と増量後の割合 ・フェルトペンの値段と値引き率 ・パンの定価と値引き，駅前店と比較してどちらで買う方が安い	× ※「いかしてみよう」
啓林館	16 ----- 5.3 ※上下巻	・学習発表会で演奏する楽器の定員と希望者の数 ・5年生の人数と学習発表会で演奏した人数，5年生の人数と学習発表会で歌った人数 ・先週借りられた本の冊数と5年生が借りた本の冊数の割合 ・今日図書室を利用した5年生の人数と，昨日の人数と比較した今日の人数の割合 ・マフラーの定価と，値引き後の値段 ・手袋の値引き後の値段と値引き率 ・デジタルカメラの定価と値引き率 ・プリンターの値引き率と値引き後の値段	×

教育出版	16	・バスケットボールのシュートした回数と入った回数 ・5年生の人数に対する男子の人数の割合、5年生の人数に対する女子の人数 ・5年生の人数とそのうち「算数が好き」と答えた人数	× ※「学んだことを使おう」
	5.3 ※上下巻	・車両の定員と実際に乗っている人数 ・野球の試合数とそのうち勝った試合数 ・学校の児童数とボランティアをしたことがある児童数の割合 ・学校の児童数と10年前の児童数と比較したときの割合 ・服の定価と値引き率 ・靴の値引き後の値段と値引き率 ・手芸用のテープの増量後の割合と増量後のテープの長さ ・東町と西町の弁当屋で、どちらで買う方が得か	
学校図書	9	・あるクラスの男子の人数と女子の人数 ・塀の面積と塀に塗ったペンキの割合 ・シャツの定価と値引き率 ・花畑の面積と畑全体の面積のうちの花畑の面積の割合	△ ※身の回りで割合が使われているものを探す
	5.3 ※下巻	・北スーパーと南スーパーに入っている同じパン屋さんのうち、どちらの店で買った方が安いのか	
大日本図書	17	・試合した数と勝った数 ・サッカーチームの人数とそのうちの5年生の数 ・定員数と乗っていた人の数 ・飲み物の容量と含まれている果汁の割合	△ ※身の回りで割合が使われているものを探す
	5.9 ※上下巻	・集まったトレーの重さと先月と比較した割合 ・色鉛筆の定価と値引き率 ・値引き率と値引き後の値段 ・ソフトボールの試合数と勝った数	
日本文教出版	13	・輪投げを投げた回数と入った回数 ・スキー教室の定員と希望者数 ・バスケットボールクラブの人数とそのうちの5年生の人数 ・バスケットボールのシュートをした回数と入った回数	×
	7.8 ※下巻	・とれたみかんの数とそのうち出荷するみかんの割合 ・サッカーの試合を見に来た人数と先週の試合を見に来た人と比較した割合 ・手袋の定価と値引き率 ・西町と東町のパン屋で同じ定価で売られているパンについて、どちらの店で買った方が安いのか	

本単元では、どの教科書会社も、主に「割合の表し方」と「百分率」の二部構成でつくられている。

ア 取り扱っている問題

スポーツの試合数やシュートの数、借りた本の冊数、買い物の値引きといった児童の身近な場면을題材としているところが多い。児童の行事に関する場면을導入で取り扱っている教科書もあった。また、百分率の学習で、「買い物の場面」から複数の割合の問題をつくれるように工夫している教科書もあった。

各教科書会社では、取り扱っている問題は異なっているが、どの教科書会社も、割合の「第一用法」→「第二用法」→「第三用法」→「値引き問題」の順になるように問題が構成されている。

イ 自分で調べる活動（探究や活用）

自分で問題を見つけて割合を求める活動を取り入れている教科書会社はなかった。しかし、身の回りにある割合に目を向ける活動（割合を探すのみの活動）を取り入れている教科書会社が2社あった。また、単元の終わりに2つのお店を提示し、割合を活用してどちらのお店で買う方が安い選択させる問題を出している教科書会社が4社あった。

③「プログラミング」の扱い

新学習指導要領では、「プログラミング教育」に関する内容が新たに追加された。小学校におけるプログラミング教育のねらいとして、①「プログラミング的思考」を育むこと、②プログラムの働きやよさ、情報社会がコンピュータ等の情報技術によって支えられていることなどに気付くことができるようにするとともに、コンピュータ等を上手に活用して身近な問題を解決したり、よりよい社会を築いたりしようとする態度を育むこと、③各教科等の内容を指導する中で実施する場合には、各教科等での学びをより確実なものとするための三つが挙げられている。プログラミングに取り組むことを通して、児童が自ずとプログラミング言語を覚えたり、プログラミングの技能を習得したりすることは考えられるが、それ自体をねらいとはしていない。

小学校学習指導要領（平成29年告示）解説【総則編】では、プログラミングを体験しながら、コンピュータに意図した処理を行わせるために必要な論理的思考力を身に付けるための学習活動がいくつか例示されており、小学校算数科では、第5学年「B 図形」の正多角形の作図を行う学習が挙げられている。それに伴い、算数科第5学年の教科書でもプログラミングに関する内容が追加された。

各教科書会社におけるプログラミングに関する内容の取り扱いについて、半径の長さを用いた正六角形の作図の次のページに紹介している会社と、教科書の巻末に示している会社とがあった。

さらに、教科書会社によっては、指導要領に例示された第5学年「B 図形」の内容以外でも他学年で「プログラミング」に関する内容を扱っている。

（村田祥子）

4.1.1 の引用・参考文献

- 文部科学省（2017）．小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 算数編（平成 29 年 7 月）．
- 文部科学省（2017）．小学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説 総則編（平成 29 年 7 月）．
- 文部科学省（2020）．小学校プログラミング教育の手引き（第三版）（令和 2 年 2 月）．
- 一般社団法人 教科書協会（2020）．文部科学省「外国人児童生徒における教科用図書の使用上の困難の軽減に関する検討会議」第 3 回 学習者用デジタル教科書の現状と課題．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「あたらしいさんすう 1①」東京書籍．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「あたらしいさんすう 1②」東京書籍．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「新しい算数 2 上」東京書籍．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「新しい算数 2 下」東京書籍．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「新しい算数 3 上」東京書籍．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「新しい算数 3 下」東京書籍．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「新しい算数 4 上」東京書籍．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「新しい算数 4 下」東京書籍．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「新しい算数 5 上」東京書籍．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「新しい算数 5 下」東京書籍．
- 藤井斉亮・真島秀行 他（2020）．「新しい算数 6」東京書籍．
- 清水静海・根上生也・寺垣内政一・矢部敏昭 他（2020）．「わくわくさんすう 1」啓林館．
- 清水静海・根上生也・寺垣内政一・矢部敏昭 他（2020）．「わくわく算数 2 上」啓林館．
- 清水静海・根上生也・寺垣内政一・矢部敏昭 他（2020）．「わくわく算数 2 下」啓林館．
- 清水静海・根上生也・寺垣内政一・矢部敏昭 他（2020）．「わくわく算数 3 上」啓林館．
- 清水静海・根上生也・寺垣内政一・矢部敏昭 他（2020）．「わくわく算数 3 下」啓林館．
- 清水静海・根上生也・寺垣内政一・矢部敏昭 他（2020）．「わくわく算数 4 上」啓林館．
- 清水静海・根上生也・寺垣内政一・矢部敏昭 他（2020）．「わくわく算数 4 下」啓林館．
- 清水静海・根上生也・寺垣内政一・矢部敏昭 他（2020）．「わくわく算数 5」啓林館．
- 清水静海・根上生也・寺垣内政一・矢部敏昭 他（2020）．「わくわく算数 6」啓林館．
- 相馬一彦他（2020）．「たのしいさんすう 1 ねん」大日本図書．
- 相馬一彦他（2020）．「たのしい算数 2 年」大日本図書．
- 相馬一彦他（2020）．「たのしい算数 3 年」大日本図書．
- 相馬一彦他（2020）．「たのしい算数 4 年」大日本図書．
- 相馬一彦他（2020）．「たのしい算数 5 年」大日本図書．
- 相馬一彦他（2020）．「たのしい算数 6 年」大日本図書．
- 一松 信他（2020）．「しょうがっこう さんすう 1 ねん上」学校図書．
- 一松 信他（2020）．「しょうがっこう さんすう 1 ねん下」学校図書．
- 一松 信他（2020）．「小学校 算数 2 年上」学校図書．
- 一松 信他（2020）．「小学校 算数 2 年下」学校図書．
- 一松 信他（2020）．「小学校 算数 3 年上」学校図書．
- 一松 信他（2020）．「小学校 算数 3 年下」学校図書．
- 一松 信他（2020）．「小学校 算数 4 年上」学校図書．
- 一松 信他（2020）．「小学校 算数 4 年下」学校図書．

一松 信他 (2020).「小学校 算数 5 年上」学校図書.
 一松 信他 (2020).「小学校 算数 5 年下」学校図書.
 一松 信他 (2020).「小学校 算数 6 年」学校図書.
 一松 信他 (2020).「小学校 算数 6 年 中学校へのかけ橋」学校図書.
 坪田耕三・金本良通他 (2020).「しょうがく さんすう 1」教育出版.
 坪田耕三・金本良通他 (2020).「小学 算数 2 上」教育出版.
 坪田耕三・金本良通他 (2020).「小学 算数 2 下」教育出版.
 坪田耕三・金本良通他 (2020).「小学 算数 3 上」教育出版.
 坪田耕三・金本良通他 (2020).「小学 算数 3 下」教育出版.
 坪田耕三・金本良通他 (2020).「小学 算数 4 上」教育出版.
 坪田耕三・金本良通他 (2020).「小学 算数 4 下」教育出版.
 坪田耕三・金本良通他 (2020).「小学 算数 5」教育出版.
 坪田耕三・金本良通他 (2020).「小学 算数 6」教育出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「しょうがく さんすう 1 年上」日本文教出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「しょうがく さんすう 1 年下」日本文教出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「小学 算数 2 年上」日本文教出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「小学 算数 2 年下」日本文教出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「小学 算数 3 年上」日本文教出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「小学 算数 3 年下」日本文教出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「小学 算数 4 年上」日本文教出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「小学 算数 4 年下」日本文教出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「小学 算数 5 年上」日本文教出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「小学 算数 5 年下」日本文教出版.
 小山正孝・飯田慎司他 (2020).「小学 算数 6 年」日本文教出版.

東京書籍 デジタルコンテンツ 「新しい算数 6 年」 <https://sw32.tsho.jp/02pk/m6/>
 大日本図書 デジタルコンテンツ 「たのしい算数ウェブ 6 年」

<https://www.dainippon-tosho.co.jp/web/sansu/index6.html>

「デジタル教科書・教材 パンフレット」東京書籍.

https://www.tokyo-shoseki.co.jp/ict/upload/catalog/pdf/r2_sho_digital_textbook_material.pdf

「新しい算数 内容解説資料」東京書籍.

https://ten.tokyo-shoseki.co.jp/text/shou/sansu/data/sansu_m_pamphlet.pdf

「わくわく算数 内容解説資料」啓林館

https://www.shinko-keirin.co.jp/keirinkan/sho/text_2020/sansu/file/sansu_pamphlet.pdf

「たのしい算数 内容解説資料」大日本図書

<https://www.dainippon->

[tosho.co.jp/introduction2020/sansu/files/r2sansu_naiyou_all.pdf?_=20200130](https://www.dainippon-tosho.co.jp/introduction2020/sansu/files/r2sansu_naiyou_all.pdf?_=20200130)

「みんなと学ぶ算数 内容解説資料」学校図書

https://www.gakuto.co.jp/docs/download/pdf/d2020_s_sansu_full_2.pdf

「小学算数 内容解説資料」教育出版

https://www.kyoiku-shuppan.co.jp/2020shou/sansu/pdf/sansu1_shuitotokushoku.pdf

「小学算数 内容解説資料」日本文教出版

https://www.nichibun-g.co.jp/textbooks/sansu/download/r2/r2_sansu_naiyo.pdf

4.1.2 中学校の教科書

(1) 教科書の概要

表 4-1-2-1 教科書名および種類

出版社	教科書名	第 1 学年	第 2 学年	第 3 学年
東京書籍	新しい数学	1 冊	1 冊	1 冊
啓林館	未来へ 広がる	2 冊 みんなで学ぼう編 自分から学ぼう編	2 冊 みんなで学ぼう編 自分から学ぼう編	2 冊 みんなで学ぼう編 自分から学ぼう編
大日本図書	数学の世界	1 冊	1 冊	1 冊
学校図書	中学校数学	1 冊	1 冊	1 冊
教育出版	中学数学	1 冊	1 冊	1 冊
日本文教出版	中学 数学	1 冊	1 冊	1 冊
数研出版	これからの 数学	2 冊 別冊：探究ノート	2 冊 別冊：探究ノート	2 冊 別冊：探究ノート

7つの教科書発行社から1種類ずつが発行されている。教科書の各章は、主に「正の数と負の数」、「文字と式」などのように、数学の内容によって構成されている。東京書籍は、内容ごとに各章が構成されているものの、例えば、他社の「正の数と負の数」、「文字と式」に当たる章の名前を、それぞれ「数の世界を広げよう」、「数学のことはを身につけよう」という名称にしている（大日本図書は、「正の数と負の数」の章に当たる部分のみ「数の世界のひろがり」という名称にしている）。教科書の大きさは、すべて B5 判である。

表 4-1-2-2 各教科書の章構成

出版社	第 1 学年	第 2 学年	第 3 学年
東京書籍	0.算数から数学へ 1.数の世界を広げよう 2.数学のことはを身につけよう 3.未知の数の求め方を考えよう 4.数量の関係を調べて問題を解決しよう 5.平面図形の見方をひろげよう 6.立体の見方をひろげよう 7.データを活用して判断しよう	1.文字式を使って説明しよう 2.方程式を利用して問題を解決しよう 3.関数を利用して問題を解決しよう 4.図形の性質の調べ方を考えよう 5.図形の性質を見つけて証明しよう 6.起こりやすさをとらえて説明しよう 7.データを比較して判断しよう	1.文字式を使って説明しよう 2.数の世界をさらにひろげよう 3.方程式を利用して問題を解決しよう 4.関数の世界をひろげよう 5.形に着目して図形の性質を調べよう 6.円の性質を見つけて証明しよう 7.三平方の定理を活用しよう 8.集団全体の傾向を推測しよう
啓林館	1.正の数・負の数 2.文字の式 3.方程式 4.変化と対応	1.式の計算 2.連立方程式 3.一次関数 4.図形の調べ方	1.式の展開と因数分解 2.平方根 3.二次方程式 4.関数 $y = ax^2$

	5.平面図形 6.空間図形 7.データの活用	5.図形の性質と証明 6.場合の数と確率 7.箱ひげ図とデータの活用	5.図形と相似 6.円の性質 7.三平方の定理 8.標本調査とデータの活用
大日本図書	1.数の世界のひろがり 2.文字と式 3.1 次方程式 4.量の変化と比例, 反比例 5.平面の図形 6.空間の図形 7.データの分析	1.式と計算 2.連立方程式 3.1 次関数 4.平行と合同 5.三角形と四角形 6.データの比較と箱ひげ図 7.確率	1.多項式 2.平方根 3.2 次方程式 4.関数 5.相似と比 6.円 7.三平方の定理 8.標本調査
学校図書	1.正の数・負の数 2.文字式 3.1 次方程式 4.比例と反比例 5.平面図形 6.空間図形 7.データの活用	1.式の計算 2.連立方程式 3.1 次関数 4.図形の性質の調べ方 5.三角形・四角形 6.確率 7.データの分布	1.式の計算 2.平方根 3.2 次方程式 4.関数 $y = ax^2$ 5.相似な図形 6.円 7.三平方の定理 8.標本調査
教育出版	1.整数の性質 2.正の数, 負の数 3.文字と式 4.方程式 5.比例と反比例 6.平面図形 7.空間図形 8.データの分析	1.式の計算 2.連立方程式 3.1 次関数 4.平行と合同 5.三角形と四角形 6.確率 7.データ分析	1.式の計算 2.平方根 3.2 次方程式 4.関数 $y = ax^2$ 5.相似な図形 6.円 7.三平方の定理 8.標本調査
日本文教出版	1.正の数と負の数 2.文字と式 3.方程式 4.比例と反比例 5.平面図形 6.空間図形 7.データの活用	1.式の計算 2.連立方程式 3.1 次関数 4.図形の性質と合同 5.三角形と四角形 6.データの分布と確率	1.式の展開と因数分解 2.平方根 3.2 次方程式 4.関数 $y = ax^2$ 5.相似な図形 6.円 7.三平方の定理 8.標本調査
数研出版	1.正の数と負の数 2.文字と式 3.1 次方程式 4.比例と反比例 5.平面図形 6.空間図形 7.データの活用	1.式の計算 2.連立方程式 3.1 次関数 4.図形の性質と合同 5.三角形と四角形 6.データの活用 7.確率	1.式の計算 2.平方根 3.2 次方程式 4.関数 $y = ax^2$ 5.相似 6.円 7.三平方の定理 8.標本調査

(2) ICT の位置づけ

① デジタル教科書

令和 3 年度の教科書では、すべての教科書会社でデジタル教科書を発行している。さらに、各教科書会社は、デジタル教科書とともにデジタル教材も発行しており、教科書の紙面をデジタル化するだけでなく、学習者である生徒がタブレットで問題に取り組めるように工夫されている。

例えば教育出版の中学 1 年生のデジタル教科書では、教科書の紙面に四角で隠しを入れ、その部分をクリックすることによって、隠されている部分が明らかになる。

また、教科書の問題を生徒自身が考えるような工夫がなされているデジタル教材も発行されている。例えば東京書籍の中学 1 年生のデジタル教材では問題を生徒が考え、ペンなどを使用しながら自由に問題を解決できるように工夫がなされている。

② デジタルコンテンツ

令和 3 年度版では、どの教科書会社でもデジタルコンテンツが用意されており、インターネットを活用して学習をすることが可能である。各教科書会社には、QR コードや URL が記載されている。

The figure displays six panels illustrating digital content from various textbook publishers:

- 東京書籍 (Tokyo Shoin):** Features a QR code and a URL (<https://mimo.jp/2021dc/>) for digital content. It includes instructions on how to use the QR code and a list of available resources like interactive websites and supplementary materials.
- 大日本図書 (Da Nippon Shoten):** Shows a QR code and a URL (<https://www.dainippon-tosho.co.jp/web/math/index3.html>) for digital content. It includes instructions on how to use the QR code and a list of available resources like interactive websites and supplementary materials.
- 教育出版 (Education Publishing):** Features a QR code and a URL (<https://www.kyoiku-shuppan.co.jp/mi-jh/sugaku/3.html>) for digital content. It includes instructions on how to use the QR code and a list of available resources like interactive websites and supplementary materials.
- 学校図書 (Gakko Shoten):** Shows a QR code and a URL (<http://qr.gakuto.co.jp/sugaku>) for digital content. It includes instructions on how to use the QR code and a list of available resources like interactive websites and supplementary materials.
- 日本文教出版 (Nihon Shoin):** Features a QR code and a URL (<https://www.nichibun-g.co.jp/2021dc/csug/03/>) for digital content. It includes instructions on how to use the QR code and a list of available resources like interactive websites and supplementary materials.
- 数研出版 (Shueisha):** Shows a QR code and a URL (<https://www.shueisha.co.jp/2021dc/csug/03/>) for digital content. It includes instructions on how to use the QR code and a list of available resources like interactive websites and supplementary materials.

図 4-1-2-1 各教科書会社のデジタルコンテンツの説明

(3) アプローチ

① 章の展開

中学校の数学の教科書では、大きく、本単元、特設ページ、巻末の補充問題等の3つの部分で構成されている。ここでは、教科書出版社2社（学校図書、教育出版）について、第1学年の教科書の関数の単元を例に分析する。

【学校図書】

ア 単元の導入

単元の導入場面では、日常生活に関連する場면을挙げ、これから学習する内容と関連付けながら、問いを列挙し解決していくことが想定されている紙面となっている。教科書に問いに対する明確な答えはなく、生徒同士が会話している挿絵をもとに、授業でも対話を通して問題を解決することが意図されている。

イ 項の構成

各章は、まず導入の問い（Question）から始まり、必要な言葉の記述があり、例や問が続く構成となっている。また、導入の問いや問に対しては、考え方の方針などを提示する生徒同士が会話している挿絵がある場合がある。さらに、見方・考え方につながる発問を、提示している場合がある。これらの特徴は、どの教科書会社でも見られたものである。また、例や問のあとには、「確かめよう」という問題が設定され、これまでの学習を振り返りながら、問題を解くことが求められている。「確かめよう」の問題には、これまでに学習したどの例や問と関連があるのかを明らかにする記述がある。

4章 比例と反比例
1.関数
①関数
2.比例
①比例と式
②座標と比例のグラフ
3.反比例
①反比例と式
②反比例のグラフ
4.比例と反比例の利用
①比例と反比例の利用
4章のまとめの問題

ウ 単元末の構成

章の終わりには、まとめの問題がある。そのあとには、「できるようになったこと」や「さらに学んでみたいこと」を振り返って記述する箇所がある。

さらに、その後には、日常生活に潜む数学や、数学の話題などが掲載され、生徒の数学に対する興味・関心を高めたり、学習してきた数学をより深めたりすることが意図されている。例えば、第1学年の4章では、「深めよう！震源までの距離は？」と題して、地震の初期微動継続時間から震源までの距離を予測する問題が提示されている。ここでは、初期微動継続時間が決まれば震源までの距離が決まるという関数の考えが強調されており、単に震源までの距離を予測することだけではなく、数学的な考え方が重要であることを、日常生活に関連する話題で認識することができる工夫がなされている。

【教育出版】

ア 単元の導入

教育出版の教科書では、学校図書と同様に水を入れる場面を想定して、関数を導入している。直方体の水そうに水を入れたときの時間と水面の高さの関係を表で表す問いが設定されている。また、関数関係にある日常場面として、駐輪場の料金が例示されている。

イ 項の構成

Let's Try で扱った問題の解決を通して、新たな数学的内容を学習する。これ以降は、例や問がならび、そのあとに、これまでの学習を振り返る「たしかめ」の問題が配列されている。

ウ 単元末の構成

章の終わりには、まとめの問題がある。そのあとには、「数学の広場」として、日常生活に潜む数学や数学に関する話題が掲載されている。例えば、第1学年の5章では、「ランドルト環」が取り上げられ、環の大きさと視力の関係は関数関係にあることが紹介されている。

5章 比例と反比例

1節 関数

1.関数

2節 比例

1.比例の式

2.座標

3.比例のグラフ

3節 反比例

1.反比例の式

2.反比例のグラフ

4節 比例と反比例の活用

1.比例と反比例の活用

② 数学的活動や探究

ア 数学的活動

各教科書会社の巻頭ページには、数学の学習をするに当たって、学習者に大切にしてほしいことが記述されている。例えば、日本文教出版の巻頭ページには、「身近なことがらを数学の問題にして解決し、解決の過程や結果をふり返る活動」、「数学のことがらから新たな問題を見つけ、さらに学習を深める活動」、「数学的な表現を用いて筋道立てて説明し伝え合う活動」を大切にしていることが記述され、右側のページには、「算数・数学の学習過程のイメージ」に即したイメージ図が掲載されており、生徒がどのように数学を学習していけばよいかの指針が示されている。各教科書会社の巻頭ページはそれぞれ異なるが、いずれの教科書会社も、「算数・数学の学習過程のイメージ」をもとにした、学習の進め方が教科書の巻頭ページに記載してある。

イ 探究

各教科書会社の章末や巻末に、探究を意図したページが設けられている。例えば、大日本図書の「数学の世界3」の2次方程式の章末には、「カレンダーのなかの数を調べよう」というテーマで、カレンダーに隠れた数の性質を探究する問が設定されている(図4-1-2-2左)。また、東京書籍の「新しい数学3」の巻末には、「円周角を動かすと？」というテーマで、作図ソフトGeoGebraを使って円の性質を探究する活動が意図されている(図4-1-2-2右)。

また、数研出版は別冊の探究ノートを刊行している。

いずれも教科書の内容部分ではなく、章末や巻末に探究があるため、授業では扱わなくてよい部分と捉えられる可能性がある。しかしながら、学習指導要領で主体的・対話的で深い

学びが目指されていることを鑑みると、内容を学習する前に探究を取り入れたり、学習した内容をさらに深めるために探究を取り入れたりするなど、教科書の章末や巻末を利用した授業を積極的に行っていく必要があると考える。

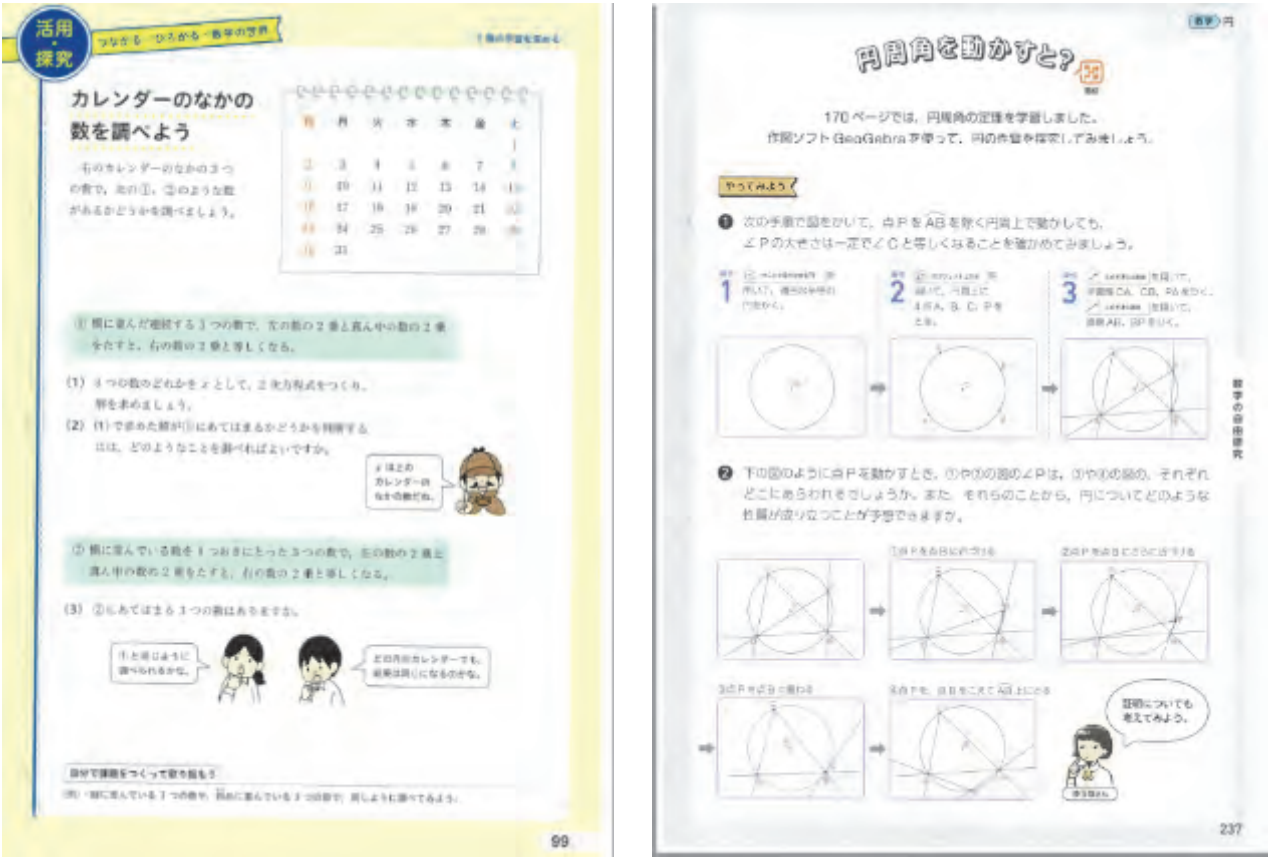


図 4-1-2-2 （左）大日本図書「数学の世界 3」2021，探究の例（p.99）
（右）東京書籍「新しい数学 3」2021，探究の例（p.237）

(4) 内容の取り扱い

① 統計

学習指導要領では、「D データの活用」領域に統計や確率の内容が分類されている。以下、学習指導要領を参考に、各学年で学習する内容を分類する。

表 4-1-2-3

	D データの活用
第 1 学年	データの分布の傾向 ・ヒストグラムや相対度数の必要性和意味 多数の観察や多数回の試行によって得られる確率 ・多数の観察や多数回の試行によって得られ確率の必要性和意味
第 2 学年	データの分布の比較 ・四分位範囲や箱ひげ図の必要性和意味 ・箱ひげ図で表すこと 場合の数を基にして得られる確率 ・確率の必要性和意味

	・ 確率を求めること
第 3 学年	標本調査 ・ 標本調査の必要性和意味 ・ 標本を取り出し整理すること

各教科書会社における「D データの活用」領域における統計の概要を示す。なお、第 1 学年で扱う統計的確率は、統計と関連のある内容であるため統計に含めているが、第 2 学年で扱う数学的確率は、統計に含めていない。

表 4-1-2-4 各教科書会社の「データの活用」領域における統計の概要

出版社	学年	D 領域ページ数 総ページ数に対する割合 (%)	取り扱われている主な課題・内容
東京書籍	第 1 学年	24	サッカーチームを分析しよう 大縄跳びの並び方を考えよう ホエールウォッチング体験ツアーでクジラに出会いやすさは？
		7.8	
	第 2 学年	16	花見の時期によく売れる商品は？
		6.5	
	第 3 学年	14	「みんなが選ぶ卒業ランキング」はどのように調査しているのかな？
		5.0	
啓林館	第 1 学年	26	ゆっくり落ちる紙の形や大きさは？ 駒を投げるときの面の出かたは？
		9.9	
	第 2 学年	12	通信速度をくらべよう
		5.9	
	第 3 学年	16	47 都道府県ランキングを見てみよう
		6.8	
大日本図書	第 1 学年	26	10 cm ってどれくらいかな？ コインのかわりにビンのふたでサッカーのキックオフの順番を決めてもいいだろうか。 自動車の燃費を比べよう (PPDAC サイクル)
		8.4	
	第 2 学年	14	気温の分布のようすを調べよう バレーボール選手の身長を比べよう
		5.8	
	第 3 学年	18	青少年のインターネット利用に関する調査はどのように調査したのかな？ 英和辞典の見出し語は全部で何語か推定しよう
		6.1	
学校図書	第 1 学年	29	反応の速さはどのくらいかな？ 47 都道府県の人口の傾向について話し合ってみよう 平日 1 日の家での勉強時間 (PPDAC サイクル)
		9.7	
	第 2 学年	15	雨が多いのは？少ないのは？ バスケットボールの選手を 1 人選ぶとすると？ メルボルン留学にはどんな服が必要か？
		5.9	
	第 3 学年	17	テレビの視聴率はどうやって調べているの？
		5.8	
教	第 1 学年	26	バスで駅に行くとき、どちらのルートを利用すればよい

育出版		8.2	かな？ 病院の待ち時間のデータからどちらの病院に行くとよいか？ スキー場で用意するスキーブーツのサイズは？
	第2学年	18	7月と8月の気温には、どんな違いがあるのかな？
		6.7	
	第3学年	16	どんな調査が行われているのかな？
		5.4	
日本文教出版	第1学年	33	気温は高くなってきている？
		10.7	ペットボトルキャップを投げたときのキャップの向きの出やすさに違いはあるでしょうか。
	第2学年	14	猛暑日が多いのはどこ？
		5.6	
	第3学年	15	どんな調査のしかたがあるかな？
		5.2	
数研出版	第1学年	24	家族旅行の候補地から行き先を決めるためには？
		7.9	旅行先のテーマパークの待ち時間が短いアトラクションは？
	第2学年	15	中学生の体力は本当に向上しているのかな？
		6.0	ハンドボール投げのデータの傾向を調べよう
	第3学年	16	缶詰工場の商品の検査方法を考えよう
		5.3	

小学校算数科では、PPDAC サイクルを意識して教科書が作成されている。小学校で学習してきたことを、中学校でも継続して学習することを狙って構成されている教科書もある。例えば、大日本図書では、自動車の燃費について生徒同士が会話している場면을提示し、「ガソリン自動車の燃費は、どのように変化したのだろうか」(Problem) という問いを立て、「10年間にどう変化したのかな」「自動車の種類を決めて、データを集めてみよう」という計画(Plan)をした。そのあと、インターネットで軽自動車の燃費のデータを集め(Data)、データをもとに生徒同士で会話しながら既習の度数分布や相対度数を用いて分析する(Analysis)。それらの分析をもとに、「ガソリン軽自動車の燃費の変化について説明しなさい」(Conclusion) という問いを立て、結論を導くことが意図されている。さらに「深めよう」として、これまでの過程を振り返り、「普通自動車も燃費がよくなっているのかな」という生徒の発言から、さらに別のデータを集めて分析するように狙っていることがうかがえる。

② 割合

中学校の教科書の単元に「割合」はない。小学校での学習の困難性が指摘されているが、中学校では「割合」を単元として学習することはない。

③ 確率

中学校では、第1学年で多数の観察や多数回の試行によって得られる確率(統計的確率)を、第2学年で場合の数を基にして得られる確率(数学的確率)を学習する。

④ STEAM とプログラミング

日本の中学校の教科書において、STEAM やプログラミングを単元として位置づけている

ものはない。プログラミングに関しては、巻末に掲載している教科書会社もある。

(中逸 空)

4.1.2 の引用・参考文献

文部科学省 (2017). 中学校学習指導要領解説数学編.

文部科学省 (2020). 令和元年度学校における教育の情報化の実態に関する調査結果 (概要)
(令和 2 年 3 月現在) [確定値].

藤井斉亮, 真島秀行他 (2021). 新しい数学 1. 東京書籍.

藤井斉亮, 真島秀行他 (2021). 新しい数学 2. 東京書籍.

藤井斉亮, 真島秀行他 (2021). 新しい数学 3. 東京書籍.

池田敏和他 (2021). 中学校数学 1. 学校図書.

池田敏和他 (2021). 中学校数学 2. 学校図書.

池田敏和他 (2021). 中学校数学 3. 学校図書.

岡部恒治他 (2021). これからの数学 1. 数研出版.

岡部恒治他 (2021). これからの数学 2. 数研出版.

岡部恒治他 (2021). これからの数学 3. 数研出版.

岡部恒治他 (2021). これからの数学 1 探究ノート. 数研出版.

岡部恒治他 (2021). これからの数学 2 探究ノート. 数研出版.

岡部恒治他 (2021). これからの数学 3 探究ノート. 数研出版.

岡本和夫, 森杉馨, 根本博, 永田潤一郎他 (2021). 未来へひろがる数学 1. 啓林館.

岡本和夫, 森杉馨, 根本博, 永田潤一郎他 (2021). 未来へひろがる数学 2. 啓林館.

岡本和夫, 森杉馨, 根本博, 永田潤一郎他 (2021). 未来へひろがる数学 3. 啓林館.

坂井裕, 小谷元子他 (2021). 中学数学 1. 教育出版.

坂井裕, 小谷元子他 (2021). 中学数学 2. 教育出版.

坂井裕, 小谷元子他 (2021). 中学数学 3. 教育出版.

重松敬一, 小山正孝, 飯田慎司他 (2021). 中学 数学 1. 日本文教出版.

重松敬一, 小山正孝, 飯田慎司他 (2021). 中学 数学 2. 日本文教出版.

重松敬一, 小山正孝, 飯田慎司他 (2021). 中学 数学 3. 日本文教出版.

相馬一彦他 (2021). 数学の世界 1. 大日本図書.

相馬一彦他 (2021). 数学の世界 2. 大日本図書.

相馬一彦他 (2021). 数学の世界 3. 大日本図書.

令和 3 年度版 中学数学 デジタル教科書・デジタル教材のご紹介 (教育出版).

<https://www.kyoiku-shuppan.co.jp/r3chuu/sugaku/digital/index.html>

令和 3 年度版 デジタル教科書 新しい数学 (東京書籍)

<https://www.tokyo-shoseki.co.jp/ict/pcsoft/j/002004/414/d>

4.2 フィンランド

フィンランドの教育制度は、次の表 4-2-1 の通りである。

表 4-2-1 教育制度

6 才	就学前教育	1 年間
7～16 才	基礎教育	9 年間 (+1 年間)
16～18 才	後期中等教育	3 年間
16 才～	職業教育	3 年間
19 才～	高等教育 (学士, 修士, 博士) 高等職業教育 (学士, 修士)	3 年間, 2 年間, 3 年間 3.5～4 年間, 1～1.5 年間

基本的には、2003 年カリキュラムのときと変化はなく、基礎教育が義務教育である。

国家カリキュラムは、最初に 1970 年に作成された後、基礎教育（小・中学校）については 1985→1994→2004→2014、高等学校については 2003→2015 と、ほぼ 10 年ごとに改訂されている。10 年前は高等学校カリキュラムが基礎教育カリキュラムに先行して改訂されたが、今回は基礎教育カリキュラムが先行して改訂されており、発達段階に応じて改定が進められるようになった点は特徴的である。

(1) 基礎教育国家カリキュラムについて

義務教育の国家カリキュラムは 15 章から構成されていて、3 章に「Transversal Competence」（教科横断的コンピテンス）が示されている点が特徴的である。これは、すべての教科で育成が目指されている資質・能力であり、「知識、技能、価値観、態度、意志で構成されている能力」と規定されている（小野塚他、2018）。具体的には、次の 7 つの資質・能力が示されている。

表 4-2-2 Transversal Competence

T1 : Thinking and learning to learn
T2 : Cultural competence, interaction and self-expression
T3 : Taking care of oneself and managing daily life
T4 : Multiliteracy
T5 : ICT Competence
T6 : Working life competence and entrepreneurship

各教科の指導内容に関連するものは 13～15 章であり、各教科とも学年ごとではなく、1-2 年、3-6 年、7-9 年の 3 つの区分に大括り化され示されている。大括り化は 2003 年カリキュラムも同じであるが、括り方が 10 年前は 1-2 年、3-5 年、6-9 年であり異なっている。

算数・数学の指導内容は、次の領域に分類される。

表 4-2-3 指導内容の領域

1-2	思考スキル	数と計算			幾何と測定	データ処理と統計
3-6	思考スキル	数と計算	代数		幾何と測定	データ処理とソフトウェア, 統計, 確率
7-9	思考スキルとメソッド	数と計算	代数	関数	幾何	データ処理と統計, 確率

2003 年カリキュラムと異なる点として、「思考スキル」が全学年に位置づけられた点、ソフトウェアが新たに追加された点を挙げるができる。

(2) 高等学校国家カリキュラムについて

高等学校の国家カリキュラムは、6 章から構成されているが、各教科の指導内容に関連するものは 5 章のみである。

数学の指導内容は、2 つのシラバスがあり、ここではフィンランド語を直訳して「長い数学」、「短い数学」と呼ぶことにする。

数学は必修であり、「長い数学」、「短い数学」のいずれかのコースを選択する。「長い数学」が日本の理系に、「短い数学」が文系に近いといえる。日本と異なり、複線カリキュラムになっている。ただし、2003 年カリキュラムと異なり、「長い数学」「短い数学」に共通の必修科目として「数と数列」を設けている点に特徴がある。

2 つのシラバスの指導内容は、表 4-2-4 の通りである。

表 4-2-4 高等学校数学の指導内容

	長い数学	短い数学
共通必修科目	数と数列	
必修科目	多項式関数と方程式，幾何学，ベクトル，解析幾何，微分，三角関数，無理数と対数関数，積分，確率と統計（計 9 単位）	式と方程式，幾何学 数学的モデル，統計と確率， 経済数学（計 3 単位）
選択科目	数論と数学的な証明， 数学におけるアルゴリズム， 発展的な微分（計 3 単位）	数学的解析，統計と確率Ⅱ （計 2 単位）

共通必修科目「数と数列」の具体的な内容は次の通りである。

- ・実数，四則演算，パーセントの計算
- ・関数のグラフ
- ・等差数列・等比数列，漸化式
- ・対数と指数，およびそれらの関係

パーセントの計算が高校の必修の内容に位置づけられている点が特徴的である。

「長い数学」の内容は、2003 年カリキュラムと比較すると、科目の順序は変わったものの大きな変更はなく、日本の理系の生徒が学習する内容とほぼ一致する。ただし、選択科目として、「数学におけるアルゴリズム」が入った点は、カリキュラムの中でプログラミングを重視していることに起因すると考えられる。

「短い数学」の内容は、2003 年カリキュラムと比較すると、次の点が異なる。

- ・「数学的モデルⅠ」「数学的モデルⅡ」2 科目の内容が「数学的モデル」1 科目に再整理
- ・「経済数学」が選択から必修に変更
- ・「数学的解析」（微分の内容）が必修から選択に変更
- ・「統計と確率Ⅱ」が新たに追加

これらの変更から、より数学の実用性が重視されていることが読み取れる。

(3) 大学入試制度

高校 3 年修了時に行う国家共通試験（Matriculation Examination）は、高等学校卒業資格があるかを評価すると同時に、大学入学資格があるかを評価することを目的とする試験である。毎年、春と秋 2 回の試験が行われている。2016 年よりデジタル試験（自分のコンピュータに USB メモリから OS を読み込み、サーバーからテスト問題を取得、解答をサーバーに送付）がスタートして、2019 年には全科目で実施されている。試験科目は 4 科目で、国語が必修、残り 3 科目は、第 2 母語、外国語、数学、人文科学、自然科学から選択する。

数学の試験問題は、長い数学（理系）用の試験と短い数学（文系）用の 2 種類がある。2016 年から試験の実施方法が変更になり、問題は A 問題と B 問題に分かれ、A 問題は必修 4 問を、B 問題は 9 問中 6 問を選択して解答する。A、B 両方の問題が試験開始時に同時に配られるが、一定時間の後、A 問題の解答を提出するかわりに関数電卓が配付され、B 問題の解答に使用できる。また、A、B 両方の問題を解く際に、公式集を使用することが認められる。

4.2.1 小学校の教科書

(1) 教科書の概要

教科書名：Milli 3A（SanomaPro 社）2018 年発行、216p.

小学校 3 年生用

著者：Leena Hänninen, Kirsi Malinen, Pekka Ranta, Lasse Vallo

背景：フィンランドには、SanomaPro 社以外にも、Otava 社、Edukustannus 社、Edita 社（高校のみ）があり、他にデジタル教科書のみを出版している会社も 2 社あるが、算数のシェアは sanomapro 社が一番大きい。

2014 年カリキュラムを意識した教科書は、現在 5 年生用まで出版されている（2020 年 12 月現在）。この教科書作成の理念として、次の点が挙げられる（ミカ・ベルツ基礎教育部長より）。

- ・生徒のモチベーションを高めるために、外見も含めて興味関心を持てるよう工夫する。
- ・すべての生徒がスマートフォンを持っていることを前提として教材を作成する。
- ・教育現場での聞き取り調査をふまえて作成する。
- ・内容（概念）の理解力を高めることを重視する。
- ・多様な評価（自己評価、活動形式の評価等）を取り入れる。

教科書の執筆は、大学教員、小学校教員、中学校教員で行い、1 冊をおよそ 1 年間かけて作成する。また、標準的な教科書とは別に、特別な支援を要する生徒用の内容を精選した教科書も作成している。

章構成：章構成は、次頁の通りである。4 章で構成され、各章は、章扉に続いて、9～14 の節と復習や練習、評価問題、およびプロジェクト問題で構成される。数学を学ぶ意義に関わる記述は特に見当たらない。



図 4-2-1 Milli 3A

章	項	内容	頁数	章	項	内容	頁数
1	足し算と引き算			3	割り算		
	1	復習	4		27	割り算の意味	4
	2	復習	4		28	2 と 5 で割る割り算	4
	3	0 から 1000 までの整数	4		29	3 と 4 で割る割り算	4
	4	整数の足し算	4		30	練習問題	4
	5	整数の引き算	4		31	計算順序	4
	6	加法の筆算	4		32	6 と 7 で割る割り算	4
	7	1 位から 10 位への繰り上がりの筆算	4		33	8 と 9 で割る割り算	4
	8	10 位から 100 位への繰り上がりの筆算	4		34	練習問題	4
	9	練習問題	4		35	評価問題	4
	10	減法の筆算	4	プロジェクト問題			2
	11	10 位から 1 位への繰り下がりの筆算	4	4	幾何		
	12	100 位から 100 位への繰り下がりの筆算	4		36	点, 線分, 直線	4
	13	練習問題	4		37	角	4
	14	評価問題	4		38	多角形	4
プロジェクト問題			2		39	多角形の週	4
2	かけ算				40	練習	4
	15	かけ算の意味	4		41	対称	4
	16	5 と 10 のかけ算	4		42	平面図形と立体図形	4
	17	2 と 4 のかけ算	4		43	立体図形の分類	4
	18	計算順序	4		44	練習問題	4
	19	同数累加と 3 のかけ算	4	45	評価問題	4	
	20	6 のかけ算	4	プロジェクト問題			2
	21	7 のかけ算	4	巻末	プログラミング		
	22	練習	4		1	コマンドとプログラム	4
	23	8 のかけ算	4		2	プログラムの設計	4
	24	9 のかけ算	4		復習		
	25	練習問題	4		1	足し算と引き算	4
	26	評価問題	4		2	掛け算と割り算	4
プロジェクト問題			2				

(2)ICT の位置づけ

① デジタル教科書の有無

教員用デジタル資料のみで，児童用のデジタル教科書の作成はしていない。「発達段階を考えて生徒には紙の方が望ましい」と考えて作成していないとのことであった。

② ツール

ビデオ教材を充実させている。導入部分は必ず、それ以外も必要に応じて適宜設けた。事前にスマートフォンや iPad にアプリ（ARTTU）をインストールしておくと、ビデオ該当ページを写すことで、ビデオ教材を視聴することができる。児童がスマートフォン等を使って、各自の理解度に応じてビデオ教材を活用することもできる。

(3) アプローチ

① 章の展開

ここでは、第 4 章「幾何」（40 ページ）について説明する。

章の構成は、右の通りである。導入とプロジェクト問題を除くと、各節は 4 ページで構成されている。

1) 単元の導入

単元全体を見通し、これからの学習目標が持てるような活動（会話できる数学）を行えるページが設けてある。生徒に、自己目標を書かせる欄（OMA TAVOITTEENI）がある。これは、日本の中学校数学教科書の章扉と類似した作りになっているが、自己目標を書かせる欄が特徴的である。



図 4-2-2 章の導入（p.156-157）

【第 4 章 幾何】

単元の導入（2p）

点，線分，直線（4p）

角（4p）

多角形（4p）

多角形の周（4p）

練習（4p）

対称（4p）

平面図形と立体図形（4p）

立体図形の分類（4p）

練習（4p）

評価問題（4p）

プロジェクト問題（2p）

2) 節の構成

例えば、節「多角形」の構成は、次の通り、用語の定義と 9 問の問題からなる。

【多角形】

用語の定義：三角形，四角形，正方形，長方形，五角形

- 1 適切な図形（三角形，四角形，長方形，正方形，多角形でない図形）を選ぶ問題
- 2 2つの異なる図形（長方形，三角形，五角形）を描く問題
- 3 図形（長方形，直角三角形，等脚台形，五角形）の鋭角，直角，鋭角の数と図形の名称を答える問題
- 4 条件に当てはまる図形（鈍角が 1 つある三角形，2 つの直角がある四角形，3 つの直角がある五角形）を描く問題

- 5 条件に当てはまる図形（1 辺が 3 cm の正方形，2 辺が 4 cm，3 cm の長方形）を描く問題
- 6 与えられた図と同じように，円の内部に図形を描いて色を塗る問題
- 7 モザイク模様の続きを描く問題（3 問）
- 8 規則に従って三角数の図形（ $n=3$ まで）の続き（ $n=4, 5, 6$ ）を描き，図形数を数える問題
- 9 五角形（ホームベース型）に 1 本の直線を引いて，2 つの図形（三角形と四角形，2 つの四角形，四角形と五角形）に分割する問題

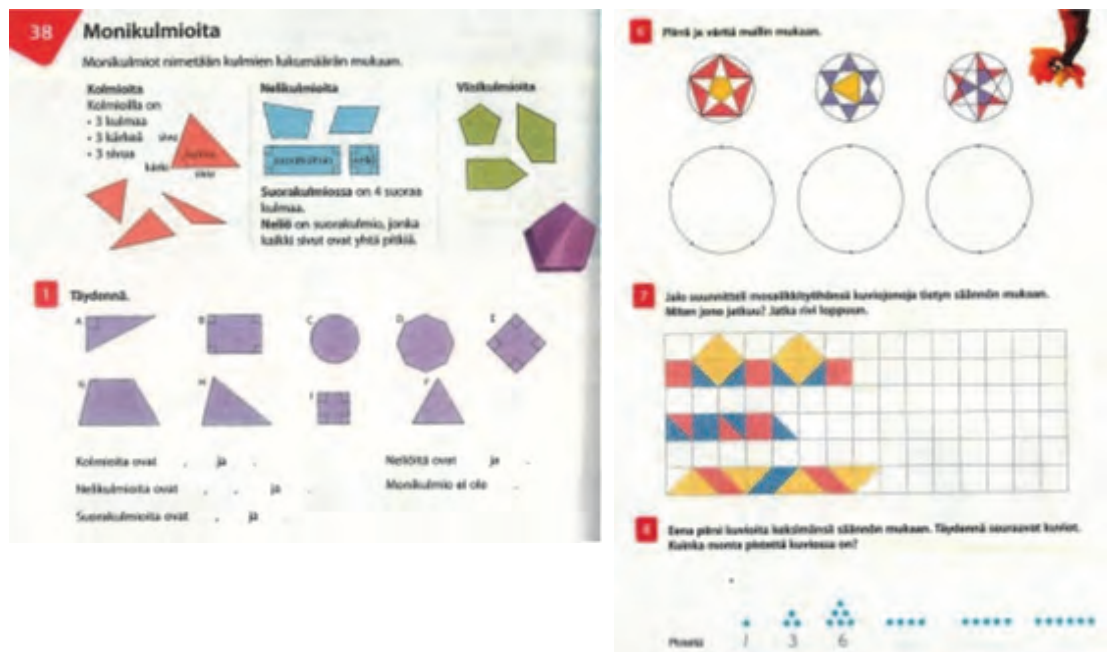


図 4-2-3 多角形（左 p.166，右 p.168）

最初に，様々な用語の説明があり，その後に問題が 9 問掲載されている。生徒がいろいろな図形を描く問題が目立つ。中でも，直角が 2 つある四角形を描く問題 (4)，5 角形に 1 本の直線を描き入れて多角形 2 つに分割する問題 (9) などは，日本の教科書では見られない。

3) 各節の評価問題と宿題問題

各節の最後には，評価問題（基本問題と発展問題）が設けてあり，自己評価のチェック欄もある。また，評価問題の後ろに宿題問題も設けてある。例えば，「多角形」の問題は図 4-2-4 の通りである。

ここでも，「1 つの直角と長さが等しい 2 辺がある六角形」を描く問題があり，特徴的である。

4) 練習問題とテスト問題

単元の途中に練習問題のページが設けられている。そこにはゲーム形式の問題を導入している。単元末には，復習としてテスト問題も掲載してある。図 4-2-5 は，「多角形」の練習問題である。

立体の名称の定着を図る問題であるが，平面図形と立体図形が混在している点の特徴的である。

【自己評価問題】（評価チェック欄あり）

A 多角形でない図形（円）を選ぶ問題

B 1つの直角と長さが等しい2辺がある六角形を描く問題

【宿題問題】

1 適切な図形（三角形，四角形，長方形，正方形）を選ぶ問題

2 条件に当てはまる図形（1辺が4 cmの三角形，1辺が2 cmの正方形）を描く問題

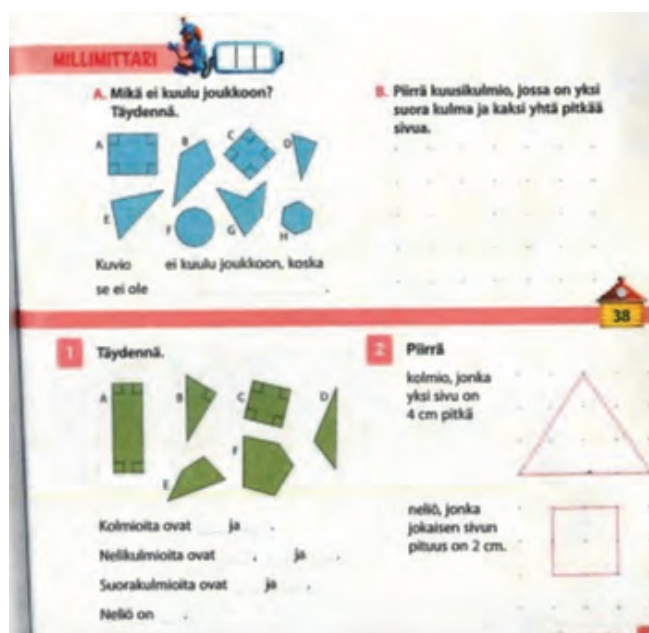


図 4-2-4 自己評価問題・宿題（p.169）

【練習問題】

サーキット

- ・プレイヤー：2～4人
- ・準備：サイコロ，各プレイヤーのチップ，点数を書くペン
- ・自分の順番が来たらサイコロを振り，さいころの目の数だけ進む
- ・止まった箇所が，円柱なら2点，円錐なら3点，それ以外の立体なら1点，平面図形なら0点
- ・すべてのプレイヤーがゴールしたら終わり
- ・得点が最も高い人が勝者



図 4-2-5 練習問題（p.190）

② 数学的活動や探究

各単元末に，プロジェクト問題を設けてある。このページは，国家カリキュラムの「教科横断的な資質能力」の育成に関わる内容（Anssi Tuovinen 数学編集長）であり，具体的な問題は次の通りである。

複数の問題が準備されていて，選択して取り組むことを想定している。体を動かして形を作ったり，ロゴマークを自分でデザインしたりするなど，生徒が興味・関心を持てるような数学的活動である。

○書いてみよう

- ・図形の章の最初の話を読もう。
- ・博物館見学で何が起こるか考えて、その続きを書こう。

○写真をとろう

- ・身の周りにある角を写真に撮ろう。
- ・角を鋭角、直角、鈍角に分類しよう。
- ・写真をクラスで発表しよう。また、撮った写真を展示しよう。

○体を動かそう

- ・体を使って、三角形、四角形、正方形、長方形、五角形などをどのように作るか考えよう。
- ・さらに、立方体なども作ろう。
- ・体を使った図形をクラスで発表しよう。友達が体で作った図形を当てよう。

○言葉を調べよう

- ・学んでいる、あるいは知りたい外国語を1つ選ぼう。
- ・その外国語を使って、次の用語の単語を調べよう。

点 線分 直線 角度 直角 鋭角 鈍角 多角形 三角形 四角形 正方形 長方形 対称性 円柱 円錐 立方体

○調べよう

- ・下の立体について調べよう。
- ・面の数と頂点の数を調べてその和を求めよう。
- ・上で求めた和と辺の数を比べよう。何か気づいたことはあるか？

直方体の図 5角柱の図 四角錐の図 三角錐の図 8面体の図

面					
頂点					
面と頂点の和					
辺					

○作ってみよう

- ・異なる色の紙を使って、異なる多角形を切り取ろう。
- ・街を設計して、そこに切り取った多角形を張ろう。

○調べて作ってみよう

- ・例えばスポーツクラブや車のロゴマークを、インターネットで調べよう。ロゴは対称か？
- ・自分で対称なロゴマークをデザインしよう。



図 4-2-6 小3 プロジェクト問題 (p.198)

(4) 内容の取り扱い

① 統計 (確率)

1年～5年 (本シリーズの小6新教科書は、未刊行) までの教科書の中で、統計は、次の通り、5年Aの第4章「統計と確率」で扱っている。この章の構成は次の通りである。

第4章【統計と確率】	43 確率を知る (4p)
39 情報の収集と分類 (4p)	44 演習 (4p)
40 円グラフ (4p)	45 評価問題 (4p)
41 棒グラフと折れ線グラフ (4p)	プロジェクト問題 (2p)
42 他のグラフ (4p)	

※確率を除く統計に関する39～42の総ページ数は16ページ

39 節「情報の収集と分類」では、いろいろなデータを表に整理する問題で構成されている。
40 節「円グラフ」では、例えば、生徒の中で犬、猫、魚などを飼っている人の割合を示した円グラフを読み取るなどの問題で構成されている。

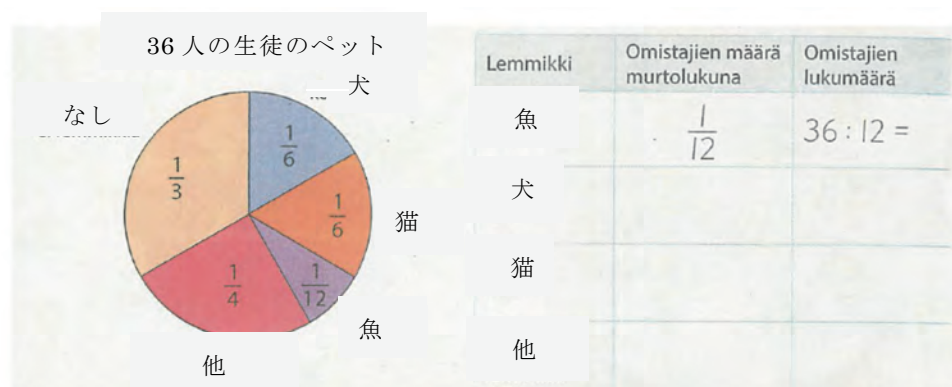


図 4-2-7 円グラフ (p.175)

日本の場合、パーセントの学習後にパーセントを使った円グラフを扱うが、フィンランドの場合は、パーセントの学習前に、分数を使った円グラフを扱っている点が特徴的である。

41 節「棒グラフと折れ線グラフ」では、1 週間の気温や降水量を示した折れ線グラフや棒グラフを読み取る等の問題で構成されている。



図 4-2-8 棒グラフと折れ線グラフ (p.179)

日本でも、平成 29 年告示学習指導要領にもとづく教科書で、複数系列のグラフを扱うこととなったが、フィンランドでも同様な扱いがされている。

42 節「他のグラフ」では、例えば、100 人に調査したテレビの視聴時間の人数を示した帯グラフを読み取る等の問題で構成されている。

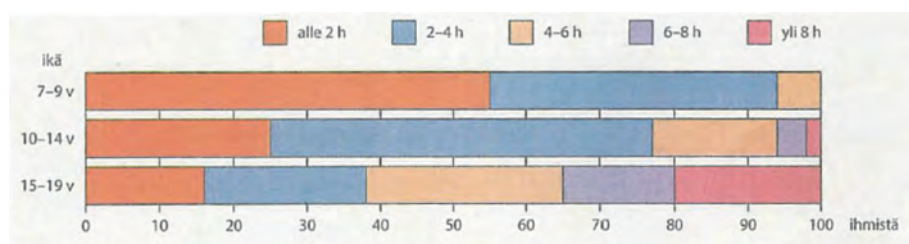


図 4-2-9 他のグラフ (p.183)

ここでも、円グラフ同様に、パーセントを使わない帯グラフを扱っている。調査人数を 100 人に揃えているので、結果的にはパーセントの帯グラフと同様な表示になるように工夫されている。

43 節「確率を知る」では、例えば、次のように、カラーボールの入った箱からボールを 1 つ取り出すとき、「必ず起こること」「起こる可能性のあること」「絶対に起こらないこと」のいずれであるかを判断する等の問題で構成されている。

5 Jalo nostaa silmät kiinni laatikosta yhden pallon. Merkitse jokaisen laatikon alle
 1, jos pallon väri on varmaa
 X, jos pallon väri on mahdollista
 0, jos pallon väri on mahdotonta.

Pallon väri	Box 1 (all green)	Box 2 (3 green, 1 blue)	Box 3 (2 red, 1 green, 1 blue)	Box 4 (2 red, 1 yellow, 1 blue)	Box 5 (2 red, 1 yellow, 1 blue, 1 black)
a. sininen	0				
b. punainen					
c. keltainen					
d. vihreä					
e. musta					

図 4-2-10 確率を知る (p.187)

フィンランドの小学校の統計教育は、「1 学年でしか扱っていない」、「柱状グラフ、ドットプロットは扱っていない」、「統計的問題解決 (PPDAC) は扱っていない」等、日本の小学校の統計教育と比較すると簡単な扱いになっているといえる。また、確率の指導では、日本では扱っていない「確率の概念」を小学校で扱っている点に特徴がある。

② 割合

1 年～5 年（本シリーズの小 6 新教科書は、未刊行）までの教科書の中で、割合は、次の通り、5 年 B の第 4 章「パーセントと計算」で扱っている。この章の構成は右の通りである。

第 4 章【パーセントと数の計算】

- 40 パーセントの概念 (4p)
- 41 パーセントの値 (4p)
- 42 分数のパーセントへの変換 (4p)
- 43 一般的なパーセント (4p)
- 44 演習 (4p)
- 45～49 数の計算に関する節（詳細は略）(4p×5)
- プロジェクト問題 (2p)

※割合に関する 40～44 の総ページ数は、20 ページ

40 節「パーセントの概念」では、 $1\% = 1/100 = 0.01$ で定義して、%を表す視覚的な図を用いながら、パーセントの意味の定着を図る問題で構成されている。



図 4-2-11 パーセントの導入 (p.174)

%の量感を表すのに、日本の場合は数直線図などを用いるが、フィンランドでは 2 次元の面積図を用いている点が特徴的である。

41 節「パーセントの値」では、例えば、320€が 100%であるときの 1%, 10%, 20%, 30% は何€かを求める問題で構成されている。

100 %	200 €	100 %	300 €	100 %	600 €
1 %	$\frac{200 \text{ €}}{100} = 2 \text{ €}$	1 %		1 %	
10 %		10 %		10 %	

図 4-2-12 パーセントの値 (p.178)

第 2 用法の問題ともいえるが、ここでの扱いは比例的推論にもとづくもので、基準量×割合によって求めることを想定していない。

42 節「分数のパーセントへの変換」では、例えば、 $4/10$, $1/5$, $1/4$, $3/20$ などが何%かを求める問題で構成されている。

a. $^{20)} \frac{1}{5} = \frac{20}{100} =$ b. $\frac{1}{4} =$ c. $\frac{3}{20} =$

図 4-2-13 分数→% (p.183)

分数の分母を 100 にすることによって、%に変換することを求めている。これらの問題解決を通して、特に分数の分母が 5, 4, 20 等のときのパーセントが、20%, 25%, 5%になることについて定着を図ることが意図されていると考えられる。

43 節「一般的なパーセント」では、例えば、赤と青で塗り分けられた図形について、赤の部分の割合を、パーセントや分数で表す問題等で構成されている。

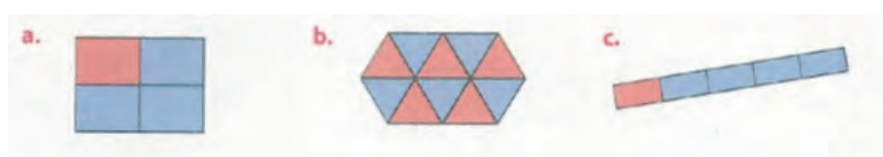


図 4-2-14 一般的なパーセント (p.186)

上記のような問題解決を通して、パーセントの理解を深めることが意図されていると考えられる。

日本における小学校での割合指導と比較すると、いわゆる第 1～3 用法の問題は扱わず、基本概念のみを指導している点が特徴的である。

③ 確率（①を参照）

④ STEAM

(4)で述べた「プロジェクト問題」の中には、美術など他教科と横断した問題も含まれている。しかし、教科書の紙面には、特に STEAM を意識した記述は見られない。

⑤ プログラミング

4 章の後にプログラミングの内容の章を設け、2 節で構成されている。例えば、節「コマンドとプログラミング」の具体的な内容は、次の通りである。

【コマンドとプログラミング】

用語の説明（コマンド、プログラミング）※コマンド：直進するコマ数，向きを変える

- 1 プログラミングによってどこに進むかを描く問題
- 2 図のように進むためのプログラムを完成する問題
- 3 図のように進むためのプログラムを完成する問題
- 4 ヒントをたよりにクロスワードパズルを完成させる問題
- 5 キーボードのキーを一定のルールに従いどこに移動するかを書く問題
- 6 アルファベットを果物の絵に変換する一定のルールに従い，8 個の単語を果物の絵に変換した記号列をみて，どの果物の絵がどのアルファベットに相当するかを定める問題

宿題問題



図 4-2-15 プログラミング (p.200)

この内容は、平成 31 年検定済みの日本のいくつかの算数教科書にも掲載されている。

(5) 示唆

① 自律的な学びを重視した構成

章の扉には、その章で学ぶ内容が絵で示唆されているだけではなく、その章で学ぶ目標が記述されているとともに、「自己目標」を記入する欄があったり、各節の最後には「自己評価問題」がありチェック欄が設けてあったりして、自律的に学ぶことを重視した構成となっている。この点は日本の教科書には見られない特徴であり、示唆的である。

② 教科横断的な学びを重視したプロジェクト問題

各章末には、写真を撮ったりデザインを作成したり等の活動を取り入れた「プロジェクト問題」が設けてあり、教科横断的な学びを重視した構成となっていて示唆的である。

4.2.2 中学校の教科書

(1) 教科書の概要

教科書名：KUUTIO 8（SanomaPro 社）2017 年発行，272p.

8 年（中 2）生用

著者：Sanna Hassinen, Olli Latva, Jari-Pekka Makkonn,

Maria Pirttimaa, Aulis Tolvanen

背景：2014 年カリキュラムにもとづく教科書は，現在は，最小限の修正を加えたものであり，全面的に改定した教科書は今後発行予定である。2014 カリキュラムにもとづく教科書作成の理念は，次の通りである（Anssi Tuovinen 数学編集長より）

- ・ 7 つの教科横断的コンピテンシーを意識する。
- ・ 理論→例題という展開を変えて，理論の背景を述べるようにする。
- ・ 数学がどこで使われるかを意識した記述を入れる（コックさんへのインタビュー等）
- ・ 到達度評価を意識する。
- ・ グループワークを意識した問題（問題作り→解き合う等）を導入する。
- ・ プログラミング（パイソン）を導入する。
- ・ 生徒用のデジタル教科書の使用は想定しない。
- ・ レベル別の問題を多く準備する。
- ・ プロジェクト課題として，テーマにもとづく問題解決のページを設ける。

教科書の執筆は，大学教員，中学教員，高校教員で行い，1 冊をおよそ 1 年間かけ作成する。

以下に述べる分析対象の教科書の特徴は，最小限の修正を加えたものである。

章構成：章構成は，次頁の通りである。

この教科書は，5 章「方程式と不等式」，6 章「平面と空間の幾何」，7 章「パーセント」の 3 章と巻末の思考問題，補充問題，宿題問題，解答，付録で構成され，各章は，章扉に続いて，15～18 の節，復習で構成される。数学を学ぶ意義に関わる記述は特に見当たらない。



図 4-2-16 KUUTIO8

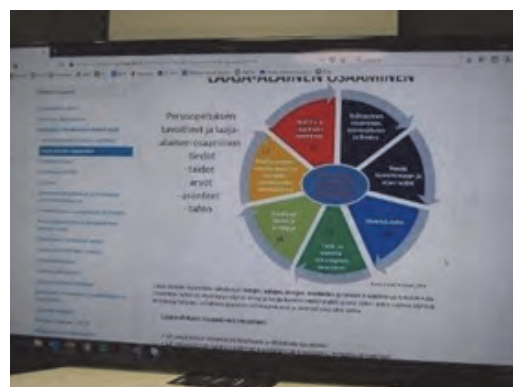


図 4-2-17 教科横断的コンピテンシー

章	節	内容	頁数	章	節	内容	頁数	
5	方程式と不等式			6	14	地図の縮尺	4	
	1	方程式の復習	2		15	体積	2	
	2	方程式を解く	4		16	立方体	2	
	3	分数係数の方程式	4		17	直方体	2	
	4	複数の文字を含む方程式	4		18	復習	2	
	5	解なし，解不定の方程式	4	7	パーセント			
	6	2次方程式	4		1	パーセント	2	
	7	復習	2		2	P%に相当する量は？	4	
	8	プログラミング：繰り返しとリスト	8		3	何%か？	4	
	9	問題解決	2		4	%の変化	4	
	10	方程式を活用した問題解決	6		5	比較の%	4	
	11	不等式	4		6	パーセントポイント	2	
	12	比	4		7	テーマ：人間と天然資源	2	
	13	比例式	4		8	復習	2	
	14	比例と反比例	4		9	基準量の計算	4	
15	復習	2	10		利息	4		
6	平面と空間の幾何				11	パーミル	4	
	1	面積	4		12	テーマ：アルコールと交通	2	
	2	近似計算	4		13	溶液と混合	4	
	3	平行四辺形	4		14	テーマ：税金	4	
	4	三角形	4		15	テーマ：家計	2	
	5	ピタゴラスの定理	4		16	テーマ：将来の進路は？	2	
	6	台形	2	17	復習	2		
	7	多角形	4	巻末	思考問題			7
	8	復習	4		補充問題			42
	9	円周の長さ	4		宿題問題			32
	10	扇形の弧長	2		解答			14
	11	円の面積	4		付録（公式）			2
	12	扇形の面積	2					
	13	相似比	4					

(2) ICT の位置づけ：

① デジタル教科書の有無

教員用デジタル資料のみで，生徒用のデジタル教科書は作成していない。小学校と同様に，「発達段階を考えて生徒には紙の方が望ましい」と考えて作成していないとのことであった。

② ツール

今後に出版予定の新教科書には，様々な教材を充実させる予定であるが，対象教科書には，特に教材は準備されていない。

(3) アプローチ

① 章の展開

ここでは、第7章「パーセント」(52 ページ) について説明する。

章の構成は次の通りである。1つのテーマで構成された節が4節設けられている。

1 パーセント (2p)	11 パーミル (4p)
2 P%に相当する量は? (4p)	12 テーマ: アルコールと交通 (2p)
3 何%か? (4p)	13 溶液と混合 (4p)
4 %の変化 (4p)	14 テーマ: 税金 (4p)
5 比較の% (4p)	15 テーマ: 家計 (2p)
6 パーセントポイント (2p)	16 テーマ: 将来の進路は? (2p)
7 テーマ: 人間と天然資源 (2p)	17 復習 (2p)
8 復習 (2p)	
9 基準量の計算 (4p)	
10 利息 (4p)	

1) 節の構成 1

例えば、9 節「基準量の計算」の構成は、次の通りである。

9 項【基準量の計算】

基準量の説明 (計算する方法が複数あることの補足説明)

(例 1) 30%引きで販売されているローラースケートを 105€支払って購入した。原価はいくらか?

(方法 1) 方程式を使う

$$100-30=70, 0.70x=105, x=150\text{€}$$

(方法 2) 推論する (帰一法)

$$105/70=1.5, 1.5\times 100=150\text{€}$$

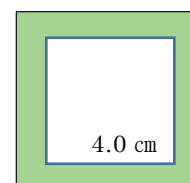
(例 2) 当初 20%引きの価格であった自動車が、その後少し値下げしてさらに 10%引きとなり、その価格は 10800€である。この車の原価はいくらか?

$$\rightarrow 0.8\times 0.9=0.72, 0.72x=10800, x=15000\text{€}$$

問題 1~29 4段階レベル別 (1~5: レベル 1, 6~19: レベル 2, 20~29: レベル 3)

4 空気中には 21%の酸素が含まれている。168L の酸素を含む空気の体積を求めよ。(レベル 1)

28 図で、大きな正方形の 80.0%が小さい正方形であるとき、色のついた部分の面積を求めよ。(レベル 2)



最初に、基準量の求め方 (第3用法の問題の求め方) について簡単な説明がされた後、2つの例題と、その後に 29 の問題がある。問題は 4 段階のレベルが設けられ、レベル 1: 基本問題, レベル 2: 標準問題, レベル 3: 発展問題, レベル 4: 難問題となっている。ただ

し、レベル 4 の問題は、各節のページには 1 問もなく、巻末にある補充問題にのみ設けられている。

また、29 問の問題は、必ずしも全問題に取り組むことを前提とはせず、生徒の理解度に応じて適宜取捨選択して取り組むようになっている。

問題 4 のように理科の内容を題材としたり、問題 28 のように図形の面積を題材としたりするなど、日本の教科書にはない多様な題材の問題が多く存在する。

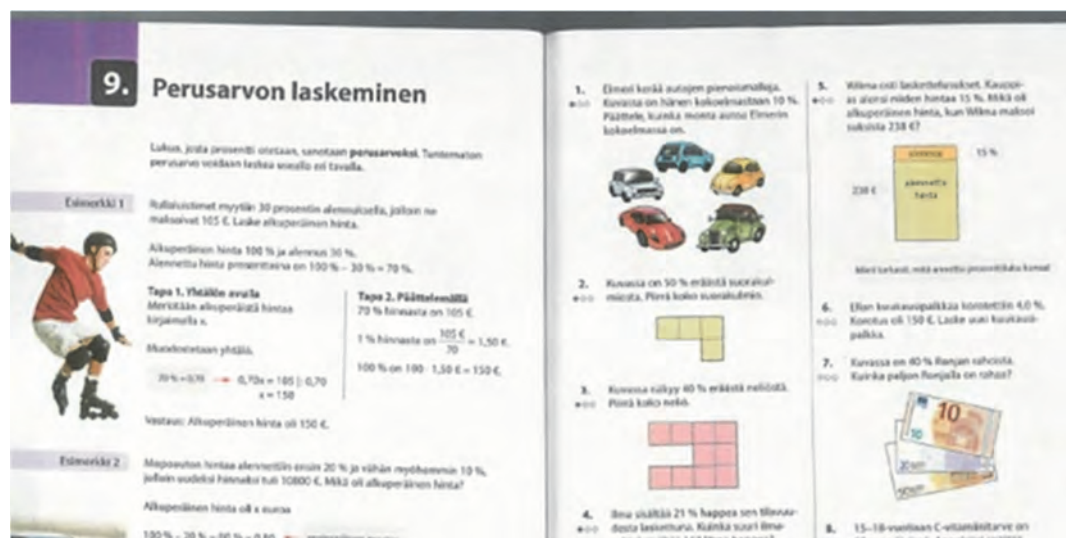


図 4-2-18 節の構成 (p.144-145)

2) 節の構成 2

テーマを設けた節として、例えば 16 節「テーマ：将来の進路」の構成は次の通りである。

16 項【テーマ：将来の進路は？】

表 1 2015 年度春期進路別の募集数と応募者数

進路	募集数	応募者数
高校	40426	33366
人文・教育分野	721	1039
文化分野	3004	4024
社会科学・経営学・行政分野	5180	5031
自然科学分野	1394	1551
技術・交通分野	20037	17432
自然資源・環境分野	2701	2271
社会・健康・スポーツ分野	8101	11327
旅行・栄養・家政分野	5938	3800
合計	87502	79841

問題 1～8

2 a) どの分野に合格するのが、最も難しいか？ (レベル 1)

b) その分野の応募者数は、募集数より何%多いか？ (レベル 1)

7 ピヒラは、電気技師になりたい。物理の評定が 2、数学が 1 上がると、15 科目からなる評定平均値は何%上がるか？ (レベル 1)

表2 2014年度春期の大学学部別の受験者数と合格者数，合格率

学部	受験者数	合格者数	合格率 (%)
教育学部	12681	1823	14
体育学部	2486	100	4
理学部	12340	4632	37
医学部	6191	689	11
音楽分野	718	127	18
法学部	5517	658	12
舞台・舞踊分野	1996	51	3
工学部	7891	3083	39

問題 9～15

11 次に当てはまる学部はどれか？（レベル 1）

- a) 合格率は、医学部より 3 パーセントポイント高い。
b) 合格率は、法学部より 50 パーセントポイント高い。

15 舞台・舞踊分野への受験者数は、前年より 21.3%増えた。

- a) 2013 年度の受験者数は何人か？（レベル 2）
- b) 2013 年度の合格者数は、受験者数の 2.25%であった。何人合格したか？

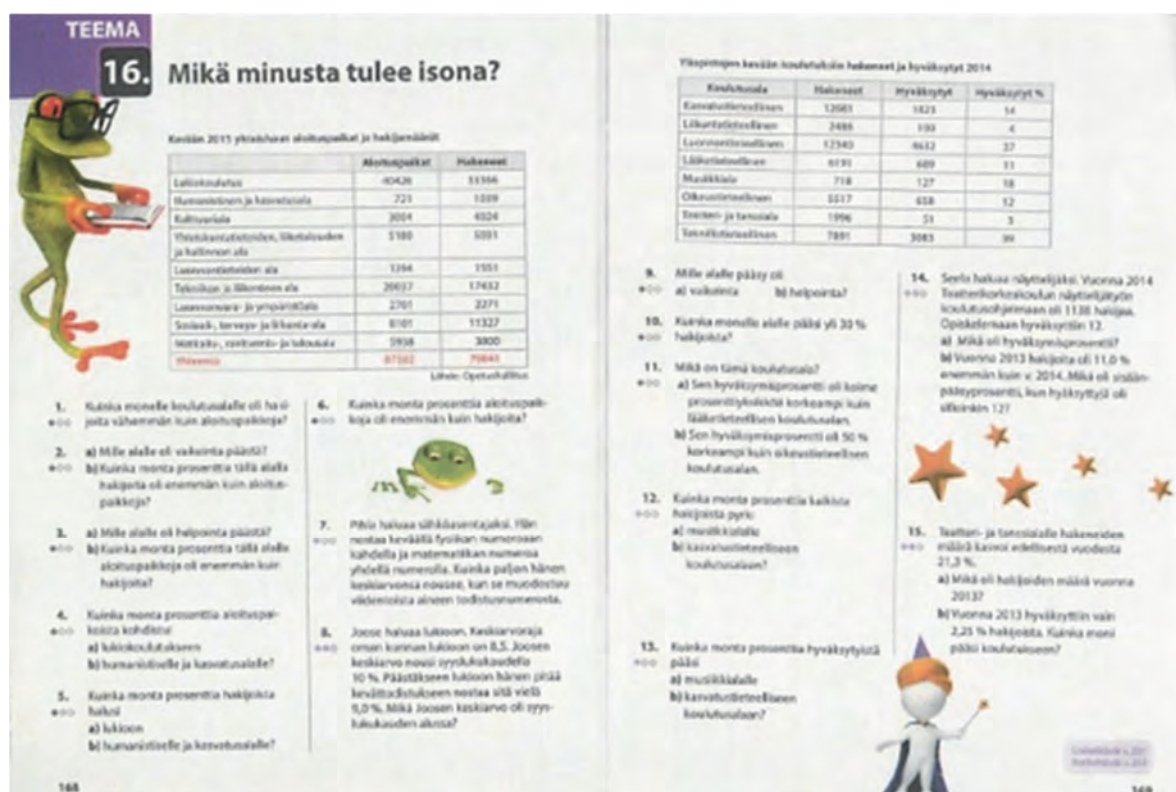


図 4-2-19 節の構成 (p.168-169)

表 1 の進路別の募集数や応募者数，表 2 の大学学部別の受験者数や合格者数など，実際のデータを基に問題が構成されている点に特徴がある。また，日本では扱っていない「パーセントポイント」や「パーセントを基にしたパーセントの問題」（以下，P/P 問題）を扱っている点にも特徴がある。

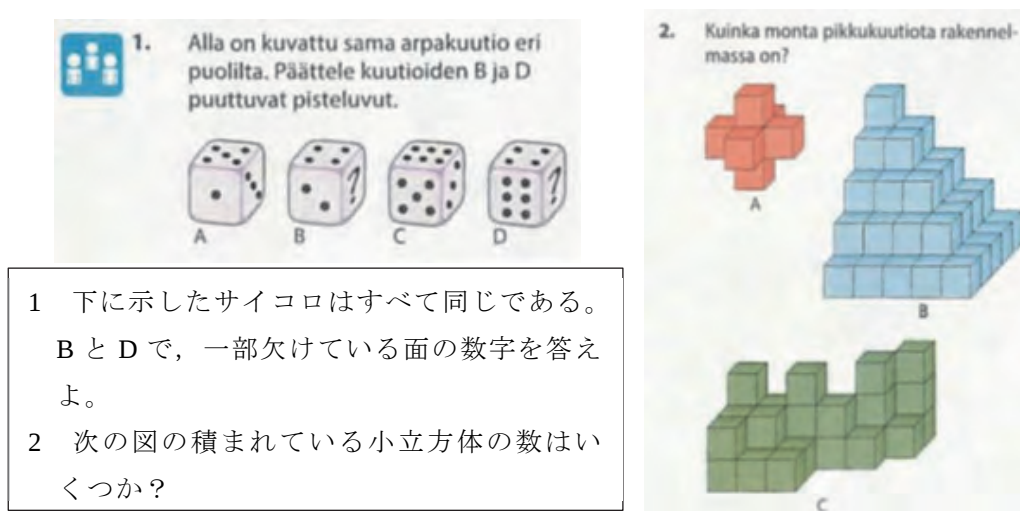
3) 思考問題

5～7 章の後には、思考問題が準備されている。これは、ある単元・節の内容に関連する問題群から構成されている。対応する単元・節とそれぞれの問題数は、次の通りである。

表 4-2-5 思考問題の対応する単元・節と問題数

テーマ	単元・節	問題数
1 どんな比？	方程式と不等式・比	9 問
2 問題の解決	方程式と不等式・方程式の活用	14 問
3 スポーツ	平面と空間の幾何・部分の面積	14 問
4 立体と規則性	平面と空間の幾何・直方体	10 問

思考問題には、例えば「立体と規則性」には次のような問題が扱われている。



- 下に示したサイコロはすべて同じである。
B と D で、一部欠けている面の数字を答えよ。
- 次の図の積まれている小立方体の数はいくつか？

図 4-2-20 思考問題 (p.178)

なお、問題 1 の横にあるマークは、グループで取り組むことを推奨した問題である。また、このテーマの問題群には、レベルは表示されていない。

4) 補充問題と宿題問題

思考問題の後ろには、各章の補充問題と宿題問題があり、問題数は次の通りである。

表 4-2-6 補充問題と宿題問題

単 元	補充問題数 (レベル別 1～4)	宿題問題 (レベル別 1～3)
5 方程式と不等式	152 (=69+29+29+25)	115 (65+25+25)
6 平面と空間の幾何	160 (=28+57+57+18)	127 (69+29+29)
7 パーセント	132 (=56+27+26+23)	95 (47+24+24)

また、補充問題には、レベル 4 の問題が 10～20%程度存在する。例えば、次のような問題である。

<9 基準量の計算の補充問題>

- 73 水道代が 20%上昇した。もし、水道代をかえないようにするには、消費量を何%減少させればよいか？
- 80 ある品物の価格は、年間 8.0%ずつ上昇する。価格が原価の 2 倍以上になるのは何年後か？

これらの問題は、レベル 4 の問題だけあっていずれも難しい。特に 73 番は、次のように複数の文字を使って解く必要があるが、日本の教科書ではどの学校種でも扱われていない。

値上げ前の水道代を A 円、消費量を B リットルとして、値上げ後の消費量を $x\%$ 減少させるとすると、 $1.2A \times (1-x/100) \times B = AB$ より、 $x = (1-1/1.2) \times 100 \div 16.7\%$

② 数学的活動や探究

今後に出版予定の新教科書には、プロジェクト課題のページを設ける予定とのことであるが、対象教科書には特に設けていない。かわりに、1 つのテーマに関する問題群を集めた節を複数設けている。

(4) 内容の取り扱い

① 統計

1) 学年、構成

中学生（7 年生～9 年生）用の教科書で、統計の単元は、9 年生の教科書の 9 章「統計」である。9 章は 19 の節から構成されていて、具体的な内容は次の通りである。

1 復習 (2p)	11 標本調査 (2p)
2 スプレッドシート (4p)	12 復習 (2p)
3 統計 (4p)	13 プログラミング (10p)
4 棒グラフ (4p)	14 テーマ：私たちフィンランド人 (2p)
5 折れ線グラフ (2p)	15 テーマ：人間 (2p)
6 統計と現象 (2p)	16 テーマ：人と自然 (2p)
7 円グラフ (2p)	17 テーマ：本と音楽 (2p)
8 テーマ：数学とメディア (2p)	18 テーマ：選挙の数学 (2p)
9 平均とモード (2p)	19 統計調査 (2p)
10 中央値と散らばり (2p)	(総ページ数：54p)

この中で、8 節「数学とメディア」、14 節「私たちフィンランド人」、15 節「人間」、16 節「人と自然」、17 節「本と音楽」、18 節「選挙の数学」など、生活と関連したテーマにもとづく節が設けられている。一方で、日本の中学校で扱っている「箱ひげ図」は扱っていない。また、巻末には、9 章に関連する補充問題（10p，71 問）、宿題問題（9p，60 問）がある。

2) 特徴

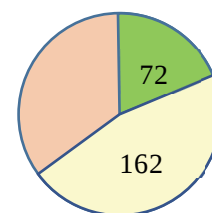
特徴的な扱いについて、4 点あげる。

ア 18 節「選挙の数学」の（例 1）では、A～C の 3 党で 3 人を選出する比例代表制（ドン ト式）による選出方法が説明され、（例 2）では同じ票数を得た場合でも、B 党と C 党が連立した場合では、選出者が異なることを説明している。

イ 7 節「円グラフ」の（例 1）では、次のように、円グラフを描くのに中心角を比例配分する方法を扱っている。

$$360^\circ \div (4 + 9 + 7) = 18^\circ, \quad 4 \times 18^\circ = 72^\circ, \\ 9 \times 18^\circ = 162^\circ, \quad 7 \times 18^\circ = 126^\circ$$

交通手段	人数
徒歩	4
自転車	9
バス、車	7



ウ 補充問題 52 では、日本ではあまり見られない 1 次方程式を活用して解く平均値の問題を扱っている。

(補充問題 52)

10 科目の成績の平均値は x である。もし、4 科目を 1 ずつ上げると、平均値は 8.0 になる。 x を求めよ。

エ フィンランドの中学校の統計教育は、「1 学年でのみ扱っている」、「箱ひげ図は扱っていない」、「統計的問題解決 (PPDAC) は扱っていない」など、日本の中学校の統計教育と比較すると、全体的に扱いが軽いといえる。

② 割合

(5) を参照

③ 確率

1) 学年，構成

中学生 (7 年生～9 年生) 用の教科書で、確率の単元は、9 年生の教科書の 11 章 a「確率」である。11 章は 8 節から構成されていて、具体的な内容は右の通りである。

この中で、6 節「交通と数学」、7 節「ゲームと数学」など、生活に関連したテーマにもとづく節が設けられている。また、巻末には、11 章 a に関連する補充問題 (9p, 80 問)、宿題問題 (7p, 44 問) がある。

2) 特徴

特徴的な扱いについて、2 点あげる。

ア 3 節「数学的確率」の (例 1) では、サイコロを投げて 5 以上の目が出る確率を、分数だけではなく、小数やパーセントの近似値でも求めている。この例に限らず、ほとんどの確率を求める問題では、最終的な答えはパーセントで求めている点に特徴がある。

- | | |
|-------------|-----------------|
| 1 | 数学的な推論 (4p) |
| 2 | 何通りか? (4p) |
| 3 | 数学的確率 (4p) |
| 4 | 統計的確率 (4p) |
| 5 | 連続事象 (4p) |
| 6 | テーマ：交通と数学 (4p) |
| 7 | テーマ：ゲームと数学 (4p) |
| 8 | 復習 (2p) |
| (総ページ数：26p) | |

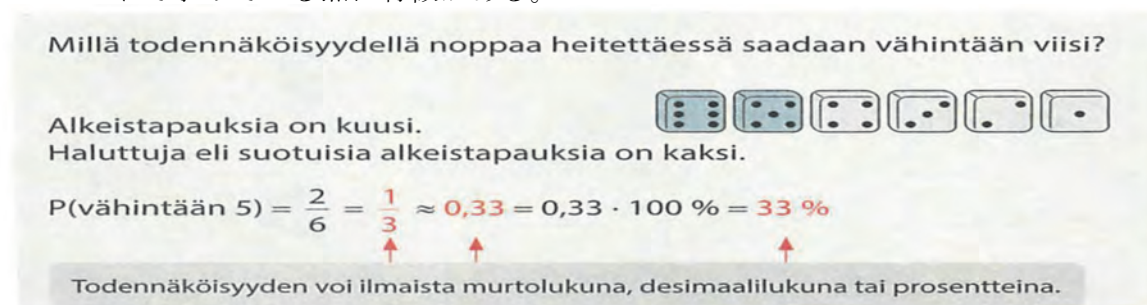


図 4-2-21 サイコロの確率 (p.122)

イ 7 節「テーマ：ゲームと数学」の 6 番の問題は、ロトに関する次のような問題を扱っている。現実事象を取り上げた問題であり、確率を計算することよりも、問題の文脈を理解し適切な確率を求めることに重きを置いた問題である。

ロトは最もポピュラーなゲームである。フィンランド人の 70% は、ときどきロトを楽しみ、30% は毎週楽しんでいることが知られている。町でランダムに出会うフィンランド人が、次の各場合に相当する確率を求めよ。

- a) ロトを楽しまない。 b) ロトは楽しむが、毎週ではない。

④ STEAM

例えば、(5)①で挙げた「空気の体積の問題」のように、現実事象に関わる問題の中には、理科の内容に関わる問題も少なくない。しかし、教科書の紙面には、特に STEAM を意識した記述は見られない。

⑤ プログラミング

5 章「方程式と不等式」の 8 節に「プログラミング：繰り返しとリスト」が 8 ページ（例 7 問と付随する活動 12，問題 16 問）設けられている。例えば、次のような例と活動が記載されている。

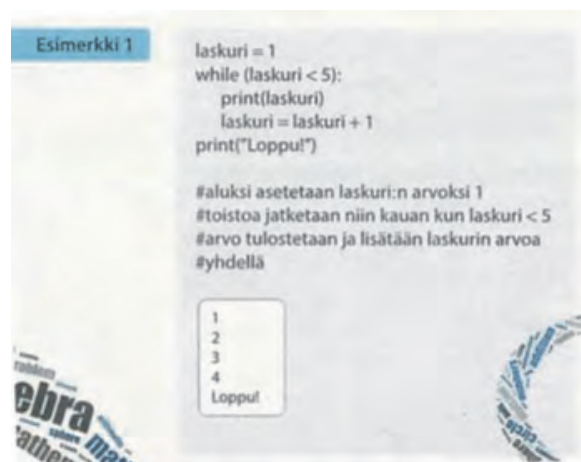


図 4-2-22 プログラミング (p.32)

活動 1 0 から 20 までを打ち出すプログラムを，while 構造を使って作れ。

活動 2 次のプログラムを入力して実行せよ。

最後にどのような結果が得られるか。

```
syote = ""
while (syote != "ohi"):
    syote = str(input("Kirjoita sana: "))
    print("Loppu.")
```

算数教科書と同様に、プログラミングの内容が掲載されているが、上記の内容は、プログラミング言語 Python にもとづくものである。

(5) 示唆

① 現実事象と関連付けたテーマにもとづく節の構成

8 年 7 章「パーセント」、9 年 9 章「統計」、11 章 a「確率」には、現実事象と関連付けたテーマにもとづく問題群で構成される節がいくつか設けてあり、日本の中学校教科書には見られない特徴である。数学の有用性を実感させたり、数学の活用力を育成したりする上で効果的な節構成となっていて、示唆的である。

② 4 段階のレベルに分けられた豊富な問題群

各節には、いくつかの例題が記述された後、豊富な 4 段階レベル別の問題が準備されている。さらに巻末には、同じく 4 段階レベル別の思考問題，補充問題，宿題問題も豊富に記載されている。これらは、すべて取り組むことを想定せずに、生徒の実態に応じて扱うこととなっている。日本の場合は、教科書とは別に問題集を活用することが多いが、教科書に問題集の機能が含まれている点は示唆的である。

4.2.3 高等学校の教科書

(1) 教科書の概要

教科書名：TEKIJÄ 1 [Luvut ja lukujonot] (SanomaPro 社)

2017 年発行，228p. 高校生用（共通必修）

著者：Markku Ekonen, Sanna Hassinen, Paavo
Heiskanen, Katariina Hemmo, Pääinen,
Jorma Tahvanainen, Timo Taskinen

背景：2014 年カリキュラムにもとづく教科書は，現在は，最小限の修正を加えたものであり，全面的に改定した教科書は今後発行予定である。2014 年カリキュラムにもとづく教科書作成の理念は，次の通りである（Anssi Tuovinen 数学編集長より）

- ・中学と同様に，7 つの教科横断的コンピテンシーを意識する。
- ・数学史，学習目標，問題の意図などを記述する。
- ・多くの問題が準備されているが，どの問題に取り組むかを教師が選択する。
- ・問題ごとに，ビデオ教材，アプリ（GEOGEBRA），電卓使用，パソコン使用の有無を示すマークがある。

教科書の執筆は，大学教員，高校教員で行い，1 冊をおよそ 1 年間かけて作成する。

以下に述べる分析対象の教科書の特徴は，最小限の修正を加えたものである。

章構成：章構成は，次の通りである。



図 4-2-23 TEKIJÄ 1

章	節	内容	頁数	章	節	内容	頁数
1		数と計算		4		関数	
	1	整数	10		1	関数	12
	2	実数	10		2	関数のグラフ	19
	3	方程式と不等式	11	5		数列とその和	
2		指数			1	数列	12
	1	指数	10		2	漸化式	11
	2	指数法則	9		3	等差数列	11
	3	指数方程式	12		4	等差数列の和	13
3		パーセント			5	等比数列	13
	1	パーセント	11		6	等比数列の和	9
	2	パーセントの変化	12	巻末		復習	12
						解答	13

この教科書は，5 つの章と巻末の復習，解答で構成され，各章は，章扉に続いて，2～6 の節で構成される。

数学を学ぶ意義に関わる記述としては，教科書の前書きに，「数学はどこで必要か？」というテーマの下で，地方自治体事務局長，起業家，翻訳者，医師，高等学校校長，看護師，

マーケティングコーディネーターなど、計 11 人の方の、自分の職業に対する数学の必要性を述べた記載がある。

○地方自治体事務局長

「私は、社会学の学士号と健康科学の修士号を持っています。私は、地方自治体の事務局長として働いています。財務表、入札、調達などの予算を計画する上で、数学が必要です。」

(2) ICT の位置づけ

高校では、小学校、中学校と異なり、生徒用のデジタル教科書を作成する。教室では、生徒はデジタル教科書、紙の教科書のいずれを使用してもよいようになっている。

また、問題によって、ビデオ教材の有無、電卓使用の不可を示すマークを設けている。電卓使用することを前提として、使用不可にマークがある点は、日本の教科書と異なる点である。

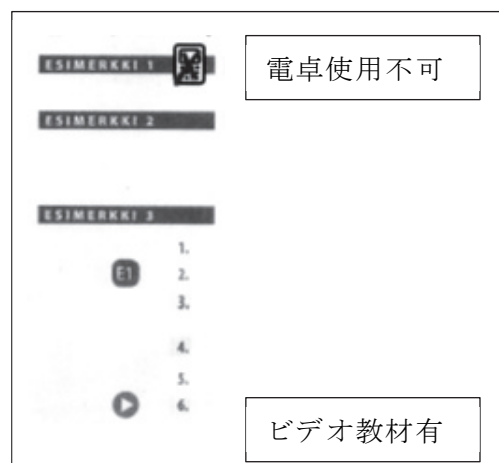


図 4-2-24 教科書のマーク (p.3)

(3) アプローチ

① 章の構成

ここでは、第 3 章「パーセントの計算」(23 ページ) について説明する。

章の構成は、次の通りで、中学までの復習に当たる基本的な内容の 1 節「パーセント」と、発展的な内容の 2 節「パーセントの変化」から構成されている。

3.1 パーセント 基本 (4p) 変化と比較のパーセント (2p) パーセントポイント (1p) 演習 (4p)	3.2 パーセントの変化 変化量を求める (4p) パーセントに関する方程式 (3p) 演習 (5p)
--	---

1) 節の構成 1

第 1 節「パーセント」の構成は、次の通りである。

はじめに、パーセントの意味と分数、小数との関連を示す基本事項についての説明が 1 ページあり、その後は次のような 4 つの例と 24 問の演習問題がある。

3.1 【パーセント】

○基本

解説：数値 a の $p\%$ を求めるには、 $p\%$ を小数で表し、次に a にその小数をかけること

例 1 脂肪 1.5% の低脂肪牛乳を、学生は食堂でコップ一杯 220g 飲んだ。

a) 何 g の脂肪を摂取したか。→ $220 \times 0.015 = 3.3\text{g}$

b) 100g の低脂肪牛乳のエネルギーは、191kj である。エネルギー量の 29% が脂肪から、27% がプロテインから、43% が炭水化物から摂取する。この学生は、脂肪、プロテイン、炭水化物からそれぞれ何 kj のエネルギーを摂取したか？

→ $(191 \div 100) \times 220 = 420.2$, $420.2 \times 0.29 \div 122\text{kj}$, $420.2 \times 0.27 \div 113\text{kj}$,
 $420.2 \times 0.43 \div 181\text{kj}$

例 2 25 人の学生が数学の試験を受験した。8 人が優秀の評価で、そのうちの 2 人が 10 段階評価の 10 であった。

- a) 受験者のうち、何%が優秀の評価であったか？ → $8/25=0.32=32\%$
 b) 優秀の評価のうち、何パーセントが 10 の評価でしたか。→ $2/8=0.25=25\%$

○変化と比較のパーセント

例 3 携帯電話の価格が、オンラインショップでは 663€, 販売店では 720€で販売されている。

- a) 販売店で購入すると、オンラインショップより何%多く支払うことになるか？
 → $(720-663)/663 \div 0.086=8.6\%$
 b) 販売店で商品を 650€に値下げすると、何%引きになるか？
 → $(720-650)/720 \div 0.097=9.7\%$

○パーセントポイント

例 4 2015 年度国会議員選挙の国民連合党の支持率は 18.2 %で、2011 年度の選挙では 20.4 %であった。

- a) 政党支持率は、何パーセントポイント下落したか？ → $20.4-18.2=2.2\%pt$
 b) 政党支持率は、何パーセント下落したか？ → $2.2/20.4 \div 0.108=10.8\%$

○演習 137~160 (24 問)

The image shows two pages from a textbook. The left page is titled "Perustilanteita" (Basic situations) and contains several percentage problems and solutions. The right page is titled "POLIMERIT" (Polymers) and contains a problem about the energy content of a polymer.

Perustilanteita

Prosenttikeräilyä tulisi käyttää 100-luvulla. Sitä voidaan käyttää myös prosentteina. Sitä voidaan käyttää myös prosentteina. Sitä voidaan käyttää myös prosentteina.

Kahden luvun suhteella tarkoitetaan kahden luvun suhteellisuutta. Esimerkiksi luvun 30 g ja 60 g suhte on $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$. Suhteen arvo on sita yksikötön luku, joka voidaan ilmaista myös prosentteina. Prosentti tarkoittaa sadanosa ja sitä merkitään symbolilla %.

$\frac{30}{60} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$

Prosentti

Prosentti merkitään sadanosa symbolilla.

$1\% = \frac{1}{100} = 0.01$

Prosenttiluvut voidaan muuttaa myös desimaaliluvuiksi. Prosentti merkitään sadanosa symbolilla.

$1\% = \frac{1}{100} = 0.01$

Lasketaan prosenttikeräilyä p % muuttamiseksi yleensä joko desimaaliluvuksi tai murto-osaksi. Prosenttiluku muutetaan desimaaliluvuksi jakamalla luvulla 100.

prosenttiluku	murto-osaksi	desimaaliluku
20 %	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	0.20
150 %	$\frac{150}{100} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$	1.50
0.4 %	$\frac{0.4}{100} = \frac{4}{1000} = \frac{1}{250}$	0.004

POLIMERIT

Kevytterästen massa on 1.5 g on ruokaa. Opiakelija joo ruokailuaan laillisen eli 220 g kevytteriä.

a) Kuinka monta grammaa ruokaa hän saa annoksesta?

b) 100 g kevytteriä sisältää energiaa 191 kJ (kilojoulea). Ruokien osuus tästä energiamäärästä on 29 %, proteiinin 27 % ja hiilihydraattien 43 %. Kuinka monta kilojoulea energiaa opiskelija saa ruokasta, proteiineista ja hiilihydraateista? Anna vastaukset kilojoulen tarkkuudella.

c) Ilmaistun prosenttiluvun desimaaliluku.

$1.5\% = 0.015$

Lasketan ruokan massan.

$0.015 \cdot 220 \text{ g} = 3.3 \text{ g}$

d) Jos 100 g maitoa sisältää 191 kJ energiaa, yksi gramma sisältää sadanosa tästä energiasta eli 1.91 kJ.

Tällöin 220 g maitoa sisältää energiaa $220 \cdot 1.91 \text{ kJ} = 420.2 \text{ kJ}$.

Lasketan ruokien sisältämä energia.

$29\% = 0.29$

$0.29 \cdot 420.2 \text{ kJ} = 121.858 \text{ kJ} \approx 122 \text{ kJ}$

Lasketan proteiinin sisältämä energia.

$27\% = 0.27$

$0.27 \cdot 420.2 \text{ kJ} = 113.454 \text{ kJ} \approx 113 \text{ kJ}$

Lasketan hiilihydraattien sisältämä energia.

$43\% = 0.43$

$0.43 \cdot 420.2 \text{ kJ} = 180.686 \text{ kJ} \approx 181 \text{ kJ}$

e) Opiakelija saa ruokaa 3.3 g.

f) Opiakelija saa energiaa ruokasta 122 kJ, proteiineista 113 kJ ja hiilihydraateista 181 kJ.

図 4-2-25 節の構成 1 (p.75-76)

ここで扱っているタイプの問題は、すべて中学校で学習している内容である。この節は、中学校までのパーセントの理解を深めるスパイラル的な位置づけになっているといえる。

2) 節の構成 2

第 2 節「パーセントの変化」の構成は、次の通りである。

はじめに基準量から一定の割合で増減した後の変化量の求め方の説明があり、その後に 5 つの例題と 22 問の演習問題がある。

3.2 【パーセントの変化】

○変化量を求める

解説：基準量を a として、25%増や 20%引きの場合の変化量は $1.25a$ 、 $0.8a$ となること

例 1 航空会社は、航空券を年の初めに 35%値下げし、さらに夏に 20%値下げした。11 月に燃料費の高騰のため、30%値上げしなければならなかった。航空券代は、年の初めは 130€であった。航空券を 12 月に購入する場合は、いくら支払えばよいか？

$$\rightarrow 0.65 \times 0.8 \times 1.3 \times 130 = 87.88\text{€}$$

例 2 ある製品の価格は、最初に 25%上昇したが、その後 30%減少した。最終的に、何%の増加または減少になったか？

$$\rightarrow 1 - 1.25 \times 0.7 = 0.125 = 12.5\%$$

例 3 あるパン屋のロールパンについて、体積を 8.0%大きくして価格は 15.0%値上げすることにした。1 kgあたりの価格は何%変化したか？

$$\rightarrow 1.15 / 1.08 - 1 = 0.065 = 6.5\%$$

○パーセントに関する方程式

例 4 フィンランドエネルギー会社の株価の配当金が、2015 年 4 月に 8.0%下落して、18.40€であった。

a) 下落前の配当金はいくらか？ $\rightarrow 0.92x = 18.4$ より $x = 20.00\text{€}$

b) 2 か月後の配当金は 16.74€に下落した。元の配当金までになるには、何%上昇すればよいか？ $\rightarrow 16.74x = 20$ より $x = 1.195 \rightarrow 1.195 - 1 = 0.195 = 19.5\%$

例 5 レーズンは、葡萄に含まれる水分を蒸発させて製造する。葡萄は、乾燥させる前は 82%の水分を含んでいる。レーズンは、20%の水分を含んでいる。葡萄の何%を蒸発させると、レーズンができるか？

$\rightarrow$ 葡萄の重さ a 、できたレーズンの重さ b として、

$$0.18a = 0.8b, b = 0.18a / 0.8 = 0.225a, 1 - 0.225 = 0.775 \div 78\%$$

○演習 161～182 (22 問)

第 2 節では、パーセントのパーセントを考える問題（PP 問題と呼ぶ）や、文字を使って解決するレベルの高い問題を扱っている。特に、例 5 は、82%の基準量と 20%の基準量が異なるので、間違いやすい問題である。

Muuttuneen arvon laskeminen

Kun tunnetaan suuren prosentuaalinen muutos, voidaan muuttunut arvo laskea helpoiten prosenttikerroin avulla. Prosenttikerroin kuvaa perusarvon ja muuttuneen arvon (vertailuarvon) välistä suhdetta.

perus-arvo	muutos	prosenttikerroin	muuttunut arvo
a	suurenee 25 %	$100 \% + 25 \% = 125 \% = 1,25$	$1,25 \cdot a$
	pienenee 20 %	$100 \% - 20 \% = 80 \% = 0,8$	$0,8 \cdot a$

hinta 50 €

hinta suuree 25 %

uusi hinta $1,25 \cdot 50 \text{ €}$

hinta laskee 20 %

uusi hinta $0,8 \cdot 50 \text{ €}$

ESIMERKKEJÄ

Lentoyhtiö alensi lentolippujen hintoja vuoden alussa 35 %. Kesällä hintoja alennettiin vielä 20 %. Marraskuussa lippujen hintoja joulukuun nostettiin 30 % lokakuun alun polttoainekorotusten vuoksi. Lentolipun hinta vuoden alussa oli 130 €. Kuinka paljon Minja maksoi lipusta ostonsa sen joulukuussa?

PERUSTAMIS

Ensimmäistä hintan alennusta kuvaava prosenttikerroin on $100 \% - 35 \% = 65 \% = 0,65$.

Lipun hinta ensimmäisen alennuksen jälkeen on $0,65 \cdot 130 \text{ €}$.

Toista hintan alennusta kuvaava prosenttikerroin on $100 \% - 20 \% = 80 \% = 0,8$.

Lipun hinta kahden alennuksen jälkeen on $0,8 \cdot 0,65 \cdot 130 \text{ €}$.

Hinnan korotusta kuvaava prosenttikerroin on $100 \% + 30 \% = 130 \% = 1,3$.

Lipun hinta joulukuussa on $1,3 \cdot 0,8 \cdot 0,65 \cdot 130 \text{ €} = 87,88 \text{ €}$.

VASTAUS

Minja maksoi lipusta 87,88 €.

図 4-2-26 節の構成 2 (p.85-86)

3) 演習問題

各節の後ろに、演習問題がある。基本問題と発展問題からなり、例と関連付けた問題が、例と同じ順序で掲載されている。電卓を使用してよい問題にはマーク（問題番号に網掛け）があったり、問題に関連するビデオ教材がある場合にもマーク（▷）がついていたりする。3.2 には、基本問題 14 問、発展問題 8 問がある。例えば、次のような問題である。

<基本問題>

- 163 ロニは、1900€の月給をもらっている。1 年後には月給が 5%上昇し、さらに 1 年後には 7%上昇した。しかし、最後に 5%カットされた。最終的な月給はいくらか？

$$\rightarrow 1900 \times 1.05 \times 1.07 \times 0.95 \\ = 2027.92 \text{ €}$$

Harjoitustehtävät

Perustehtävät

161. Täydennä taulukko.

a)

suureen arvon muutos	prosenttikerroin
kasvaa 20 %	
kasvaa 67 %	
vähenee 15 %	
vähenee 0,5 %	
kasvaa 160 %	

b)

suureen arvon muutos	prosenttikerroin
	0,45
	1,07
	2,45
	0,02
	1,008

162. Tuotteen hinta on alussa a. Miten hinta on muuttunut, jos uusi hinta on

a) $1,8a$

b) $0,35a$

c) $0,002a$?



163. Lääketehtaan valmistamassa särkylääkkeessä oli alun perin 420 mg vaikuttavaa ainetta. Saadakseen lääkkeen reseptivapaaan myyntiin tehdas alensi vaikuttavan aineen määrää 35 %. Kuinka paljon lääkkeessä oli tämän jälkeen vaikuttavaa ainetta?



164. Ronin kuukausipalkka oli 1 900 €. Hänen palkkaansa nostettiin eräänä vuonna ensin 5 % ja sitten vielä 7 %. Vuoden lopussa palkkoja kuitenkin leikattiin 5 %. Kuinka suuri oli Ronin kuukausipalkka vuoden lopussa?

図 4-2-27 演習問題 (p.92)

＜発展問題＞

179 泥炭は水分を 60%含んでいる。蒸発したら、水分含有量が 20%となった。泥炭の容量は、何%減少したか？

→泥炭 x g, 蒸発後の水分を y g とすると, $(0.4x+y) \times 0.2 = y$ より, $y = 0.1x$

よって, $1 - (0.1x + 0.4x) \div x = 0.5 = 50\%$

180 ある会社は、2 年間で 40%収益が上がった。

a) もし、1 年間での収益の増加率が同じだとしたら、1 年間当たり何%の収益が上がったといえるか？

b) 同じ割合で会社の収益が増加を続けると、何年で収益が最初の 90%増を超えるか？

→a) $x\%$ とすると, $x^2 = 1.4$ より,

$x = \sqrt{1.4} \div 1.18$ 18%増

b) $1.4^2 = 1.96 > 1.9$ より, 4 年間

特に、発展問題の 179 は、60%の基準量と 20%の基準量が異なり、複数の文字を使って解決する難しい問題である。

4) 復習問題

巻末に、復習問題が掲載されている。選択肢問題 32 問、電卓使用不可の問題 26 問、電卓使用可の問題 25 問が掲載されている。例えば、第 3 章に関わる問題として、次のような問題がある。

＜選択肢問題＞

16 乾燥後のキノコの質量は 4.0g で、乾燥前より 80%減少した。乾燥前のキノコの質量は？

a) 7.2g b) 20.0g c) 5.0g

→ $4.0 \div 0.2 = 20.0$ g より b)

＜電卓使用不可問題＞

15 a の値が次のように変化するとき、パーセントは何%増加・減少するか？

a) $1.08a$ b) $0.64a$ c) $2.1a$ d) $1.005a$

→ a) 8%増 b) 36%減 c) 110%増 d) 0.5%増

＜電卓使用問題＞

11 白酢には、10%の酢酸が含まれている。サラダドレッシングとして使うには、白酢に含まれる酢酸の濃度を水で薄めて 4.0%に希釈する必要がある。1.5dL のサラダドレッシングを作るには、希釈されていない白酢と加える水の量を何 dL にすればよいか？

→ $1.5 \times 0.04 = 0.06$, $0.06 \div 0.1 = 0.6$ dL, $1.5 - 0.6 = 0.9$ dL より, 白酢 0.6dL, 水 0.9dL

電卓使用不可の問題と使用可の問題があるのは、4.1(3)「大学入試制度」で述べたように、試験問題に、使用可の問題と使用不可の問題があるからであると考えられる。

② 数学的活動や探究

特に意識したページは設けられていない。

(4) 内容の取り扱い

① 統計

短い数学用の教科書（2 巻～8 巻）の中で，統計の内容を扱っているのは，必修科目の 5 巻「統計と確率」（第 1～4 章）と，選択科目の 8 巻「統計と確率Ⅱ」（第 1～6 章）である。

1) 5 巻「統計と確率」

1～4 章の構成は，次の通りである。

表 4-2-7 5 巻 1～4 章

1 章	統計	1 統計の基本概念	例 1～6	演習問題 1～27	20p
		2 統計グラフの解釈	例 1～4	演習問題 28～48	21p
		3 度数分布	例 1～4	演習問題 49～68	15p
		4 統計量の計算	例 1～5	演習問題 69～86	17p
		5 2 変数分布（散布図）	例 1～4	演習問題 87～102	19p
2 章	確率	1 確率の基本概念	例 1～3	演習問題 103～124	13p
		2 確率の計算	例 1～6	演習問題 125～150	14p
		3 確率の積の法則	例 1～4	演習問題 151～173	13p
		4 確率の和の法則	例 1～4	演習問題 174～194	10p
		5 順列と組合せ	例 1～5	演習問題 195～224	14p
3 章	追加	1 変数の分類	例 1		2p
		2 標本調査	説明のみ		1p
		3 加重平均	例 1	演習問題 225～227	3p
		4 統計量の計算	例 1～2		6p
		5 四分位数	説明	演習問題 228～230	3p
		6 樹形図	例 1		1p
4 章	復習： 統計と確率	1 コースの主な内容	説明	演習問題 1～29	12p
		2 数学的なモデル	例 1～4	演習問題 30～51	13p
		3 選択肢問題		演習問題 1～35	5p

1 章では，ヒストグラム，度数分布多角形，累積相対度数，平均値，標準偏差，標準化，散布図，回帰直線等を扱っている。例えば，5 節（例 2）では，次のようにスプレッドシートを使って回帰直線を求める問題を扱っている。

（例 2）イチゴ価格は生産量に依存する。イチゴ農家は，7 年間にわたって生産量と価格との関係を調査した。その結果は，次の表の通りである。

年	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
生産 (t)	3.8	5.9	5.8	4.4	5.0	4.6	5.2
価格 (€/kg)	7.20	4.80	5.00	6.80	5.20	6.50	5.40

- 生産量 x_t のときの価格 y €/kg として， y と x の関係の回帰直線を求めよ。
- 生産量が 6.5t ならば，価格はいくらと予想できるか？
- 2016 年は，価格が 8.0€/kg であった。生産量は何 t だと予想できるか？

2章では、確率の積の法則、和の法則、順列と組合せを用いた確率の求め方等を扱っている。例えば、4節（例4）では、次のように現実事象と関連付けた統計的確率をもとに、積の法則と和の法則を用いて解決する問題を扱っている。

（例4）VRは、Savon 駅での雪と霜により、次の Kuopio 駅、Pieksämäki 駅、Mikkeli 駅までの列車の遅延を調査した。その結果、列車が予定通りに駅に到着した場合は、0.10 の確率で次の駅に遅れていた。列車が駅に遅れて到着した場合は、0.45 の確率で次の駅に遅れていた。このことから、もし列車が Kuopio 駅に遅れたときに、予定通り Mikkeli 駅に到着する確率はどれくらいか？

また、3章では、標本調査、加重平均、四分位数、標本標準偏差等を扱っていて、例えば4節（例2）では、次のように標本標準偏差を求める問題を扱っている。

（例2）Venlaは、外気温を毎晩19時に測定した。1週間の測定結果は、次の表の通りである。この外気温の標本標準偏差を求めよ。

日	1	2	3	4	5	6	7
外気温（℃）	9	5	7	10	12	9	6

全体を通して、日本の高校数学Iの「データの分析」と比較すると、日本では扱っていない「回帰直線」「加重平均」「標本標準偏差」を扱っている一方で、日本で扱っている「仮説検定の考え」「相関係数（計算式）」は扱っていない点を特徴として挙げることができる。また、確率については、現実事象と関連付けた統計的確率を用いた問題を多く扱っている点が、日本の教科書と異なり特徴的である。

2) 8巻「統計と確率Ⅱ」

1～6章の構成は、次の通りである。

表 4-2-8 8巻 1～6章

1章	離散的な確率分布	1 確率の求め方の復習	例 1～3	演習問題 1～15	10p
		2 繰り返しと 2 項確率	例 1～4	演習問題 16～45	15p
		3 2 項分布	例 1～4	演習問題 46～70	17p
2章	連続的な統計分布	1 連続変数の度数分布	例 1～5	演習問題 71～99	25p
		2 平均値と標準偏差	例 1～4	演習問題 100～118	16p
		3 分布の説明と比較	例 1～3	演習問題 119～138	21p
3章	連続的な確率分布	1 連続的な分布の表現	例 1～5	演習問題 139～169	23p
		2 正規分布	例 1～4	演習問題 170～199	15p
		3 正規分布の適用	例 1～6	演習問題 200～230	18p
4章	統計的推論	1 標本平均と信頼区間	例 1～3	演習問題 231～251	16p
		2 誤差の分布と信頼区間	例 1～3	演習問題 252～269	13p
5章	追加	1 クロス集計	例 1	演習問題 270～272	5p
		2 統計グラフ		説明のみ	2p
		3 標本分布		説明のみ	2p
		4 標準誤差と標本のサイズ	例 1～2	演習問題 273～277	4p
6章	復習： 統計と確率Ⅱ	1 コースの主な内容	説明	演習問題 1～12	8p
		2 数学的なモデル	例 1～4	演習問題 13～28	11p
		3 選択肢の問題		演習問題 1～25	2p

1～6 章を通して、2 項分布、正規分布、正規分布にもとづく区間推定等を扱っている。例えば、6 章 2 節（例 1）（例 4）では、次のような問題を扱っている。

（例 1）父親が一型糖尿病を患った場合、その子供も 4.9 %の確率で罹患する。ある 5 人の子供を持つ父親が一型糖尿病を患った。

- 0～5 人の子供が一型糖尿病に罹患する確率をそれぞれ求め、確率分布図に示せ。
- 最大 1 人の子供が一型糖尿病に罹患する確率を求めよ。
- 5 人の子供がいる家庭で、罹患する子供の数の期待値と標準偏差を求めよ。
その期待値は何を表すか。

（例 4）香水を瓶に充填する機械がある。この機械が香水を瓶に詰めるときの設定値に対する標準偏差は、通常約 1.5 mL である。この機械で詰めた瓶の標本を 30 本抽出して、これらの瓶の内容量を調べたところ、以下の結果 (mL) が得られた。

50,1	50,3	47,7	48,4	50,3	49,1	52,9	51,2	51,3	51,4
53,4	53,9	51,8	52,1	50,7	51,3	49,5	52,8	53,7	50,8
53,4	50,6	50,8	52,0	52,1	52,0	52,3	51,7	51,3	52,5

- 香水の内容量の標本平均と標準誤差を求めよ。
- 危険率 5 %として、平均値の信頼区間を求めよ。
- 香水の平均値が 52 mL /本の場合であれば、適切であると判断する。上記の結果から、機械の設定値を調べる必要があるかないかを判断せよ。

全体を通して、日本の高校数学 B「統計的な推測」と比較すると、日本で扱っている「仮説検定」は扱っていない一方で、上記で挙げた「糖尿病の遺伝」の問題等、現実の事象を取り上げた問題が多い点を特徴として挙げることができる。また、小学校、中学校の統計指導と同様に、「統計的問題解決 (PPDAC)」を意識した記述も見られない。

② 割合

(3)を参照

③ 確率

①を参照

④ STEAM

例えば、(5)①で述べた「食物エネルギーの栄養素の問題」のように、他教科の内容と関わる問題は少なくない。しかし、教科書の紙面には、特に STEAM を意識した記述は見られない。

⑤ 経済数学

ここでは、日本にはないテーマで構成されている短い数学の 6 巻「経済数学」の内容を紹介する。具体的には、次のような内容で構成されている。

1 章 導入 1.1 家計の収入と支出 1.2 公的な金融 2 章 お金とその価値 2.1 通貨 2.2 指数(割合) 2.3 お金の価値 3 章 個人の財政計画 3.1 収入と税金 3.2 その他の税金や手数料 3.3 金利	4 章 投資と資金調達 4.1 投資 4.2 いろいろなローン 5 章 企業の金融 5.1 割引と投資の計算 5.2 マージンの計算 6 章 補足 6.1 統計の復習 6.2 数列と和 6.3 年率 6.4 経済数学の概念
---	---

「経済数学」で扱っている問題は、外貨への両替やローンの返済等、社会の中で活用されている経済に関わる問題であり、例えば、次のような問題（4章2節（例5））である。

（例5）別荘を購入するのに、消費者ローン会社から80000€を借りた。返済期間を10年として、実質年利3.9%で毎月定額を返済する（元利均等返済）。5年後の返済残額はいくらになるか？

＜解答＞ 毎月の返済額 A €とすると、

$$A = 80000 \times (1 + 0.039)^{12 \times 10} \times \frac{1 - (1 + 0.039/12)}{1 - (1 + 0.039/12)^{12 \times 10}}$$

$$= 806.164 \dots \approx 806.16$$

よって、5年後の返済残額は、

$$V = 80000 \times (1 + 0.039/12)^{12 \times 5} - 806.16 \times \frac{1 - (1 + 0.039/12)^{60}}{1 - (1 + 0.039/12)}$$

$$= 43881.72 \dots$$

$$\approx 43882$$

となり、43882€ となる。

これらの問題解決では、割合や数列、方程式、関数、統計等の知識を使うものが少なくない。短い数学の必修科目である6巻全体が、日本の高校数学ではほとんど扱われていないような問題で構成されており、特徴的である。

(5) 示唆

① 各節に設けられた豊富な問題数

各節には、関連する問題が豊富に準備されている（1巻全体で、357問）。また、巻末にも復習問題として、選択肢問題32問、レベルA問題26問、レベルB問題25問（計83問）があり、日本の教科書と比べると非常に多い。中学校教科書と同様に、教科書に問題集の機能が含まれている点が示唆的である。

② 現実事象と関連付けた問題群

(3)で取り上げた複数の問題のように、全体を通して、日本の教科書ではあまり見かけない現実事象と関連付けた問題が多数掲載されている。また、(3)⑤で取り上げた「経済数学」の教科書は、経済に関わる数学の問題を集めた巻になっていて、経済との関連が実感できる内容で構成されている。これらの問題解決を通して、数学の有用性を実感することが期待できる点で示唆的である。

(熊倉啓之)

4.2 の引用

Leena Hänninen, Kirsi Malinen, Pekka Ranta, Lasse Vallo , (2018) , Milli 3A, Sanoma Pro

Sanna Hassinen, Olli Latva, Jari-Pekka Makkonn, Maria Pirttimaa, Aulis Tolvanen, (2017), KUUTIO 8, Sanoma Pro

Markku Ekonen, Sanna Hassinen, Paavo Heiskanen, Katariina Hemmo, Pääakinen, Jorma Tahvanainen, Timo Taskinen ,TEKIJÄ 1 [Luvut ja lukujonot] , (2017), Sanoma Pro

4.3 ニュージーランド

ニュージーランドの教育制度は、次の表 4-3-1 の通りである。

表 4-3-1 教育制度

第 1 学年 (Y1)	5 歳	初等教育	6 年間
第 2 学年 (Y2)	6 歳		
第 3 学年 (Y3)	7 歳		
第 4 学年 (Y4)	8 歳		
第 5 学年 (Y5)	9 歳		
第 6 学年 (Y6)	10 歳		
第 7 学年 (Y7)	11 歳	中等教育	中間期間
第 8 学年 (Y8)	12 歳		2 年間
第 9 学年 (Y9)	13 歳		中等教育
第 10 学年 (Y10)	14 歳		
第 11 学年 (Y11)	15 歳		
第 12 学年 (Y12)	16 歳		
第 13 学年 (Y13)	17 歳		

ニュージーランドでは 5 歳の誕生日の翌日に小学校に入学し、10 歳までの 6 年間の初等教育、11 歳～17 歳までの 7 年間 (6-7 型) の中等教育を基本としている。表 4-3-1 に示すように日本の中学校に当たる中間期間 (11 歳～12 歳) を設け、初等学校 6 年＋中間学校 2 年＋中等学校 5 年 (6-2-5 型) の教育制度をとる学校や初等学校 6 年＋中間学校 4 年＋中等学校 3 年 (6-4-3 型)、初等学校 8 年＋中等学校 5 年 (8-5 型) の学校があり地区ごとに異なる。義務教育は第 10 学年まで、公立と私立の割合は約 95 対 5 である。

(1) 基礎教育国家カリキュラムについて

ニュージーランドでは習熟度教育が実施され、図 4-3-1 に示すように学年とは別にレベル 1～8 が定義され、国定カリキュラムにはレベルごとに各科目の学習内容が規定されている。

(2) 大学入試制度

大学入試資格制度 (Bursary) が 2002 年に廃止され、新しい評価制度 NCEA (National Certificate of Education Achievement) がスタートした。旧制度 Bursary はイギリストップ水準の難易度であったことや、先住民マオリとの格差是正、脱イギリスなどの社会問題の影響もあって見直しが行われ、新たな制度の導入によりゆとり教育に大きく舵を切った。同時に、国際的に通用する教育を目指し、国際バカロレア (IB : International Baccalaureate) や IGCSE (International GCSE) を導入するレベルの高い公立高校も増えた。

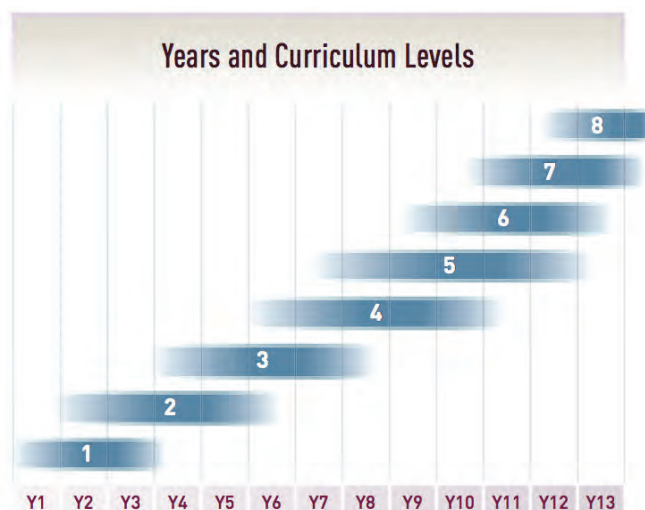


図 4-3-1 学年とカリキュラムレベルの対応（資料：NZ 教育省（2015））

(3) その他

ニュージーランドはかねてより統計教育に注力し、PISA2003 の数学リテラシー「不確実性とデータ」領域で上位 5% の得点が 1 位を獲得した他、PISA2006 の「科学リテラシー」試験の上位 5% の得点 2 位、IGCE-A レベルの数学 2005 で 1 位、IGCSE 数学 2006 で 1 位など、高い成績をおさめた。このような実績が認められ、特に統計教育においては海外から注目を集めた。

2009 年には、科目「数学：Mathematics」の名称を「数学と統計：Mathematics and Statistics」に変更し、さらなる統計教育の充実を目玉としたカリキュラム改革を行った。義務教育であるレベル 6 までは、レベルごとに「数と代数：N&A (Number and Algebra)」, 「幾何と測定：G&M (Geometry and Measurement)」, 「統計：S (Statistics)」の 3 領域でカリキュラムが構成されている。領域ごとの学習量は、表 4-3-2 の通りである。レベルまたは年次が上がるごとに「数と代数」が少なくなり、統計が多くなっている。また、レベル 7 と 8 は進路に合わせて「数学」と「統計」の別科目を選択できる。統計教育の充実が、ニュージーランド数学教育の大きな特徴といえる。

表 4-3-2 レベル別領域ごとの学習量の目安（NZ 教育省（2015））

レベル 1 (小 1)	レベル 2 (小 2-3)	レベル 3 (小 4-5)
レベル 4 (小 6-中 1)	レベル 5 (中 2-3)	レベル 6 (高 1)

ニュージーランドのカリキュラムについては、教育省が開設するポータルサイト TKI (Te Kete Ipurangi – the online knowledge basket – is New Zealand’s bilingual education portal, <https://www.tki.org.nz/>) に詳細情報が公開されている。

(4) 初等教育の教科書

ニュージーランドは教科書の使用が義務付けられていないため、教科書検定等の制度も存在しない。教科書を使っていない学校もあるが、今回の調査では最もシェアの高い Pearson 社の教科書を分析対象とした。Pearson 社が発行する小学校向けの教科書シリーズ（図 4-3-2）は、ニュージーランドのカリキュラムの内容がすべて含まれている。そのため他の教材を必要とせず、この教科書のみで授業を行うことが可能である。また、既存の教材を補足や補強のために合わせて使用することもできる。それぞれ、教師用、デジタル版、ワークブックが出版されている。著者である Charlotte Wilkinson 氏は、数学教育を専門とする教育コンサルタントで、ニュージーランドと英国で 1 年生から 8 年生までの初等教育の経験を持つ教師でもあり、教師教育にもかかわってきた。2019 年から順次発行されている同シリーズの最新版の著者でもある。このシリーズの特徴は、以下の通りである。

- ・ニュージーランドの教師と学生のために書かれている
- ・教師用の指導書は、計画やレッスンを楽しくするために必要な情報を提供している
- ・教師用ガイドを活用することで時間を節約できる
- ・数学リテラシーとして問題を読み、理解し、そして操作（計算）することを奨励している
- ・単にアルゴリズムを実行するのではなく数学的に問題を解決する方法を学べる
- ・ミニプロジェクトやチャレンジ問題は問題解決と探究戦略を継続的に使うことを定着させる
- ・図表などのリソースを使用できる
- ・数学の学習過程と整合している
- ・数学を教える、そして評価することが容易になる



図 4-3-2 初等教育向け教科書シリーズ

このシリーズの教科書に関する情報は、Pearson 社の Web サイト

(<http://www.pearsoned.co.nz/educator/primary/pearson-maths/>) で確認できる。また、最新版は Edify 社 (<https://www.edify.co.nz/shop/primary>) より購入が可能である。シリーズの一覧は表 4-3-3 の通りである。次節では現在シリーズ番号 2a,2b のみ販売されている最新版 MATHS AOTEAROA シリーズの小学校 3 年生用の教科書 (2b) を紹介する。

表 4-3-3 Pearson Mathematics シリーズ (小学校向け教科書)

シリーズ番号	レベル	NZ の学年	日本の学年
1	レベル 1	Y1-2	幼稚園-1 年生
2a	レベル 2	Y3	小学校 2 年生
2b		Y4	小学校 3 年生
3a	レベル 3	Y5	小学校 4 年生
3b		Y6	小学校 5 年生
4a	レベル 4	Y7	小学校 6 年生
4b		Y8	中学 1 年生

(5) 中等教育の教科書

ニュージーランドは、中学校、高等学校においても教科書の使用が義務づけられているわけでない。Pearson 社、Cambridge 社等から販売されているが、今回の調査では中等教育向けの教科書についてもシェアの高い Pearson 社の教科を取り上げた。図 4-3-3 および表 4-3-4 に示す著者 David Bartton の教科書シリーズは 8 冊で構成され、そのうち Alpha,Beta はそれぞれ 2018 年、2019 年に改訂版が発売された。これらの教科書に関する情報は Pearson 社の Webs サイトおよび David Bartton の Web サイトに公開されている

(<http://www.mathematics.co.nz/>)。これらの教科書は、従来通りのペーパーベースの他に、スライド化された電子教科書、Vital Sources 社対応の電子教科書、データダウンロード可能なワークブックが販売され、販売形態としてはデジタル版もほぼすべての教科書で準備している。教科書に掲載されている教材データに関しても、ダウンロードして利用できるように URL が提示されている。ただし、すべての生徒がデジタルデバイスを所有しているわけではないことを前提に制作されていることから、教科書中には「ワークシートは各自ダウンロードするか先生に印刷してもらうこと」などの記載により配慮がなされている。これは小学校、中学校、高等学校とも同じである。また、特に統計の内容はデータをダウンロードして IT ツールで分析を行うなどのコンピュータの活用を前提とした学習内容が多い。



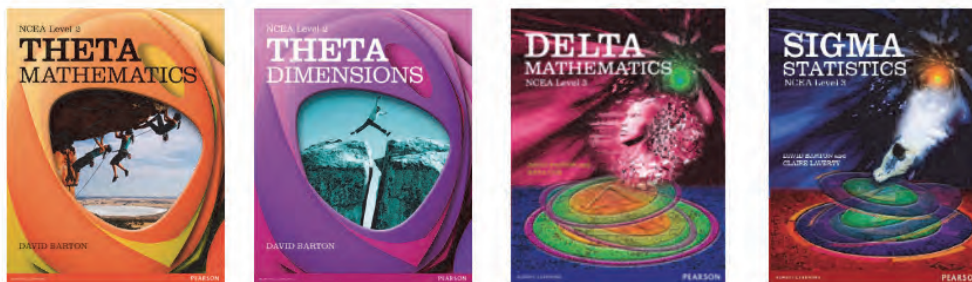


図 4-3-3 中等教育向け教科書シリーズ

表 4-3-4 David Barton シリーズ（中学・高等学校向け教科書）

Pearson 社の教科書のタイトル		カリキュラムレベル	N Z の学年	日本の学年	備考
Alpha		レベル 4・5	Y9	中学 2 年生	684 ページ (66)
Beta		レベル 5	Y10	中学 3 年生	750 ページ (107)
Gamma	Mathematics	レベル 5・6 NCEA Level1	Y11	高校 1 年生	応用・統計少
	Fundamentals				基礎・統計多 440 ページ (115)
Theta	Mathematics	レベル 7	Y12	高校 2 年生	微積重視
	Dimensions	NCEA Level2			統計重視
Delta Mathematics		レベル 8	Y13	高校 3 年生	微積
Sigma Statistics		NCEA Level3			統計

※必修は level6 まで、カッコ内は統計のページ数

4.3.1 小学校 3 年生用の教科書

(1) 教科書の概要

教科書名：MATHS AOTEAROA Student Book 2B,

2019 年発行，202 ページ

小学校 3 年生用（第 4 学年：Y4）

著者：David Barton

背景：ニュージーランドカリキュラムレベル 2 (日本の小学校 3 年生) に準拠した教科書である (図 4-3-4 参照)。2019 年に出版された表 4-3-3 に示す Pearson Mathematics シリーズの最新版である。

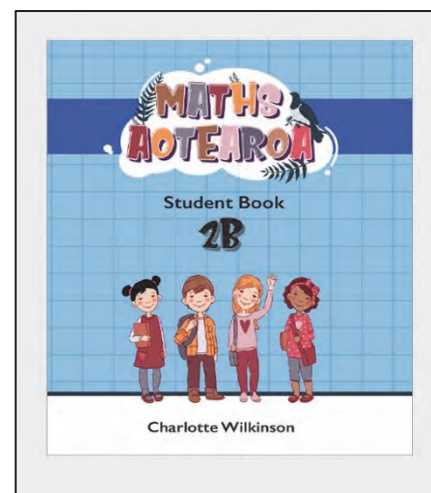


図 4-3-4 MATHS AOTEAROA Student Book 2B

(2) ICT の位置づけ

① デジタル教科書の有無

通常の教科書教師用 PDF 電子ブックが販売されている。

② ツール

図形の学習においてドキュメント作成ソフト (Google Doc) 図形を描く課題や，統計の学習において Excel を活用してデータを並び替える課題が掲載され，小学校低学年から ICT ツ

ールの活用を前提とした授業が行われている。Excel に関しては、細かな操作手順を含めて 4 ページにわたり説明がされている。

(3) アプローチ

① 章の展開

ここでは、12 章「分数」について説明する。図 4-3-5 に示す通り。章の初めには、到達目標が示されている。旧版の教科書には記載されていなかったが、新シリーズでは各章の冒頭に到達目標が示された。各章の構成は、基本的には練習問題を通して各単元の内容を学習するスタイルである。チャレンジ問題、ミニプロジェクト問題が多く、章で出題されている。また、新シリーズでは議論やグループ学習を促す例題も追加された。

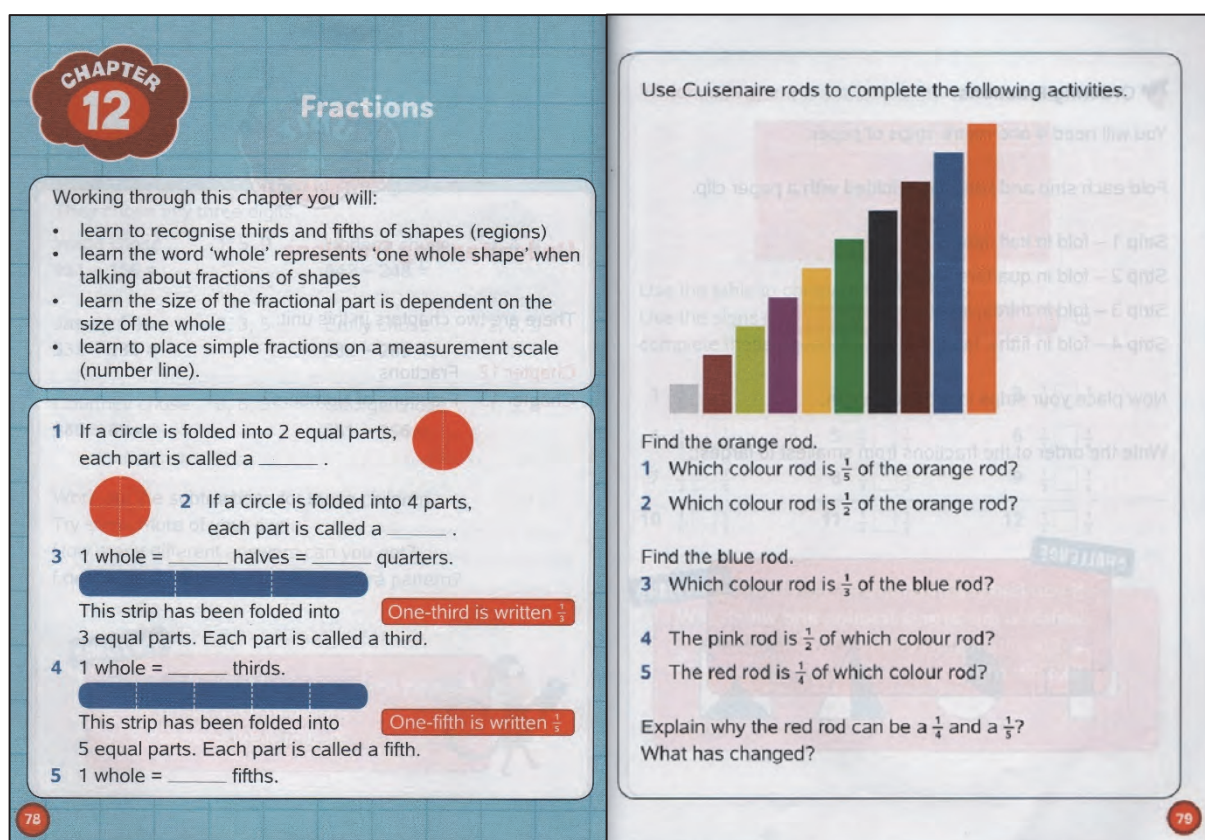


図 4-3-5 12 章「分数」(小学校 3 年生向け教科書)

② 数学的活動や探究

30 章で構成される本教科書には、14 の探究課題(ミニプロジェクト)が掲載されている。例えば、第 29 章「データの並び替え」では、PPDAC サイクルに沿ってデータを探索する課題が示されている。「図書館用に袖机のある椅子の購入を検討している。袖机が右側についている椅子と左側についている椅子をそれぞれ何脚購入したらよいか」という課題をデータで解決するために、生徒自らが調査を企画し、データを集めて、状況を分析し結論を導き出すという課題である。ここでは、すでに学習した統計の知識および本章で学習した「データ並び替え」の知識や IT ツールを活用して意思決定する。本書にはこのような数学的活動他探究を促す課題が豊富に掲載され、これらの活動を通してそれぞれの単元の理解が評価

される。ミニプロジェクトを税関評価の25%とする案が教師用テキスト(旧版2b70ページ)に示されている。

【探究課題】データ探索

問題 (Problem)

- 学校では図書館用の机付きの椅子の購入を検討しています。
- 右側に机がついている椅子は右利きの人には使いやすいですが、左利きの人には少し不便です。
- もし学校が合計30客の椅子を購入するとしたら、右側に机のついている椅子と左側に机がついている椅子、それぞれ何脚ずつ購入すべきでしょうか。左利きの方の方が少ないことはわかっていますが、実際には何人なのでしょう。

調査の計画 (Planning the Investigation)

収集すべき情報は何でしょうか。そしてそれをどのように集めますか？

あなたのクラスをはじめのサンプルとして活用しましょう。他のクラスの情報は別のデータセットになるでしょう。そして、学校すべてのクラスの情報を活用できるでしょう。

複数組のデータを使うことがなぜ良いのか考えましょう。

データの収集 (Data Collection)

データを集めましょう。

分析 (Analysis)

データを表に入力して並べ替えましょう。

表の各列、各行の見出しを考えましょう。

あらゆるパターンやトレンドをみつけ

ましょう。

結論 (Conclusion)

データを活用して、学校が図書館用に右側に机がついている椅子と左について

る椅子をそれぞれ何脚購入すべきかを決定し、結論をまとめましょう。

他にあなたの決定を助ける情報はありますか？

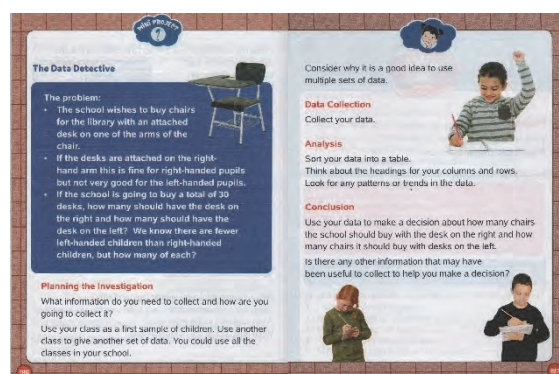


図 4-3-6 小3 探究課題
(「データの並べ替え」 p.196)

(4) 内容の取り扱い

① 統計

レベル2(小3)を対象とした本教科書では第29章「データの並べ替え」で統計を学ぶ。学習内容として以下3点が章の初めに示されている。

- ・表にデータを整理して並べ替える
- ・ITツールを用いて表を作成する
- ・データを意思決定や問題解決に活用する

8 ページ中 6 ページが IT ツールの操作方法を含む表の作成、データの並べ替え、およびデータの読み取りに関する内容で、残り 2 ページは前述の探究課題である。IT ツールについては、学習文書作成ソフト（Microsoft Word）で文書中に表を挿入する方法、表計算ソフト（Microsoft Excel）で表を作成し並び替える方法（罫線を引くなどの操作方法を含む）が手順を追って画像付きで紹介され、小学校 3 年生には高度な内容という印象を受ける。しかしながら、これらの操作を早い段階で習得して目的に応じて並べ替えられたデータを扱うことできることは、統計を学ぶ上では重要である。一方で、コンピュータで簡単に操作することだけではなく、データを読む際に、データの並べ替えが必須であり大変重要な役目を果たしていることを理解させることが大切である。そのために本教科書では 14 名の生徒の年齢、誕生月、目の色などのデータを入力させたり、並べ替えが有効であることを理解できるような練習問題が提示されたりしている。単に数値データの大小で並べ替えを促す問い「一番年の小さい人は 12 月生まれですか?」だけではなく、カテゴリーデータ（例えば誕生月、性別）で並び替えることで解答しやすくなる問い「11 月生まれは女子より男子が多いか?」などが、並べ替えの操作のみならず、データを読む力を習得させるために大変効果的な学習となっている。表計算ソフトの操作方法を一斉指導で習得させることは難しい面もあるが、教科書にこのような内容が記載されていて、教師が見本を見せるだけであっても、これら IT ツールを活用した学習は大変効果的であろう。なお、2019 年に出版された本教科書は、旧版の同章に記載されていた「ベン図」および「キャロル表」が削除された。

同じシリーズの教科書での統計および確率に関する学習内容は表 4-3-5 に示す通りである。なお、今回購入していないシリーズ番号「1」（日本の幼稚園の年の生徒を対象にした教科書）については下表に記載していないが、国定カリキュラムではレベル 1 においても、統計および確率の学習が規定されている。ニュージーランドでは、不確実な事柄に関する学習は早い年齢からの繰り返しの学習が必要という理由により、これらの学習に注力している。

② 割合

表 4-3-3 に示す、本研究で対象とした Pearson Mathematics シリーズでは、小学校 3 年生用教科書(2b)から百分率の学習が取り上げられている。12 章 百分率は国定カリキュラムのレベル 3 に準拠し、次の達成目標に対応した内容となっている。

【レベル 3 の割合に関する達成目標】

- ・整数、分数、小数、およびパーセンテージを使用して、さまざまな加法および単純な乗法を活用する
- ・日常の使用における分数とパーセンテージを理解する

各教科書における割合の取り扱いは表 4-3-6 の通りである。

③ 確率

確率に関する学習の内容は表 4-3-5 に示す内容の通りである。

④ STEAM

Pearson Mathematics シリーズの教科書には、STEAM を意識した記述は見られない。

⑤ プログラミング

Pearson Mathematics シリーズの教科書ではプログラミングを扱っていない。

表 4-3-5 Pearson Mathematics シリーズにおける統計および確率の学習

	日本の 学年	学習單元	ページ 数	探究課題
2a	小 2	29 章 グラフや表を読む	8	誕生月（北半球の人は？）
		30 章 確率－チャンスは？	5	帽子（毛糸の組み合わせ）
2b	小 3	29 章 データの並べ替え	8	データ探索（利き手）
		30 章 確率	5	バケツの色（組み合わせ）
3a	小 4	29 章 確率	9	誕生月
		30 章 データの収集および表示	6	バスケットボールゲーム（シューターは誰?）
3b	小 5	28 章 確率と統計	4	髪・目の色（頻度確率）
		29 章 データの収集・表示・読み取り	8	アルファベット
		30 章 統計にコンピュータを活用する	5	なし
4a	小 6	21 章 関係を探す・関係を説明する	10	宝探し（時系列データ）
		22 章 統計的探究とその解釈	8	ひよこのえさの種類と体重
		23 章 確率	4	なし
4b	中 1	19 章 データ駆動型探究	6	クラスメイトの調査（複数項目）
		20 章 データの解釈	6	なし
		21 章 課題駆動型探究	4	図書館の本
		22 章 確率のアイディア	6	袋の中の硬貨の色を予測

表 4-3-6 Pearson Mathematics シリーズにおける割合の学習

	日本の 学年	学習單元	ページ 数	探究課題
2a	小 2	なし		
2b	小 3	なし		
3a	小 4	なし		
3b	小 5	12 章 百分率の導入	6	割引価格
4a	小 6	5 章 分数，少数，百分率	17	スイーツのレシピ （砂糖の割合を変える） ネズミに食べられた食糧
4b	中 1	3 章 分数，少数，百分率	7	なし

4.3.2 中学2年生用の教科書

(1) 教科書の概要

教科書名：Alpha Mathematics 3e

2018年発行，684ページ

中学2年生用（第9学年：Y9）

著者：David Barton

背景：ニュージーランドカリキュラムレベル4（日本の中学2年生）に準拠した教科書である（図4-3-7，図4-3-8参照）。2018年に第3版が新しく出版された。教科横断的な内容が豊富であること，ニュージーランドに合った教科書であることが特徴である。ニュージーランドのニュースなどの事例や，生徒たちに身近なテーマが取り上げられている。

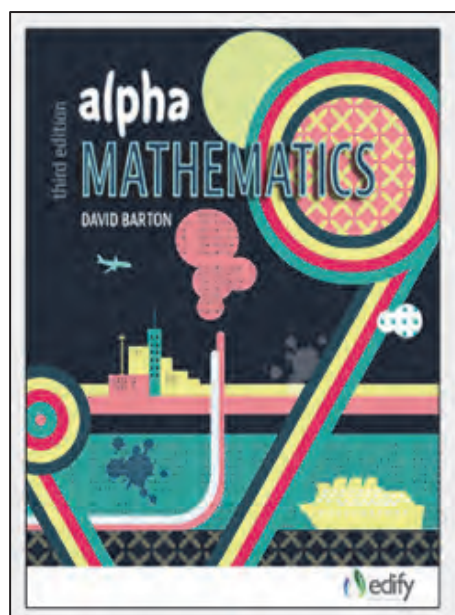


図 4-3-7 alpha MATHEMATICS

Level Four Mathematics and Statistics		
N & A G & M S <i>In a range of meaningful contexts, students will be engaged in thinking mathematically and statistically. They will solve problems and model situations that require them to:</i>		
Number and Algebra Number strategies and knowledge - Use a range of multiplicative strategies when operating on whole numbers. - Understand addition and subtraction of fractions, decimals, and integers. - Find fractions, decimals, and percentages of amounts expressed as whole numbers, simple fractions, and decimals. - Apply simple linear proportions, including ordering fractions. - Know the equivalent decimal and percentage forms for everyday fractions. - Know the relative size and place value structure of positive and negative integers and decimals to three places. Equations and expressions - Form and solve simple linear equations. Patterns and relationships - Generalise properties of multiplication and division with whole numbers. - Use graphs, tables, and rules to describe linear relationships found in number and spatial patterns.	Geometry and Measurement Measurement - Use appropriate scales, devices, and metric units for length, area, volume and capacity, weight (mass), temperature, angle, and time. - Convert between metric units, using whole numbers and commonly used decimals. - Use side or edge lengths to find the perimeters and areas of rectangles, parallelograms, and triangles and the volumes of cuboids. - Interpret and use scales, timetables, and charts. Shape - Identify classes of two- and three-dimensional shapes by their geometric properties. - Relate three-dimensional models to two-dimensional representations, and vice versa. Position and orientation - Communicate and interpret locations and directions, using compass directions, distances, and grid references. Transformation - Use the invariant properties of figures and objects under transformations (reflection, rotation, translation, or enlargement).	Statistics Statistical investigation - Plan and conduct investigations using the statistical enquiry cycle: - determining appropriate variables and data collection methods; - gathering, sorting, and displaying multivariate category, measurement, and time-series data to detect patterns, variations, relationships, and trends; - comparing distributions visually; - communicating findings, using appropriate displays. Statistical literacy - Evaluate statements made by others about the findings of statistical investigations and probability activities. Probability - Investigate situations that involve elements of chance by comparing experimental distributions with expectations from models of the possible outcomes, acknowledging variation and independence. - Use simple fractions and percentages to describe probabilities.

図 4-3-8 レベル4の到達目標

その他の特徴としては、「数と代数」領域においてニュージーランド政府が進める数学的リテラシープロジェクト (<https://nzmaths.co.nz/what-numeracy-project>) と連携し、数学教育への新しいアプローチとして、数を理解し、数で問題解決する能力を養うことに焦点が当てられたことがあげられる。具体的には分数の範囲が改善され、物品税とサービス料、為替レート、所得税などの内容が拡充された。「幾何」では、平行線の導入的内容が追加された。「統計」では統計的探究プロセス (PPDAC サイクル) が取り上げられ、ドットプロットや箱ひげ図を用いたデータの分布の表現や読み取りに焦点が当てられ、NCEA へのつながりが重視された。確率では経験確率を使ってインフォーマルな推測を実施する活動が取り入れられた。ほとんどの単元に練習問題だけではなく探究課題 (Investigation) とパズルが記載され、統計のみならず数と代数、幾何においても数学的活動を授業に取り入れやすい教科書である。

(2) ICT の位置づけ

① デジタル教科書の有無

通常の教科書 alpha Mathematics の他に、スライド的な電子教科書 (alpha Math Digital), Vital Sources 社対応の電子教科書 (alpha Math Vital Sources : 図 4-3-9), ワークブック (alpha Mathematics Workbook) が販売されている。

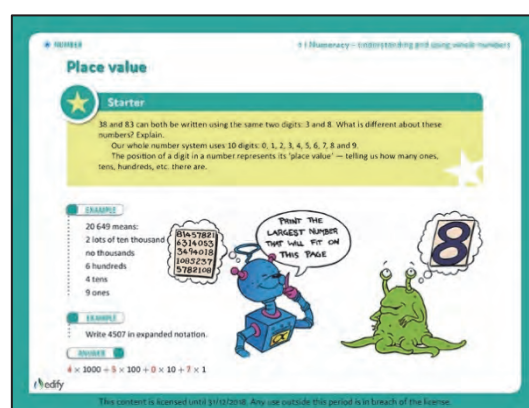


図 4-3-9 Alpha Math Digital

② ツール

統計の学習においては、各項の初めに提示される例題 (回答付) においてもグラフ電卓および表計算ソフトなどの ICT ツールを用いた問題による公式や計算方法の学習が行われている。箱ひげ図の作成に際してはグラフ電卓の他にデータ分析用アプリケーション iNZight が使われている。18 章 Graphs using from algebra の Using technology to create graphs においても、一次関数のグラフを描く学習において ICT ツールが用いられている。

(3) アプローチ

① 章の展開

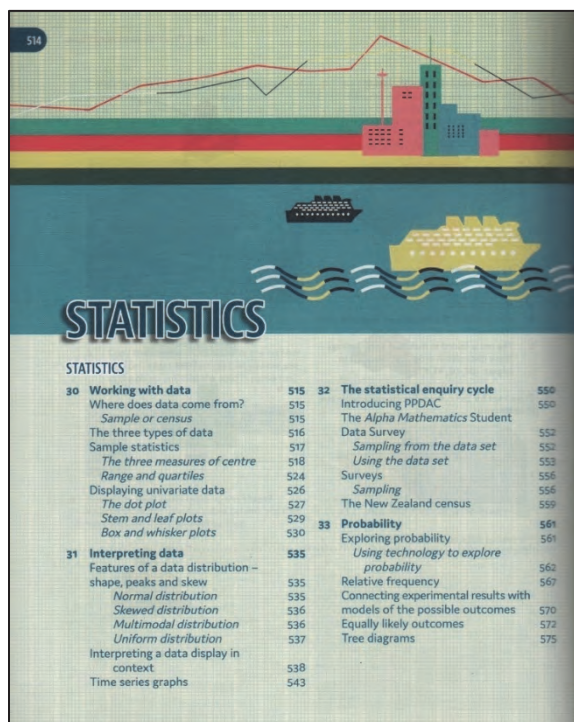
ここでは、30 章「データの操作」について説明する。章の構成は表 4-3-7 の通りである。

表 4-3-7 30 章「データの操作」の構成 (中学 2 年生)

ニュージーランド国定カリキュラム	p.515
データはどこから?	p.515
3 種類のデータ	p.516
標本統計量	p.517
単変量データのグラフ	p.526
章末問題	p.533

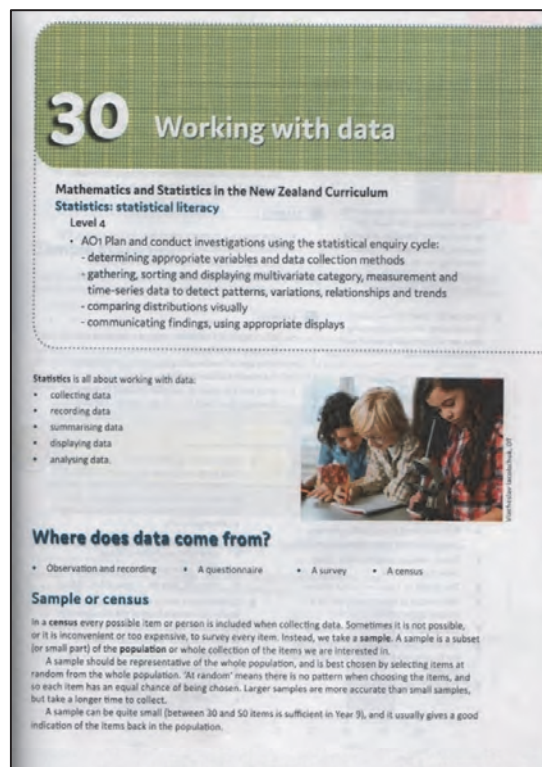
1) 単元の導入

各章の冒頭に国定カリキュラムの到達目標（学習目標）が示され、具体的なプロセススキルに当たる目標が明示される。図 4-3-10、図 4-3-11、図 4-3-12 は統計領域のはじめの 3 ページであり、領域全体の目次に続き、章ごとに該当する国定カリキュラムが記載されている。



STATISTICS	
30 Working with data	515
Where does data come from?	515
Sample or census	515
The three types of data	516
Sample statistics	517
The three measures of centre	518
Range and quartiles	524
Displaying univariate data	526
The dot plot	527
Stem and leaf plots	529
Box and whisker plots	530
31 Interpreting data	535
Features of a data distribution – shape, peaks and skew	535
Normal distribution	535
Skewed distribution	536
Multimodal distribution	536
Uniform distribution	537
Interpreting a data display in context	538
Time series graphs	543
32 The statistical enquiry cycle	550
Introducing PPDAC	550
The Alpha Mathematics Student	552
Data Survey	552
Sampling from the data set	553
Using the data set	553
Surveys	556
Sampling	556
The New Zealand census	559
33 Probability	561
Exploring probability	561
Using technology to explore probability	562
Relative frequency	567
Connecting experimental results with models of the possible outcomes	570
Equally likely outcomes	572
Tree diagrams	575

図 4-3-10 統計の目次



30 Working with data

Mathematics and Statistics in the New Zealand Curriculum
Statistics: statistical literacy
Level 4

- AO1 Plan and conduct investigations using the statistical enquiry cycle:
 - determining appropriate variables and data collection methods
 - gathering, sorting and displaying multivariate category, measurement and time-series data to detect patterns, variations, relationships and trends
 - comparing distributions visually
 - communicating findings, using appropriate displays

Statistics is all about working with data:

- collecting data
- recording data
- summarising data
- displaying data
- analysing data.

Where does data come from?

- Observation and recording
- A questionnaire
- A survey
- A census

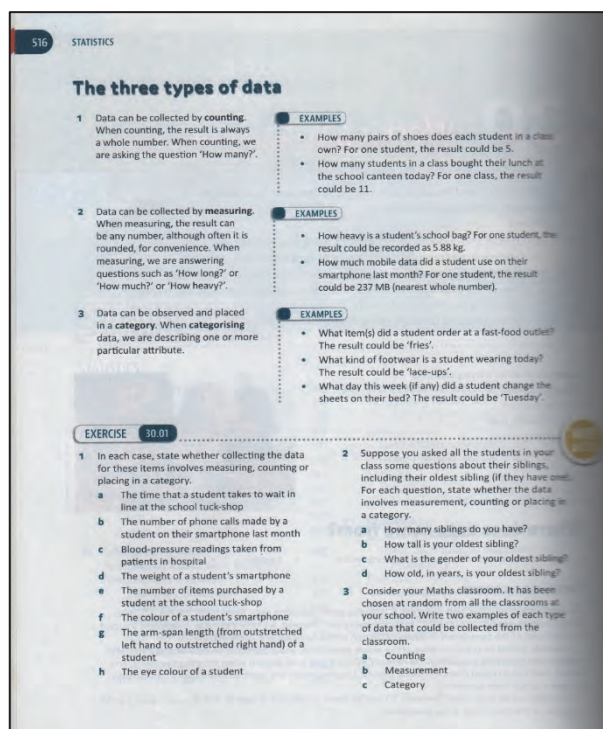
Sample or census

In a **census** every possible item or person is included when collecting data. Sometimes it is not possible, or it is inconvenient or too expensive, to survey every item. Instead, we take a **sample**. A sample is a subset (or small part) of the **population** or whole collection of the items we are interested in.

A sample should be representative of the whole population, and is best chosen by selecting items at random from the whole population. 'At random' means there is no pattern when choosing the items, and so each item has an equal chance of being chosen. Larger samples are more accurate than small samples, but take a longer time to collect.

A sample can be quite small (between 30 and 50 items is sufficient in Year 9), and it usually gives a good indication of the items back in the population.

図 4-3-11 単元の導入部分（30 章）



The three types of data

- 1 Data can be collected by counting.**
When counting, the result is always a whole number. When counting, we are asking the question 'How many?'.
- 2 Data can be collected by measuring.**
When measuring, the result can be any number, although often it is rounded, for convenience. When measuring, we are answering questions such as 'How long?' or 'How much?' or 'How heavy?'.
- 3 Data can be observed and placed in a category.**
When categorising data, we are describing one or more particular attributes.

EXERCISE 30.01

- In each case, state whether collecting the data for these items involves measuring, counting or placing in a category.
 - The time that a student takes to wait in line at the school tuck-shop
 - The number of phone calls made by a student on their smartphone last month
 - Blood-pressure readings taken from patients in hospital
 - The weight of a student's smartphone
 - The number of items purchased by a student at the school tuck-shop
 - The colour of a student's smartphone
 - The arm-span length (from outstretched left hand to outstretched right hand) of a student
 - The eye colour of a student
- Suppose you asked all the students in your class some questions about their siblings, including their oldest sibling (if they have one). For each question, state whether the data involves measurement, counting or placing in a category.
 - How many siblings do you have?
 - How tall is your oldest sibling?
 - What is the gender of your oldest sibling?
 - How old, in years, is your oldest sibling?
- Consider your Maths classroom. It has been chosen at random from all the classrooms at your school. Write two examples of each type of data that could be collected from the classroom.
 - Counting
 - Measurement
 - Category

図 4-3-12 項の構成（30 章：用語の説明・例題・練習問題）

2) 項の構成

各項は基本的に以下の項目で構成されている。

- ・用語の概念等の説明
- ・用語の定義
- ・例題（回答付問題）
- ・練習問題

図 4-3-11, 図 4-3-12 に示すように, 30 章第 1 項の「データはどこから? (p.515)」では, データの収集方法, 標本調査と全数調査, 母集団などの用語は説明され, 第 2 項「3 つのデータの種類」では, 計数データ (離散データ), 計測データ (連続データ), 質的データ (カテゴリデータ) の説明, その後答付きの例題, 練習問題が示されている。適宜, ツールの説明, 導入, パズル, 探究課題が加えられる章もある。図 4-3-13 から図 4-3-15 は 30 章の導入, ツールの説明, パズル, 探究課題の例である。

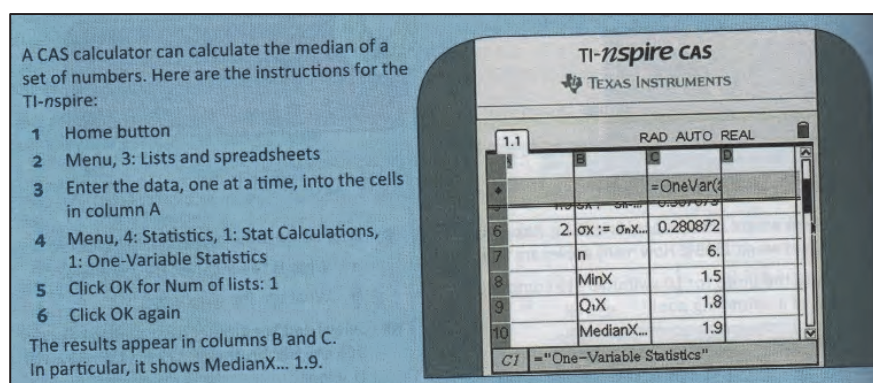


図 4-3-13 ツールの説明 (中央値)

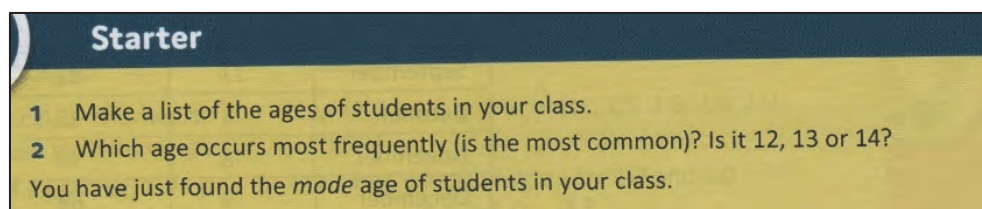


図 4-3-14 導入 (中央値)

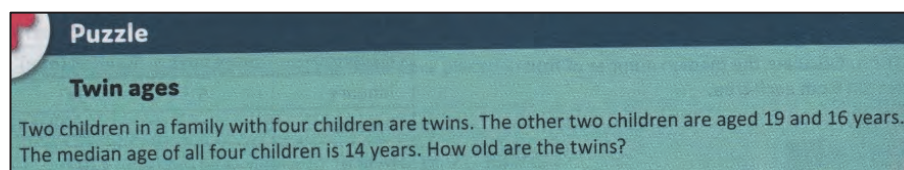


図 4-3-15 パズル (最頻値)

3) 章末問題

各項の中で提示される練習問題は, 定義の確認や知識定着のための計算問題が多いが, 章末の問題では, 現実的なテーマの中で問題解決の過程において知識を活用できるかを問う応用系の問題や, 探究課題が出題される。ツールを使って, 実際のデータを使って分析を試みる問題もある。

② 数学的活動や探究

探究課題が豊富に提示され、具体的な実験や現実世界の問題で当該学習内容を問題解決に活用する場面を紹介し、実際に探究を体験させる課題が提示される。統計の最後の章として「統計的探究サイクル」が設けられ、PPDCA サイクルを実際に体験する課題や事例が多く紹介されている。以下図 4-3-16 は、30 章「データの操作」の探究課題である。

【探究課題】平均反応時間

科学的な探究をするときは、多くの実験は繰り返し行われます。これは、測定結果が実験ごとに少しずつ異なるからです。複数の測定結果の平均値を計算することによって、値をならして平均的な値を求めることができます。

この実験では、物差しを使ってあなたの反応時間がどのくらいか調べてみましょう。実験は二人一組で行います。

- 1 人目の人が、物差しの上部を垂直に持って、落とす準備をします。
- 2 人目の人は、親指と人差し指を広げて物差しの下で構えます。
- 1 人目の人が物差しを落としたら、2 人目がそれを親指と人差し指で挟んでキャッチします。
- 親指の上部の位置を物差しで計測します。この値が物差しの落下距離です。

- 1 この実験を 10 回繰り返し、落下距離(単位:センチメートル)を記録する
- 2 平均落下距離(単位:センチメートル)を計算する
- 3 次の式を使って、あなたの反応時間を計算する

$$\text{反応時間} = \sqrt{\frac{\text{平均落下距離}}{4905}} \quad (\text{単位: 秒})$$

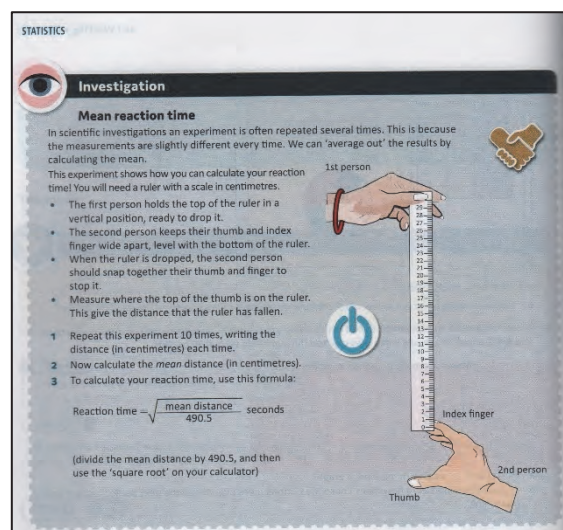


図 4-3-16 中 2 探究課題(「データの操作」p.524)

(4) 内容の取り扱い

① 統計

図 4-3-8 に示すように、国定カリキュラムにおいて統計に関する学習は以下の 3 領域で構成されている。

- ・ Statistical Investigation : 統計的探索
- ・ Statistical Literacy : 統計リテラシー
- ・ Probability : 確率

本教科書では、全 684 ページ中 66 ページが統計関連の内容である。30 章「データの操作」、31 章「データの解釈」、32 章「統計的探究サイクル」、33 章「確率」の 4 つの章で構成されている。本教科書で初めて箱ひげ図の学習が扱われる。

30 章「データの操作」で取り上げられている内容は、標本調査と全数調査、データの種類（計数、量的、質的）、標本統計量、3 つの中心を示す指標(代表値)、範囲と四分位、ドットプロット、幹葉図、箱ひげ図である。第 9 学年の学習においては、標本の大きさは 30 から 50 件が必要だということも明示されている。

31 章「データの解釈」では、分布の形状（形、ピーク、歪み(偏り)、左右対称、ベル型（真ん中にピークがあり両側に裾を引く）、正規分布、歪んだ分布、複数の最頻値、ピークを持つ分布、一様分布、ドットプロットと箱ひげ図の併用、時系列グラフについても学習する。30 章では、ドットプロットも箱ひげ図も単独で表現方法を学習し、31 章で解釈する際にはすべての設問においてドットプロットと箱ひげ図は併用されている。さらにはドットプロットを色分けすることにより性別で層別して分析する問題も出題されている。

32 章「統計的探究サイクル」では、PPDAC サイクルの説明、実際に表計算ソフトで提供されたデータセットからサンプルを抽出して、これまで学んだデータの集計、グラフ化、読み取りの課題、調査の計画、国勢調査の概要(啓蒙的内容)について学習する。

33 章「確率」では、確率を探索的に学ぶ。表計算ソフトやグラフ電卓、アプリを使ったコイン投げ、さいころのシミュレーションや、実際に靴を投げるなどの実験と通して経験的確率を理解する。試行回数、相対度数、予測のための確率について学ぶ。より正確な予測のために実験はどう行うべきか、データはどう集めるべきか、同様に確からしい、樹形図(小学 5 年ですでに学習済)についても学ぶ。

② 割合

9 章「百分率」はニュージーランド国定カリキュラムレベル 4、レベル 5 に準拠し、その中でも次の達成目標に対応した学習をする。

- レベル 4
 - ・整数、簡単な分数、少数で表わされた全体に対する割合を理解する
 - ・日常における分数と同等の百分率による表現を理解する
- レベル 5
 - ・百分率の操作を理解する
 - ・一般的な百分率を使った会話を理解する

9 Percentages	142
Changing percentages to fractions	144
Changing fractions to percentages	144
Linking decimals and percentages	145
Percentages of quantities	146
One amount as a percentage of another amount	147
Percentage increases and decreases	150

図 4-3-17 9 章「百分率」の目次（中学 2 年生）

図 4-3-17 に示す通り 9 章「百分率」は、「百分率から分数」「分数から百分率」「小数から百分率」「百分率から小数」への変換、「数量の割合」「別の量の割合」「増加率と減少率」の学習内容で構成され、ページ数は 12 ページである。9 章の冒頭（Starter）では、1993 年から 1994 年にかけての干ばつのニュースを取り上げ、「貯水量が 25% になった」「1995 年には貯水湖が 99.7% 満たされた」などの百分率を使った文章が紹介され、「25」「99.7」という数値や「%」の意味の意味、「完全」「半分」は百分率ではどう表すかなどの問いが示されている。これに続いて、例 1 に示す升目や図形を使った練習問題（EXERCISE），さらには例 2 に示す探索課題（Investigation）が提示されている。また、学習内容ごとに冒頭に示される現実場面での例としては、家や楽器を購入する際の手付金や、住宅ローンの利息などお金に関するテーマが取り上げられている(参考：第 10 章のタイトル「金融リテラシー」)。この教科書では、章のはじめから探索課題が提示されたり、探索課題を複数提示したりしている章が多く、9 章でも例 2 の他に大人料金と子供料金について調査をして、大人料金に対する子供料金の割合などをプレゼンテーションする探究課題が示されている。

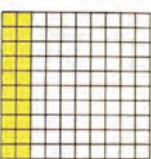
例 1) 9 章「百分率」冒頭の練習問題

EXERCISE 9.01

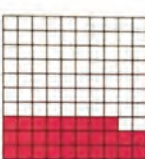
WB
p33

1 Look at these diagrams. What percentage of the whole square is shaded?

a



b



2 Draw two 10 by 10 grids of small squares, or use the blackline master available at www.edify.co.nz/alpha-mathematics. Shade them to show these percentages.

a 75%

b 6%

3 Match each of these diagrams with the most likely percentage from the box.

a



b



c



d



e



12%

20%

40%

50%

85%

4 What percentage of these shapes is coloured? Choose the most likely answer from this list: {10%, 25%, 40%, 75%, 80%, 95%}

a



b



5 Estimate the percentage that the length of the purple pencil is of the length of the blue pencil.




例 2) 9 章「百分率」冒頭の探究課題「温室効果」

温室効果をテーマに大気中の成分として、窒素と酸素が約 99%、二酸化炭素 0.039% (390ppm)、水蒸気 1% であること、1750 年には二酸化炭素は 220ppm であったことを提示して、探究を進める課題。問いは以下の 4 問。

- 1 窒素が 78% であるならば、酸素は何%か。
- 2 他の成分としてアルゴンが 0.93% を占めている。大気中のアルゴンの量を ppm で表現せよ。
- 3 1750 年の大気中の二酸化炭素の割合はいくつか。
- 4 温室効果について調べ、自分の既に知っている知識をも使って、なぜ 1750 年が現在の大気中の二酸化炭素の量を比較することに適しているかを説明せよ。

106

例 3) 9.5「百分率としての量」のはじめに

もし両親が家を購入したのであれば、たぶんその支払いのためにお金を借りたでしょう。そして、そのためには住宅ローンの利息を支払わなければなりません。利息はパーセンテージで示されます。このパーセンテージは住宅ローンが高いあるいは安いことを判断するための標準的な手段となる値です。例えば、6 万ドル借りるとか、年に 4800 ドル利息を支払うというかわりに、利息 8%と表現することによって比較が可能になります。

③ 確率

(4) の①に示す通り。33 章で確率が扱われている。ページ数は 19 ページである。ニュージーランドは初等教育のはじまる 5 歳から確率の学習をはじめる。中学校 2 年生を対象とした本教科書においても、内容はコイン投げやルーレットなど大変基礎的なレベルから記載されている。練習問題では、パートナーと組みになって靴投げの結果を記録する活動が取り上げられている。実験や経験の結果として頻度を記録し、確率を求める練習である。実験で体験的に記録した結果や、樹形図を用いて場合分けした結果を用いて確率を求め、確率をもとに予測する活動につながる学びが紹介されている。

④ STEAM

(3) の②数学的活動と探究で述べた探究課題の中には、理科、社会、スポーツ、美術など他教科と横断した問題も含まれている。しかし、教科書の紙面には、特に STEAM を意識した記述は見られない。

⑤ プログラミング

本教科書においても、国定カリキュラムにおいても「数学」科目の中にプログラミングについては扱っていない。数学でプログラミングの内容を扱わない理由としては、「技術」科目が大変充実していることが起因していると思われる。

4.3.3 中学 3 年生用の教科書

(1) 教科書の概要

教科書名：Beta Mathematics 3e 2019 年発行、750 ページ

中学 3 年生用（第 10 学年：Y10）

著者：David Barton

背景：ニュージーランド国定カリキュラムのレベル 5（日本の中学 3 年生）に準拠した教科書（図 4-3-18, 図 4-3-19 参照）である。2019 年に第 3 版が出版され、統計関連では、統計的探究サイクルに関する内容が掲載され、統計のみで全 750 ページ中 107 ページと充実した。三角関数の学習では、古典的三角比の覚え方 SOH-CAH-TOA 法を継続して取り上げ、分数、単位当たり量、概算、面積単位の変換、パズル、探究課題を充実させた。特に統計の学習は大きく変わった。古典的な度数分布表や多すぎた平均の計算のかわりに、次の学年（NCEA1）の準備となるようにデータセット間の比較や分布

の解釈が強調された。ドットプロット，箱ひげ図を増やし，古いスタイルの円グラフ，棒グラフに関する記載は少なくなった。グラフ電卓，表計算の利用を促す課題も多い。

(2) ICT の位置づけ

① デジタル教科書の有無

通常の教科書 betaMathematics の他に，スライド的な電子教科書(beta Math Digital)，Vital Sources 社対応の電子教科書(betaMath Vital Sources)，ワークブック (betaMathematics Workbook) が販売されている。

② ツール

統計の学習においては，四分位点を関数を用いて計算する方法など，表計算ソフトの使い方を説明する例題も掲載されている。示されるデータの件数も40件など多くなり，ツールの利用を前提とした学習も多い。

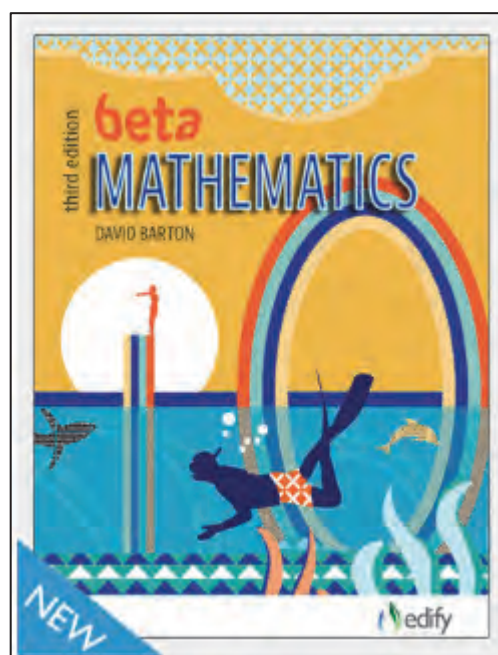


図 4-3-18 beta MATEMATICS

(3) アプローチ

① 章の展開

基本的に alphaMATHETATICS と同じ。図 4-3-20 は 4 章百分率の章の導入および項の構成を示したものである。4 章では，章の導入 (Starter) として人の体の中の水分の量を百分率で示し，百分率の概念や定義を図およびグラフを使って説明したのち，次のページ (図 4-3-21) で分数から百分率，少数から百分率の計算例 (答えつき) 示された後，練習問題が掲載されている。この他，ツールの説明，パズル，探究課題が加えられる項もある。

② 数学的活動や探究

探究課題の充実が改編の特徴として示されている通り，各省においても豊富に探究的な課題が提示され，具体的な実験や現実世界の話題で当該学習内容を問題解決に活用する場面を紹介し，実際に探究を体験させる課題が豊富である。統計関連の章の最後には「統計探究サイクル」の節が設けられ，PPDAC サイクルを実際に体験する課題や事例が多く紹介されている。

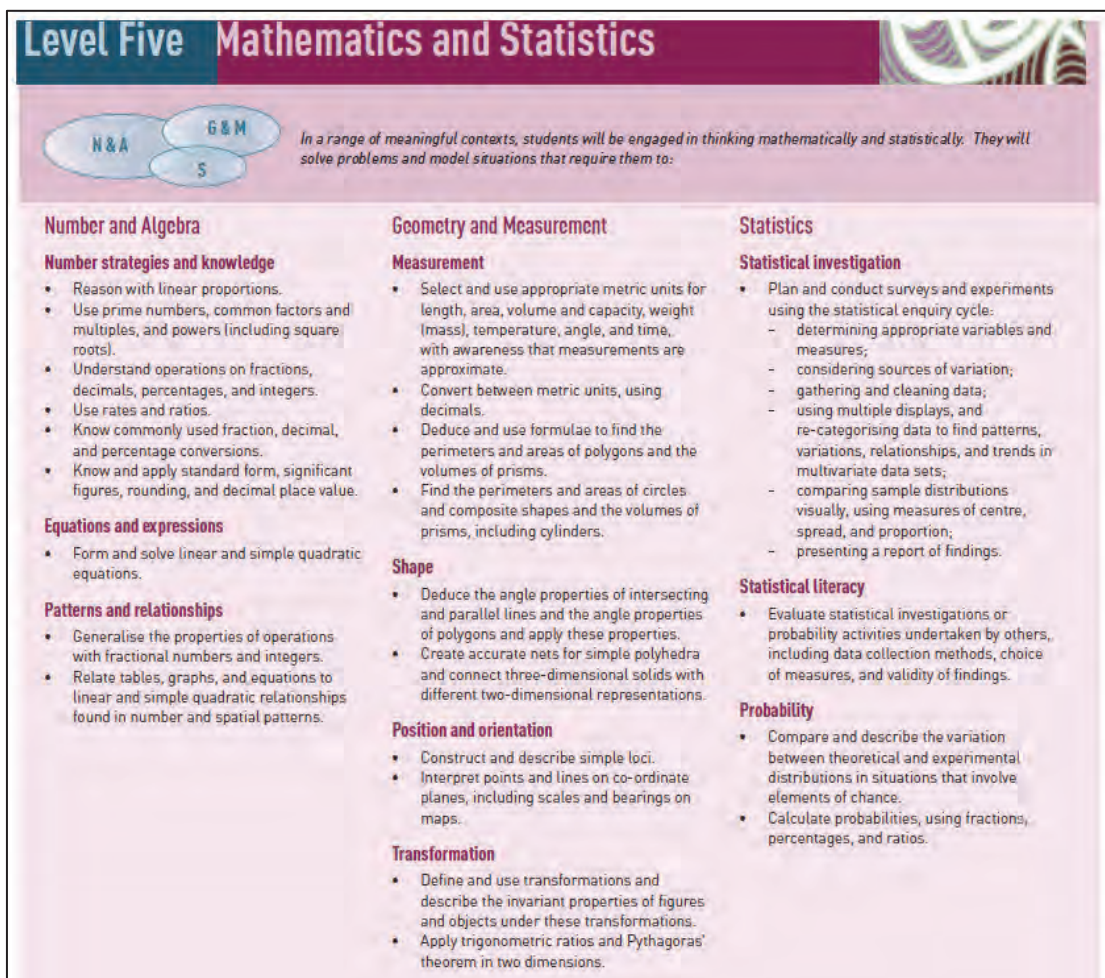


図 4-3-19 レベル 5 の到達目標

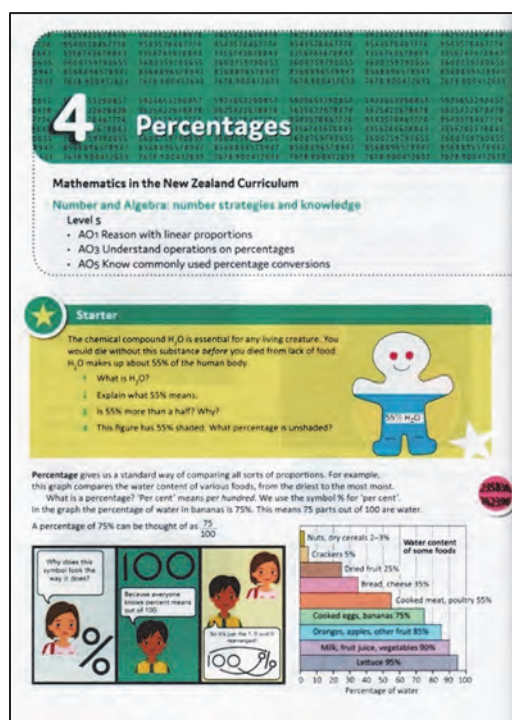


図 4-3-20 章の導入
(4 章「百分率」中学 3 年生)

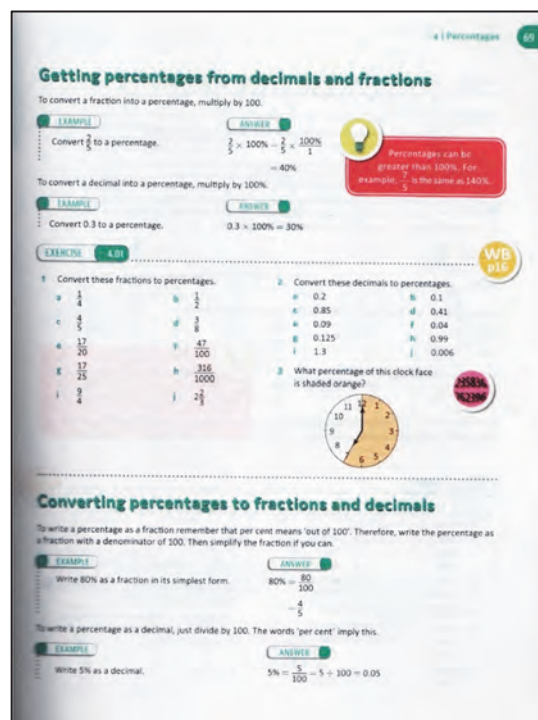


図 4-3-21 章の構成
(4 章「分数」中学 3 年生)
(4 章「百分率」中学 3 年生)

(4) 内容の取り扱い

① 統計

統計に関する内容は、図 4-3-22 に示す通りである。

28 章「統計リテラシー」は、統計とは、センサス、間違ったグラフ、統計グラフのルールなど統計を読み取るために必要な知識に関する内容である。

29 章「データの操作」は、データの集め方、記録のしかた、表示の方法を学び、中心傾向を示す指標として平均などの使い分け、範囲、四分位範囲によるデータ広がり の計測を学ぶ。本教科書でここまで掲載されているグラフはドットプロットのみ。

30 章「データの分布」では、箱ひげ図とドットプロットによる分布の理解。外れ値、ピークの数(modal)、対称性、一様性、歪みなど分布の形状について学ぶ。

31 章「2 変量の関係と時系列」は、散布図による 2 変量の分析(相関、正の相関、負の相関、強い相関、弱い相関、無相関、クラスター)と時系列について学ぶ。時系列はトレンド、季節変動、不規則変動について学び複数の系列を比較できるようにする。

32 章「統計的探究サイクル」は、PPDAC サイクルに従って、実際にコンピュータ等を活用して問題解決の過程を経験しながら学ぶ内容になっている。問題を捉えるフェーズ(Problem)では、「I wonder...」ではじまる文章を記述することで問題を捉える練習をする。データをまとめる、関係を調べる、比較するなどの切り口で調べたいこと、解決したいことを文章化する。教材としては、生徒たちに身近なデータ(学年、身長、体重、好きなブラウザ、小遣い、アルバイトの収入、反応速度など)、ドッグフードの値段、砂糖の摂取量などが取り上げられ、データはダウンロードして使えるよう準備してある。いかに調査を計画し、実行するかについても理論的に学んだ後、実際に生徒が学校のごみ問題をテーマに問題解決する課題が掲載されている。

33 章「確率」では、同様に確からしいことを前提として理論的に求める確率および実験などのデータにもとづいて求めた経験確率を予測に使う方法や意義を学ぶ。

STATISTICS		527
28	Statistical literacy – interpreting graphs and reports	529
29	Working with data	544
30	Data distributions	560
31	Bivariate data and time series	577
32	The statistical enquiry cycle	595
33	Probability	614

図 4-3-22 統計領域の目次(中学 3 年生)

② 割合

割合に関しては、ニュージーランド国定カリキュラムレベル 5 の達成目標に対応した内容を学習する。

- レベル 5
- ・ 比例の意味を理解する
 - ・ 百分率の操作を理解する
 - ・ 一般的な百分率を使った会話を理解する

本教科書における割合に関する学習は、第 4 章「百分率」、ページ数は 23 ページである。4 章の初めには、現実場面の例として「人間の体は 55%水分である」ことが示されこれに関連した問いが投げかけられている。学習内容は、図 4-3-23 に示す「百分率と分数・少数」

「百分率の計算」「増加率と減少率」「変化率」「物品税とサービス料」「銀行の金利」「全量を求める」の7節に分かれ、例題、練習問題の他にパズルも複数掲載され、5つの探索課題も出題されている。以下にパズルと探究課題の例を示す。

4	Percentages	68
	Getting percentages from decimals and fractions	69
	Converting percentages to fractions and decimals	69
	Applications of percentages – 1	71
	Calculating percentages 'of' quantities	73
	Applications of percentages – 2	74
	Increasing and decreasing by percentages	77
	Percentage changes	79
	GST	83
	Earning interest from a bank	85
	Working out the 'original' quantity	87

図 4-3-23 4章「百分率」(中学3年生)

例1) 4章「百分率」のパズル：グラウンドの面積

同じ面積，異なる長さあるサッカーグラウンドは，古いグラウンドを改修して新しいグラウンドを作っています。グラウンドは長方形で，回収後も面積は変わりませんが，幅が3%広くなる予定です。グラウンドの長さはどう変化しますか。小数点以下3桁まで答えてください。



例2) 4章「百分率」の探索課題：紙幣のデザイン

紙幣の精密なデザインには次の要件があります。

- 1 各紙幣は色が異なること
- 2 紙幣の長さは，金額に増えると少なくとも3%長くなる
- 3 各紙幣は整数(単位ミリメートル)で長さが決まっている。例えば 147.8 mm は許容されない
- 4 紙幣の長さは 135 mm 以上かつ 155 mm 以下でなければならない



問1 上記の要件のもとでデザイン可能な紙幣の金額の上限はいくらですか

問2 各紙幣の長さを調べなさい

問3 上記の4つの条件を満たしていない紙幣がないか調べなさい

例 3) 探究課題「価値の下落」

価値の下落とは、使用年数に従ってものの価値が下がることを意味します。ものは使用すればもはや新品ではなくなります。特に使用済の車やコンピュータの価値は大きく下がります。車を所有することで必要になる費用は、ガソリン代や登録料、修理費、タイヤ代だけではありません。それは、価値の下落分です。価値が下がることによって、購入時の価格とのちに売却するときの価格は大きく異なります。次の車を購入する際には、このことを忘れてはいけません。下表に新車の価値が 5 年間でどのくらい下がるかを割合で示しました。

年	購入時	1年後	2年後	3年後	4年後	5年後
価値の下落率	—	35%	17%	13%	11%	80%

次の表は \$ 40000 の新車を例に価格がいくらになるかを上の表をもとに計算したものです。

年	購入時	1年後	2年後	3年後	4年後	5年後
価値の下落率	40000	26000	21580	18775	16709	15373

表計算ソフトを使って以下の金額の車の価値がどう変化するか計算しなさい。

- 1 \$50000
- 2 \$62500
- 3 \$27000

	A	B	C	D	E	F	G
1	年	購入時	1年後	2年後	3年後	4年後	5年後
2	価値の下落率	—	35%	17%	13%	11%	8%
3	下落後の金額	40000	26000				
4		50000					
5		62500					
6		27000					

- ① A 列に新車の価格を入力する
- ② C 列に数式を入力する $=B3-C2*B3$
- ③ C 列の指揮を D,E,F,G 列にコピーする

このように、商品の割引や不動産の価格、物品税やサービス料、銀行の金利の話題(単利、複利)も取り上げられ、お金に関する話題が多い点の特徴として挙げることができる。

③ 確率

(4) の①に示す通り 33 章で確率が扱われている。ページ数は 21 ページである。内容は

トランプやルーレットなど基礎的なレベルから記載されている。過去のパターンから確率を推測する練習問題では、イタリアンピッツァについて、昨晚販売した 40 枚のピッツァのうちオリーブがトッピングされていたピッツァが 16 枚だったというデータから、ピッツァを注文した際にオリーブがトッピングされている、あるいはされていない確率を予測する問題が取り上げられたり、飛行機の発着について、時間通り、予定より早い、遅いなどの便数のデータから時間通り飛行機が到着する確率を求めたりするなど、日常的なテーマを取り上げた問題が豊富に掲載されている。

④ STEAM

中学 2 年生を対象とした教科書同様、(3)の②数学的活動と探究で述べた探究課題の中には、理科、社会、スポーツ、美術など他教科と横断した問題も含まれている。しかし、教科書には、特に STEAM を意識した記述は見られない。

⑤ プログラミング

中学 2 年生を対象とした教科書同様、本教科書も国定カリキュラムも「数学」科目の中でプログラミングを扱っていない。

4.3.4 高校 1 年生用の教科書

(1) 教科書の概要

教科書名：Gamma FUNDAMENTALS NCEA Level1

2011 年発行，440 ページ

高校 1 年生用（第 11 学年：Y11）

著者：David Barton

背景：ニュージーランド国定カリキュラムに準拠したレベル 5・レベル 6(日本の高校 1 年生)用の教科書であり(図 4-3-24, 図 4-3-25 参照)，高校 1 年生を対象とした中等教育達成度評価試験（NCEA：National Certificate of Educational Achievement Level1）に対応している。基礎的内容の Fundamentals と応用の Mathematics の 2 種類が発行されていて Fundamentals は統計の内容が多く，440 ページのうち 115 ページである。批判的思考力や問題解決力を伸ばすためのケーススタディとプロジェクト課題，NCEA 学内評価として行われるレポート課題に対応している。レベル 6 の到達目標には，標本から母集団に関してインフォーマルな推測するという項目が加わっている。

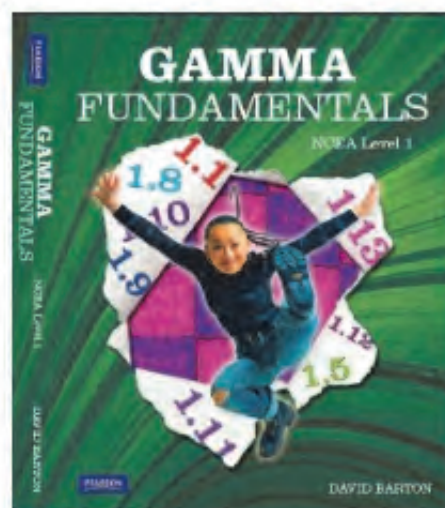


図 4-3-24
GAMMA FUNDAMENTALS

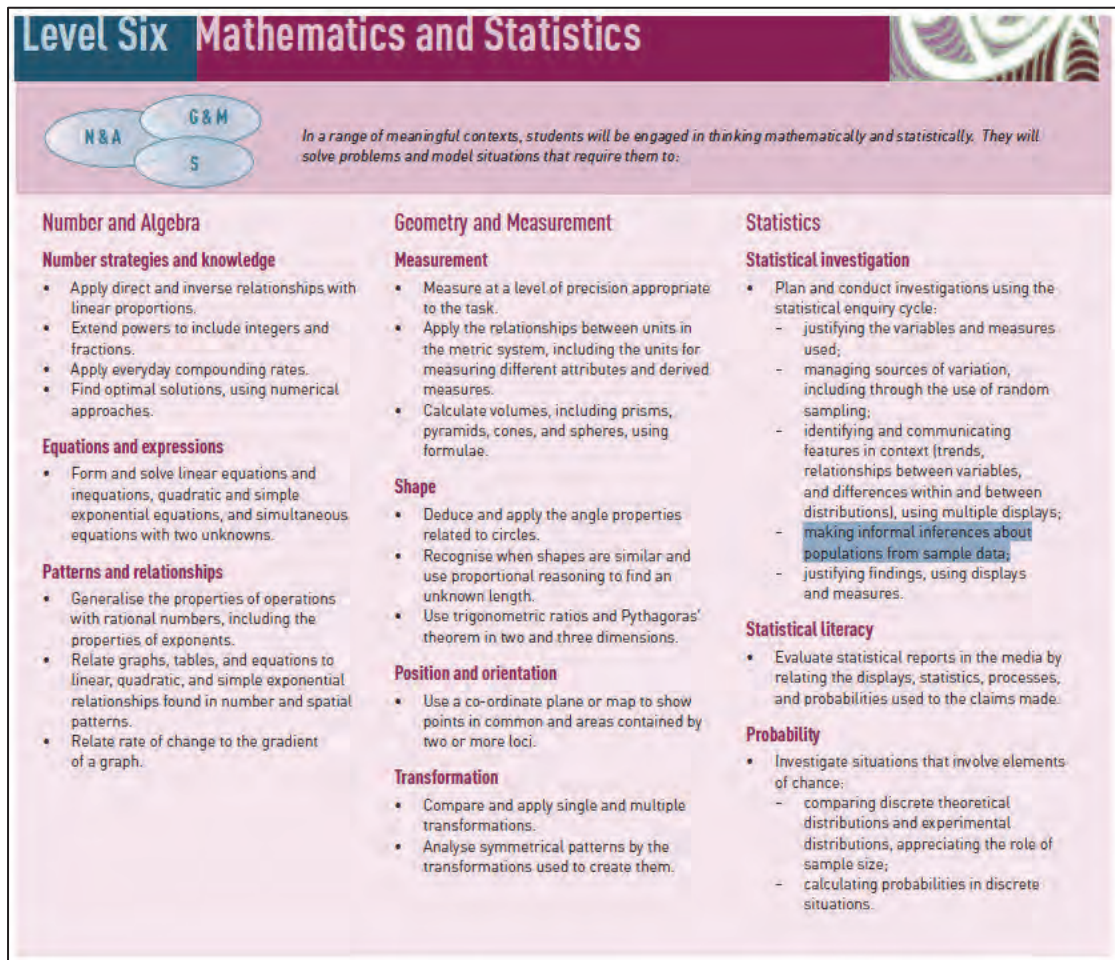


図 4-3-25 レベル 6 の到達目標

(2) ICT の位置づけ

① デジタル教科書の有無

通常の教科書に加えデジタル版 Gamma Fundamentals NCEA Level1 eBook, ワークブック (データ付き), 教師用デジタル版が販売されている。

② ツール

統計の学習においては、演習用のワークシート (Excel) が多数ダウンロードできるように準備されている。

(3) アプローチ

① 章の展開

章の構成は表 4-3-8 の通りである。

1) 単元の導入

各単元の導入は、中学生用教科書を同じく、国定カリキュラムが提示される。図 4-3-26 は 3 章「百分率」の単元導入のページである。3 章では、カリキュラムの後の導入 (Sarter) に住宅ローンの金利の例が掲載されている。

表 4-3-8 GammaFUNDAMENTALS と MATHEMATICS 章の構成

Gamma FUNDAMENTALS	Gamma MATHEMATICS
1.1 Numeric reasoning	1.1 Numeric reasoning
	1.2 Algebraic methods
	1.3 Relationships between tables, equations and graphs
1.4 Linear algebra	1.4 Linear algebra
1.5 Measurement problems	
	1.6 Geometric reasoning
	1.7 Using right-angled triangles as models for measurement problems
1.8 Geometric representations	
1.9 Transformation geometry	
1.10 Multivariate data sets and the statistical enquiry cycle	1.10 Multivariate data sets and the statistical enquiry cycle
1.11 Bivariate numerical data and the statistical enquiry cycle	1.11 Bivariate numerical data and the statistical enquiry cycle
1.12 Chance and data	1.12 Chance and data
1.13 Probability	

2) 項の構成

中学校の教科書同様、基本的には以下の項目で構成されている。適宜、探究課題やパズルが掲載される章もある。

- ・用語の概念等の説明
- ・用語の定義
- ・例（回答付問題）
- ・練習問題

② 数学的活動や探究

統計に関連する章は探究課題を前提に構成されている。他の領域も具体的な実験や現実世界の問題で当該学習内容を問題解決に活用する場面を通して、より洗練された解釈や新しい手法も学ぶことができる探究課題が設けられている。図 4-3-27 は確率の学習の探究課題である。二人でじゃんけんを 3 回実行して、どちらかが 2 勝以上する確率を求める問題で、じゃんけんの結果をシミュレーションする Excel シートも提示されている。

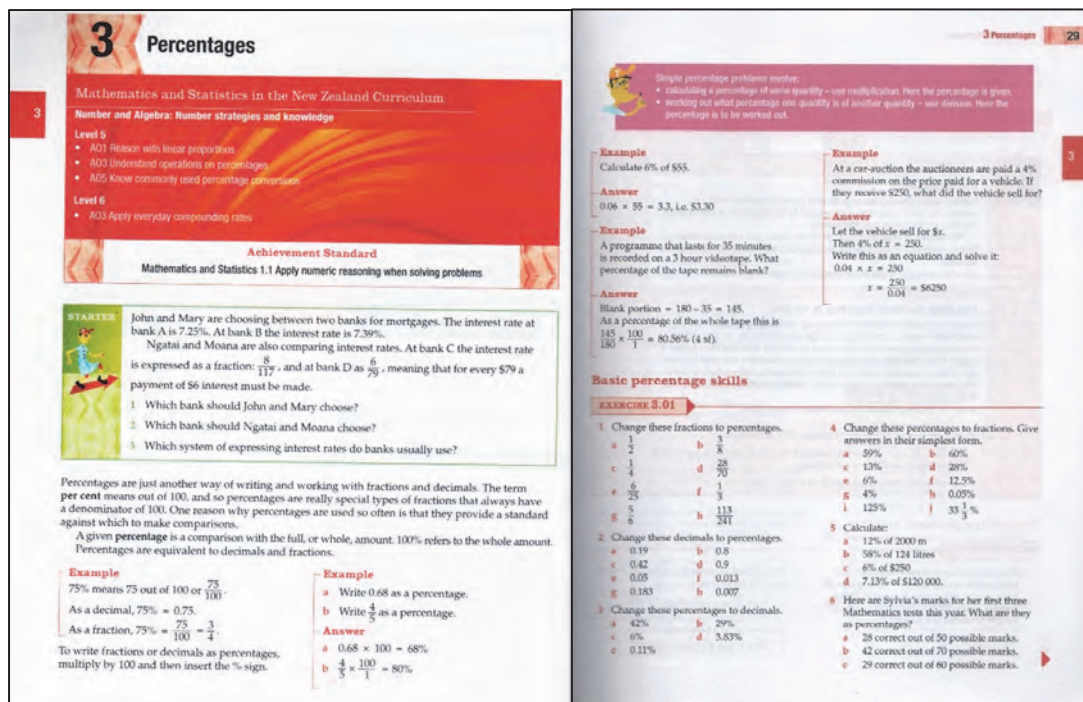


図 4-3-26 章の展開(3章「百分率」高校1年生)

INVESTIGATION

Paper, scissors, rock

The game of "paper, scissors, rock" requires no special equipment to play. Two people face each other while holding one hand behind their back, then bringing it to their front in the shape of an open palm (paper), two fingers (scissors) or fist (rock).

- Paper beats rock.
- Rock beats scissors.
- Scissors beats paper.

If the two symbols are the same then the result is a draw and the game is replayed.

The problem – what is the probability that there is a result (one player wins) in a "best of three" contest in paper, scissors, rock?

- 1 Design a simulation for this problem using a deck of playing cards. Explain the steps so that someone else can follow your instructions. You do not have to actually carry out the simulation.
- 2 Design a simulation for this problem using a pair of fair six-sided dice. Explain the steps so that someone else can follow your instructions. You do not have to actually carry out the simulation.

The screenshot below shows the first few rows of the spreadsheet **Paper, scissors, rock.xls**. It simulates several separate best-of-three games of paper, scissors, rock. In the first best-of-three simulation, player A wins the first two games, and player B the last, so there is an overall winner – player A. In the second best-of-three simulation, there is no winner, because each player wins once, and the last game is a draw.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
	Game number	Random numbers (1 = paper, 2 = scissors, 3 = rock)	Player A	Player B	Winner	Player A	Player B	Winner	Player A	Player B	Winner	Player A	Player B	Winner	Player A	Player B	Overall winner? Yes or No
1	1	1 1 1	paper	paper	A	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	Yes
2	2	1 1 1	paper	paper	A	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	Yes
3	3	2 1 1	scissors	paper	B	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	Yes
4	4	2 1 1	scissors	paper	B	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	A	1 1 1	paper	Yes

- 3 Use the spreadsheet to estimate the probability that there is an overall winner when two people play a best-of-three contest of paper, scissors and rock. Either run the spreadsheet (it is available on the Gamma Fundamentals Student CD) or your teacher can print off copies and you can fill in the blank cells.
- 4 Suggest how you could estimate the probability more accurately.
- 5 Calculate the theoretical probability.

図 4-3-27 探究課題高校1年生(じゃんけんの確率 p.376)

(4) 内容の取り扱い

① 統計

統計に関する内容は、10 章「多変量データと統計的探究サイクル」、11 章「2 変量の関係と統計的探究サイクル」、12 章「チャンスとデータ」、13 章「確率」で構成されている。

10 章「多変量データと統計的探究サイクル」は、身長・体重・靴のサイズ・性別など 1 件（一人）について複数の項目が記録されたデータを分析するという内容で、人間工学的に最適な机や椅子を選ぶというテーマが取り上げられている。最適な椅子のサイズを判断するために必要な変数はいくつか、高校生と中学生は同じサイズの椅子でいいのか、などの問題を実データを用いて解決する。標本となる高校生（Y12）30 人と中学生（Y9）30 人のデータの箱ひげ図から母集団の膝下の長さを推測する例が紹介されている。箱ひげ図の箱と中央値の位置関係や、OVS (Overall Visible Spread: 2 つの箱の含まれる範囲) に対する DBM (Distance Between Medians: 中央値の差) の割合をもとに推測する枠組み「インフォーマルな推測のルール」が示され (p.268)、必要な計算や箱ひげ図が埋め込まれた Excel ファイルも提供されている。

11 章「2 変量の関係と統計的探究サイクル」では、2 つの量的データを散布図上にプロットして視覚的に関係を読み取ったり、直線を近似して関係を表現したり、推測したりする方法を学ぶ。独立変数、従属変数、正の相関、負の相関、線形、外れ値、関係を表す直線（目視、ツール）について学ぶ。母集団とは分析したい対象であり、推測は母集団に対して行う。標本は母集団の一部であり、標本について記述する際には「I notice that ...」、推測は「I wonder if ...」に区別して結果をまとめる例も示されている。

12 章「チャンスとデータ」は、これまでの統計に関する学習のまとめに当たる内容で構成されている。統計グラフ、統計量、確率の基礎を復習できる。他者の書いた論文やレポートを読んで評価する学習も含まれる。

13 章「確率」は、確率実験、シミュレーション、インフォーマルな推論について学ぶ。

例 1) 用語の概念等の説明：箱ひげ図による 2 群の比較（目視による比較 p.266）

中学生 (Y9) と高校生 (Y12) 年生の膝下の長さを比較し、それぞれに適切な椅子の高さを提案する課題において、30 人の標本データから箱ひげ図を作成し、その結果をどのように解釈すればよいかが明確に示されている。もし図 4-3-28 のように中学生と高校生の中央値が、互いの箱（四分位範囲）に収まっていれば 2 つの母集団の膝下の長さが異なっているとは判断できない。

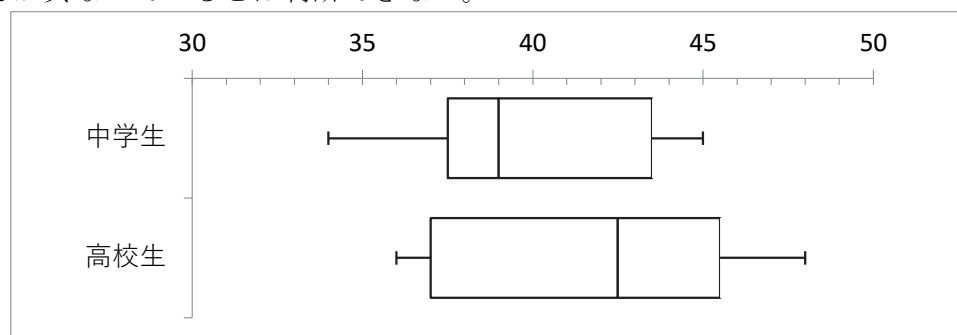


図 4-3-28 膝下の長さの箱ひげ図①

図 4-3-29 のように一方もしくは両方の中央値が他方の箱の外に位置していれば、この標本から中学生より高校生の方が膝下が長いと主張できる。

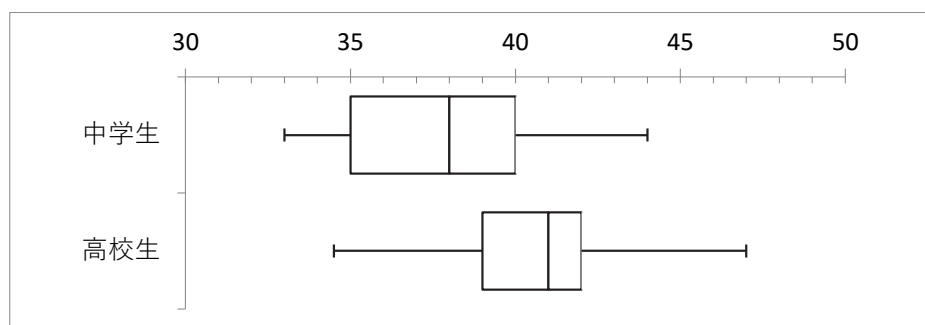
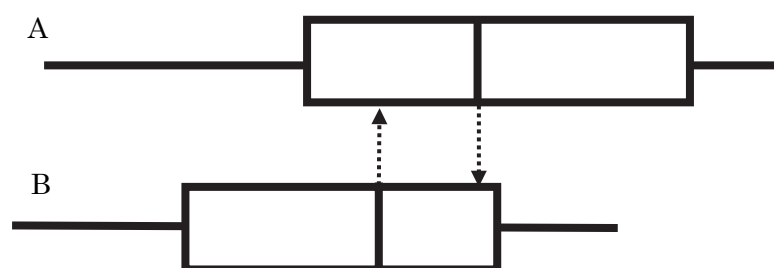


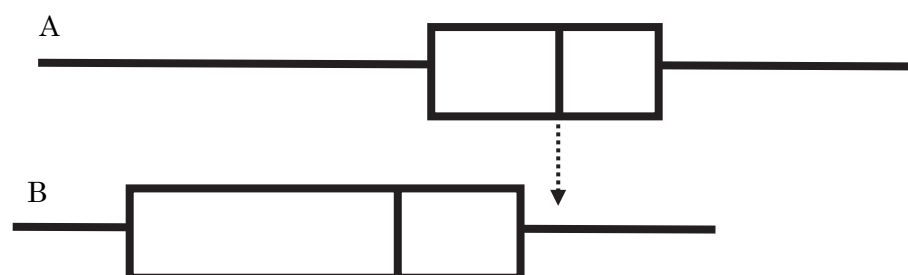
図 4-3-29 膝下の長さの箱ひげ図②

例 2) 用語の概念等の説明：箱と中央値の位置の比較 (p.267)

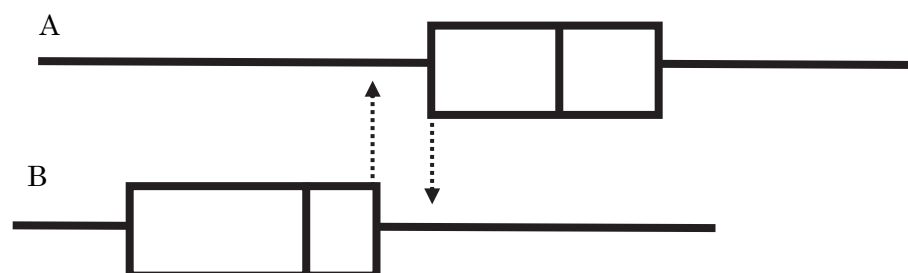
- 中央値が他方の箱の中に納まる場合
→A の方が B より大きいとは判断できない



- 中央値が他方の箱の外に位置する場合
→A の方が B より大きい傾向がある



- 箱が重ならない場合
→A の方が B より大きい傾向がある



※外れ値の影響を排除するために、箱の内側のみに着目する。

例 3) 用語の概念等の説明：DBM と OVS（インフォーマルな推測のルールと条件 p.267）

母集団に対して「一方は他方より大きい」と主張するために、箱ひげ図を比較する際に「中央値の差」と「2つの箱の含まれる範囲」に着目する。ここで「中央値の差」と「2つの箱の含まれる範囲」とは、図 4-3-30 に示す DBM：Distance Between the Medians と OVS：Overall Visible Spread である。これらの値を用いて、母集団を推測することができる。表 4-3-9 の基準をもとに以下のような主張が可能となる。

- 標本の大きさが約 30 の場合：DBM が OVS の約 1/3 より大きいとき、一方は他方より大きい（差がある）を主張できる
- 標本の大きさが約 50 の場合：DBM が OVS の約 1/5 より大きいとき、一方は他方より大きい（差がある）を主張できる
- 標本の大きさが約 100 の場合：DBM が OVS の約 1/10 より大きいとき、一方は（他方より大きい差がある）を主張できる

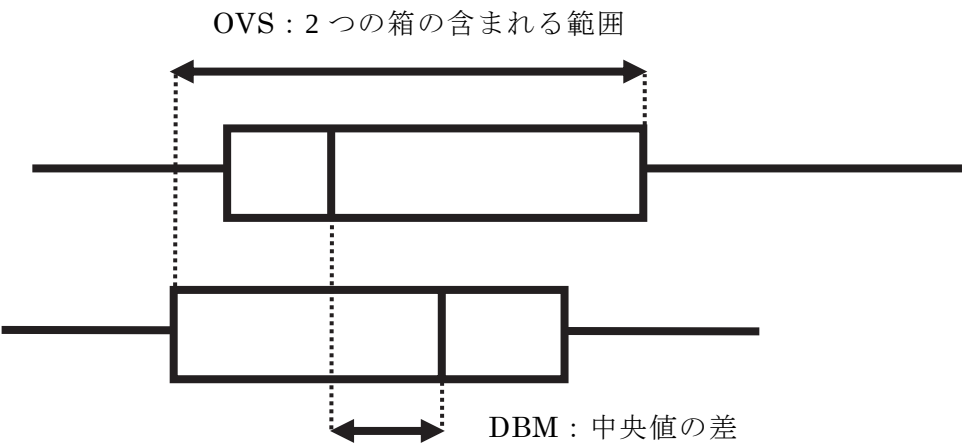


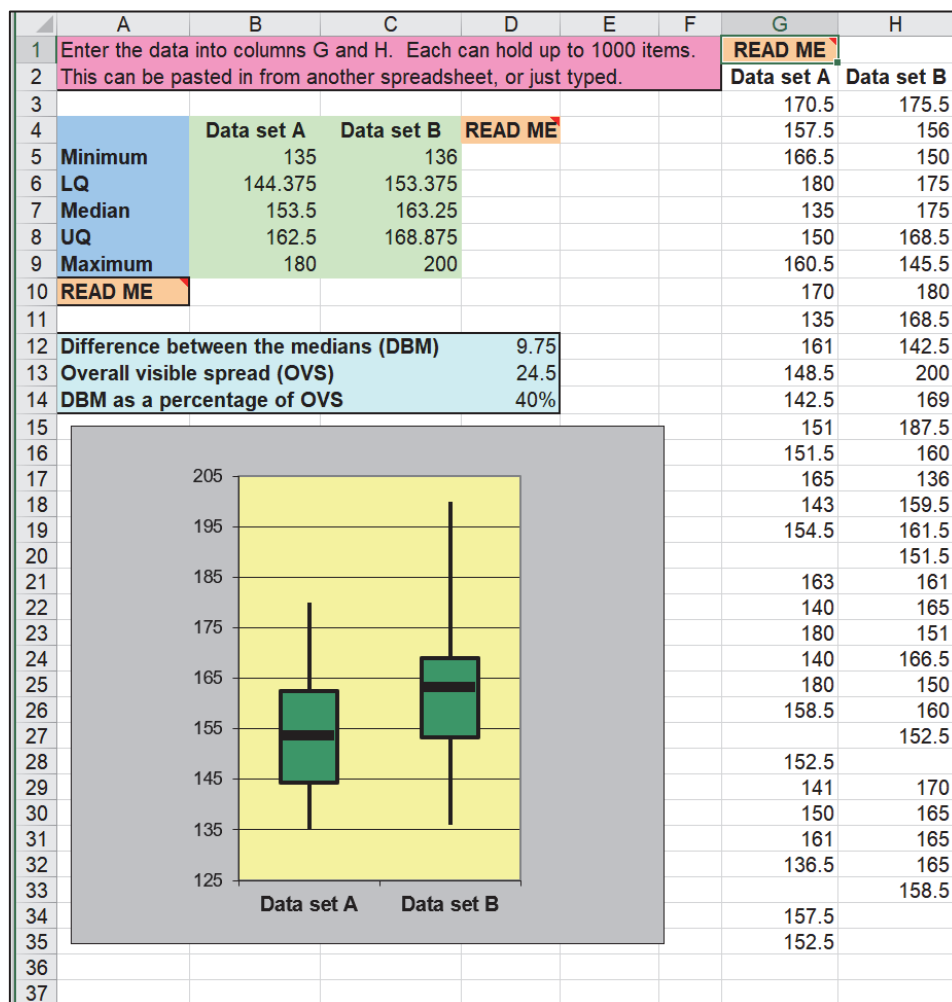
図 4-3-30 DBM と OVS

表 4-3-9 数値による箱ひげ図の比較基準

標本の大きさ	母集団に対して「一方は他方より大きい傾向がある（またはその逆）」
30	DBM>1/3OVS か DBM の OVS に対する割合>33%
100	DBM>1/5OVS か DBM の OVS に対する割合>20%
1000	DBM>1/3OVS か DBM の OVS に対する割合>10%

例 4) ICT ツールを活用した学習例；：箱ひげ図による 2 群の比較

2 群の中央値の差 (DBM) と 2 つの箱の含まれる範囲 (OVS) およびその割合を
みることで、A グループと B グループの身長 (単位 cm) を比較する。



A グループの身長と B グループの身長の箱ひげ図を比較すると、B グループの中央値は A グループの箱の中に含まれているため、B の方が大きいとは判断できない。そこで中央値の差 (DBM) を求めると D12 セルに示されるように「9.75」、2 つの箱の含まれる範囲 (OVS: D13 セル) は「21.125」となり、その割合 (DBM/OVS: D14 セル) が 40% となる。この場合、標本の大きさは約 30 であることからこの割合が 33% を超えているので、B グループの方が身長の値が大きい (背が高い) と判断できる。

この例題で使用する Excel ファイル (Wrist size and gender analysis. xls) は、<http://www.mathematics.co.nz/> からダウンロード可能である。データを変更して使用も可能である。

本教科書で紹介されている箱ひげ図を用いたインフォーマルな推論については、アメリカの教科書など（Roxy Peck, Chris Olsen, Jay L.Devore (2015), Corey Andreasen, Deanna Krause McDonald (2020)）には記載されていないが、ニュージーランドでは達成度評価試験 NCEA の学内試験で実施される探索的課題の評価基準（Achievement Standard 91035, Investigate a given multivariate data set using the statistical enquiry cycle）の7つの項目の中に DBM/OVS を用いたインフォーマルな推論ができることが基準として示されている。

生徒は、統計的探究サイクルに沿って特定の多変量データセットを探究した。

- (1) 生徒は比較のために適切な問いを設定した
- (2) 適切なグラフ等を用いた
- (3) 適切な統計量を用いた
- (4) 分布の特徴や違いを比較し議論した
- (5) 結論をまとめるためにインフォーマルな推論を行った
- (6) まとめにグラフ等が参照され、中央値の差 (DBM) / 2 つの箱の含まれる範囲 (OVS) が正しく用いられた
- (7) 結果は問題の背景に照らしてまとめられた。探究のプロセスにおいて見直し、振り返りが行われた

② 割合

高校1年生を対象とした割合の学習の内容は、復習を兼ねた分数から百分率への変換、小数から百分率への変換など基礎的な技能の確認ではじまり、日常の場面における問題解決に割合や百分率を用いる例題を数多く学習する内容となっている。

例1) 回答付問題：増加率

家の価値は毎年 6%増加する。

\$ 235000 で購入した家は 8 年後にいくらになっているか。

(答) $235000 \times (1.06)^8 = 374554$

例2) 練習問題：物品税とサービス料

税込み価格から税抜き価格、税抜き価格から税込み価格を計算する表計算シートを作成しなさい。

	A	B	C	D	E	F
1	税込み価格	税抜き価格		税抜き価格	税込み価格	
2	\$16.00	\$18.40		\$45.00	\$39.13	
3	\$19.00			\$630.00		
4	\$45.36			\$9.95		
5	\$102.67	=A2*1.15		\$1,099.00	=D2/1.15	
6	\$900.00			\$72.30		
7	\$1,020.60			\$5,007.35		
8	\$0.35			\$0.80		
9	\$348.00			\$110.00		

また、税率 15%の場合と 20%の場合を比較するシートを作成しなさい。

	H	I	J	K
1	税込み価格(15%)	税抜き価格	税抜き価格(20%)	増加分
2	\$832.00	\$723.48	\$868.17	\$36.17
3	\$34.00			
4	\$45.36			
5	\$102.67	=H2/1.15	=I2*1.2	=K2-H2
6	\$900.00			
7	\$1,020.60			
8	\$0.35			
9	\$348.00			

③ 確率

(4) ①に示す通り、確率の単元では経験的確率を中心とし、確率の理論的な基礎概念を分析、意思決定等に活用するための学習が主である。

④ STEAM

中学生を対象とした教科書同様、(3)の②数学的活動と探究で述べた探究課題の中には、理科、社会、スポーツ、美術など他教科と横断した問題も含まれている。しかし、教科書の紙面には、特に STEAM を意識した記述は見られない。

⑤ プログラミング

中学生を対象とした教科書同様、本教科書も国定カリキュラムも「数学」科目の中でプログラミングを扱っていない。

4.3.5 高校2年生用の教科書

(1) 教科書の概要

教科書名：Theta DIMENSIONS NCEA Level2

2012 年発行，564 ページ

高校2年生（第12学年：Y12）

著者：David Barton

背景：NZ で高校2年（Year11）を対象に行われている達成度評価試験 NCEA Level2 および国定化カリキュラムレベル7に準拠した教科書である。統計重視の **Dimensions** と微積重視の Mathematics の2種類があり、**Dimensions** は564ページのうち199ページである。

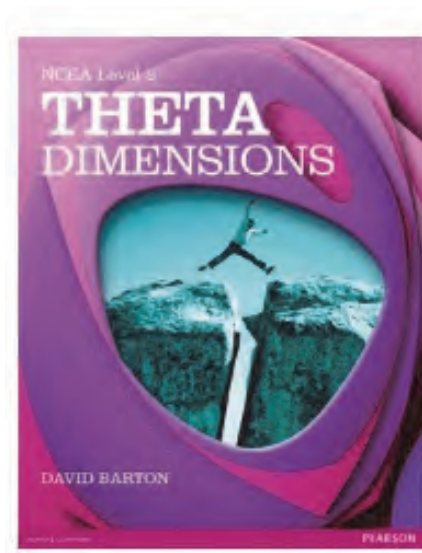


図 4-3-31
THETA DIMENSIONS

(2) ICT の位置づけ

① デジタル教科書の有無

通常の教科書に加えデジタル版 Theta Dimensions NCEA Level2 eBook，ワークブック（デ

ータ付き)、教師用デジタル版が販売されている。

② ツール

統計の学習においては、演習用のワークシート (Excel) が多数ダウンロードできるように準備されている。

(3) アプローチ

① 章の展開

章の構成は表 4-3-10 の通りである。単元の導入、項の構成ともに中学校高等学校の同シリーズの教科書と同様に、基本的には以下の項目で構成されている。適宜探究課題やパズルも掲載される。

- ・用語の概念等の説明
- ・用語の定義
- ・例 (回答付問題)
- ・練習問題

② 数学的活動や探究

統計に関連する章は探究課題を前提に構成されている。章全体が具体的な実験や現実世界の話題で当該学習内容を問題解決に活用する場面を通して、より洗練された解釈や新しい手法も学ぶことができる。統計以外の章においても、各章に複数の探究課題が設けられている。図 4-3-32 は 17 章「質問紙の設計」の探究課題である。車の利用が増えている現代において、駐車場の利用状況を調査するための質問紙を設計し、実際に調査を行う課題である。

表 4-3-10 Theta DIMENSIONS と MATHEMATICS 章の構成

Theta DIMENSIONS	Theta MATHEMATICS
	2.1 Co-ordinate Geometry 1 Co-ordinate geometry 2 Further co-ordinate geometry
2.2 Graphical Models 1 Polynomials and their graphs 2 Functions – domain and range 3 Other mathematical functions and their graphs 4 Transformations of graphs and the connection with parameters 5 Trigonometric graphs 6 Piecewise graphs	2.2 Graphical models 3 Polynomials and their graphs 4 Functions – domain and range 5 Other mathematical functions and their graphs 6 Transformations of graphs and the connection with parameters 7 Trigonometric graphs 8 Piecewise graphs
2.3 Sequences and Series 7 Introducing sequences 8 Arithmetic sequences 9 Geometric sequences 10 Growth and decay	

2.4 Trigonometric Relationships 11 Triangle trigonometry 12 The sine rule 13 The cosine rule 14 Circular measure	2.4 Trigonometric relationships 9 Triangle trigonometry 10 The sine rule 11 The cosine rule 12 Circular measure
2.5 Networks 15 Networks – basic properties 16 Networks – applications	
	2.6 Algebraic methods 13 Basic algebra 14 Algebraic fractions 15 Factorising and quadratic expressions 16 Rearrangements of algebraic formulae 17 Quadratic equations 18 Exponential expressions 19 Logarithms
	2.7 Calculus methods 20 Introducing differentiation 21 Calculus and curves 22 Anti-differentiation 23 Calculus applications
2.8, 2.9, 2.10 The Statistical enquiry cycle 17 Questionnaire Design 18 Sampling and displaying data distributions 19 Sampling variation and statistical inference 20 Statistical experiments	
2.11 Statistical Reports 21 Evaluating statistical reports	
2.12 Probability Methods 22 Probability 23 Further probability 24 The normal distribution	2.12 Probability methods 24 Probability 25 Further probability 26 The normal distribution
2.13 Simulation 25 Simulation methods	2.13 Simulation 27 Simulation methods
	2.14 Systems of equations 28 Simultaneous equations 29 Non-linear simultaneous equations

例 1) 統計「質問紙の設計」の探究課題：駐車場（高校 2 年生）

車に乗る人が 20 世紀から増え、便利になっているが、駐車場に関して問題はないのだろうか。駐車場についてか調査するための質問紙を設計して情報を集めなさい。

- 1 自宅の駐車場：車庫（屋内）、車庫（屋外）、私道、庭、道端
- 2 職場の駐車場：有 OR 無、無料 OR 有料
- 3 娯楽施設の駐車場：有 OR 無、無料 OR 有料

- 4 病院/歯医者/美容院の駐車場：有 OR 無，無料 OR 有料
- 5 駐車場での支払い方法：現金，クレジットカード，携帯支払い，他カード
- 駐車場に一時間当たりいくらなら支払いますか？
- 一日当たりはいくらなら支払いますか？

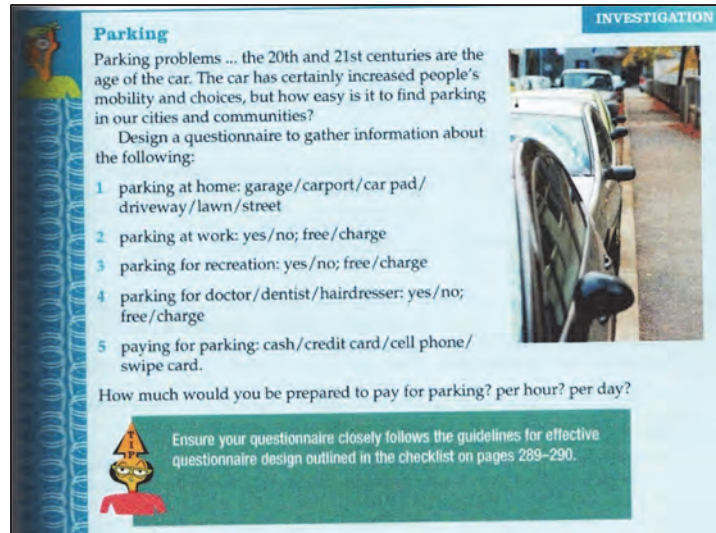


図 4-3-32 高 2 探究課題（パーキング p.291）

(4) 内容の取り扱い

① 統計

17 章から 20 章「統計的探究サイクル」では，まず初めにアンケートの質問方法や実施方法に関して学ぶ。調査票の設計だけで 23 ページが費やされ，各質問項目の目的や質問方法，データの収集方法，記録方法について学ぶ。チェックリストも提示され，探究課題はこれらを活用して調査票を設計する内容をなっている。標本調査に関しては，無作為標本抽出だけではなく，系統抽出，クラスター抽出法，層別抽出法が紹介されている。母集団の推測については，インフォーマルな方法として，母集団から複数回リサンプリングを行い，中央値を一定の区間で推定できることを確かめる。複数の標本の箱ひげ図を並べ中央値がどの範囲にあるかで母集団を推測する基準としてインフォーマルな信頼区間（母集団中央値の 90% の信頼区間：サンプルの中央値 $\pm 1.5 \frac{IQR}{\sqrt{n}}$ ）を求めて，信頼区間が重複しなければ差があると判断する方法が紹介されている。

22 章から 24 章 の確率の学習はこれまでの復習に加え，リスクとリスク比，期待値，正規分布について学ぶ。

19 章「標本のばらつきと統計的推測」では，箱ひげ図を用いて標本によって結果が異なること，複数の標本を用いての集団を推測する方法としてインフォーマルな信頼区間の求め方およびそれらを用いた推測について学ぶ。次に示す例 1 はインフォーマルな信頼区間に関する学びの導入で示された問題である。この問題では，標本は母集団の一部であり母集団そのものではないためそれぞれの箱ひげ図は偏ったものにならざるを得ないこと，そして，標本ごとに異なることを箱ひげ図を用いて視覚的に理解することが大切だと書かれて

いる。標本ごとの違いや標本の大きさによる違い視覚的に理解した上で、複数の標本の中央値から、幅をもたせて(範囲で)母集団の中央値を推測する方法とその有効性を理解させることが重要である。本来、母集団のデータが 200 件であることはないが、200 件の母集団の真の中央値(529 ドル)を対比させながら検証することで、推測が可能であることを学習できる。表計算ソフトで、母集団となる 500 件以上のデータから標本をランダムに取り出して 10 個の標本を作製し、箱ひげ図で比較する演習も提供されている。箱ひげ図の比較の際には、中心 50%である「箱」のみに注目して推測を行い、外れ値の影響を受ける「ひげ」は用いない。

例 2 に示した回答付練習問題は母集団の中をうちの信頼区間をインフォーマルな方法で求める学習の例である。また、例 3 に示すインフォーマルな信頼区間を用いた推論の方法についても学習する。

例 1) 箱ひげ図を用いたインフォーマルな信頼区間の学習 (項の導入 311 ページ)

200 件の週間賃金のデータを母集団として、大きさ 25 の標本を 10 個作成して箱ひげ図にした。これらの箱ひげ図をもとに以下の問いに答えよ。

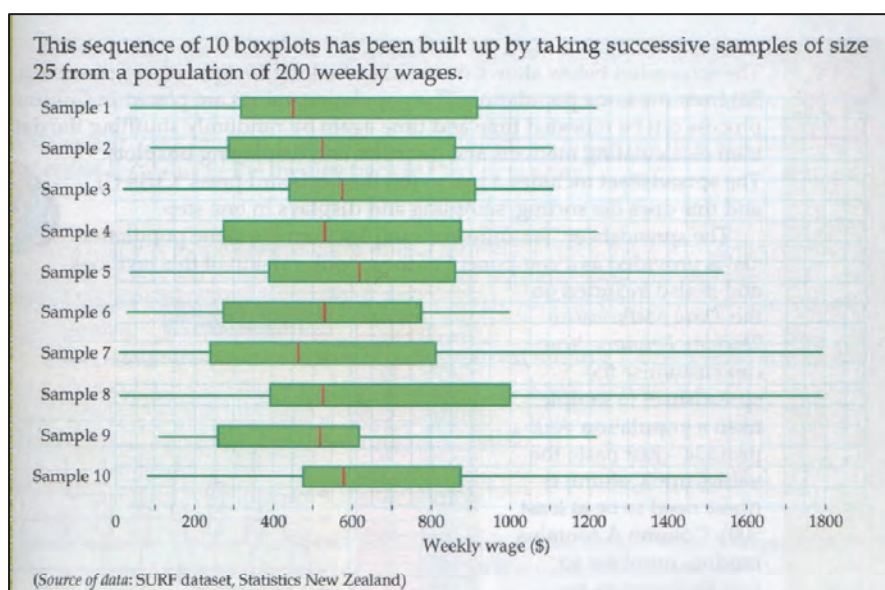


図 4-3-33 週間賃金の推測

- 1 10 個の箱ひげ図からわかること記述せよ
- 2 10 個の箱ひげ図から標本の中央値のうち最も小さい値推定せよ
- 3 10 個の箱ひげ図から標本の中央値のうち最も大きい値推定せよ
- 4 母集団の中央値を推測せよ.範囲(幅を持たせて)で推測すると、正しい値を含むことを確認せよ
- 5 標本の大きさを例えば 25 から 50 に増やした際に、箱ひげ図がどう変化するか確認せよ

例 2) インフォーマルな信頼区間の求め方 (回答付問題 p.314)

【母集団の中央値に関するインフォーマルな信頼区間】

$$\text{標本の中央値} \pm 1.5 \times \frac{\text{四分位範囲}}{\sqrt{\text{標本の大きさ}}}$$

※この値は、母集団の中央値の 90% の信頼区間のおおよその値である。

母集団から大きさ 25 の標本の統計量は以下の通りである.

第 1 四分位数 : 468

中央値 : 564

第 3 四分位数 : 688

このときの母集団の中央値のインフォーマルな信頼区間を求め, 箱ひげ図に記入せよ。

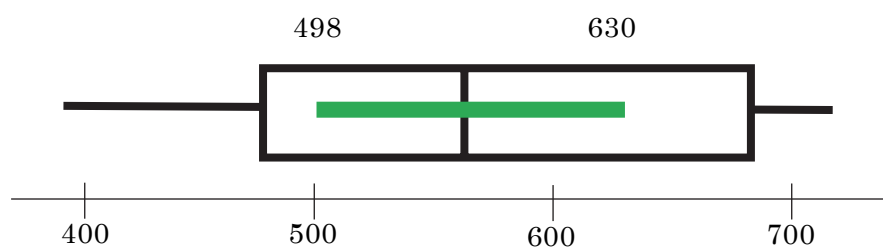
(答え)

四分位範囲 = 第 3 四分位数 - 第 1 四分位数

$$= 688 - 468 = 220 \quad \leftarrow \text{箱の幅}$$

$$\begin{aligned} \text{信頼区間の下限} &= \text{標本の中央値} - 1.5 \times \frac{\text{四分位範囲}}{\sqrt{\text{標本の大きさ}}} \\ &= 564 - 1.5 \times \frac{220}{\sqrt{25}} = 564 - 66 = 498 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{信頼区間の上限} &= \text{標本の中央値} + 1.5 \times \frac{\text{四分位範囲}}{\sqrt{\text{標本の大きさ}}} \\ &= 564 + 1.5 \times \frac{220}{\sqrt{25}} = 564 + 66 = 630 \end{aligned}$$



例 3) インフォーマル信頼区間を用いた推論 (p.316)

高校 2 年生向けの教科書では, 中央値のインフォーマルな信頼区間を求めて箱ひげ図上に図示し, その位置に着目する方法が示されている. 図 4-3-34 に示すように, 2 つの標本の箱ひげ図を比較し, それぞれの信頼区間を示す緑と赤のラインに重な

りがなければ、母集団 A は母集団 B より大きな値を示す傾向があると主張することができる。

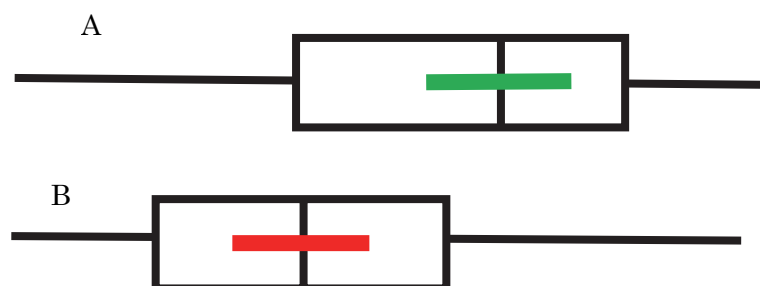


図 4-3-34 中央値の信頼区間を示した箱ひげ図

図 4-3-35 に示す信頼区間の差 U(下表の紫の範囲)と差 L(下表の青の範囲)のうち、差 $L > 0$ ならば母集団 A の中央値は B より大きいと判断できる。

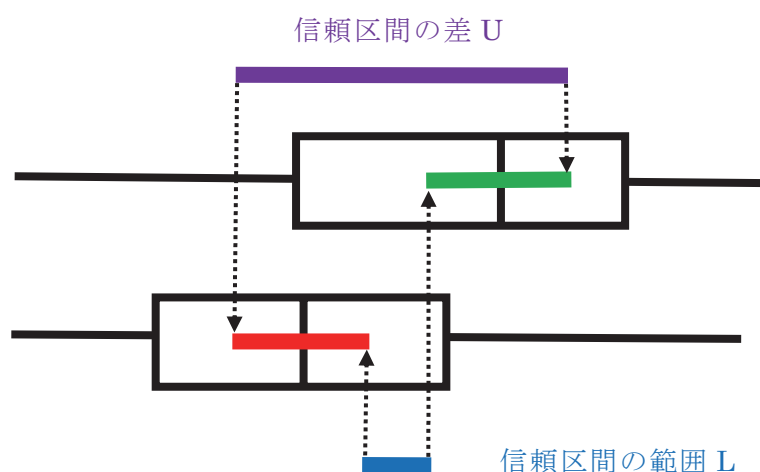


図 4-3-35 中央値の信頼区間の差

② 割合

なし

③ 確率

(4) ① に示す通り、確率の単元ではこれまでの復習的な内容に加えて、分割表、条件付確率、リスクとリスク比、期待値、正規分布の学習が新たに加わっている。

④ STEAM

教科書の紙面には、特に STEAM を意識した記述は見られない。

⑤ プログラミング

本教科書も国定カリキュラムも「数学」科目の中でプログラミングを扱っていない。

4.3.6 示唆

ニュージーランドの教科書は、以下の4点について示唆的である。

① 学習内容の継続性

ニュージーランドの教科書はどの単元においても、既習の内容が重複して記載されている。特に統計の単元では、小学校で学習した円グラフやドットプロットの読み取りなどの練習問題が繰り返し掲載されている。また、数学的内容の説明はコンパクトにまとめられ、答え付きの練習問題を通し、復習を含めて理解を深める授業展開が想定されている点は示唆的である。

② 探究課題の充実

探究課題が充実していることもニュージーランドの教科書の特徴である。統計の学習においては、古典的な度数分布表や多すぎた平均の計算練習が削減され、実データを用いた2群の比較や分布の解釈が重視した探究課題が多く掲載されている。高等学校では、箱ひげ図、中央値による推測に関する学習がページの多くを占め、グラフ電卓、表計算の利用を促す探究課題も多い。

③ 現実問題と関連付けた問題

探究課題のみならず、練習問題においても日本の教科書では取り扱われていない現実事象と関連付けた問題が多数掲載されている。お金、住宅ローン、健康などの話題も取り上げられ、数学の有用性が生徒の生活と連動して語られている点が示唆的である。教科書内で使用されているデータの件数は、100件、200件と日本の教科書に比べると多いことも特徴である。

④ 統計に関連した内容の充実

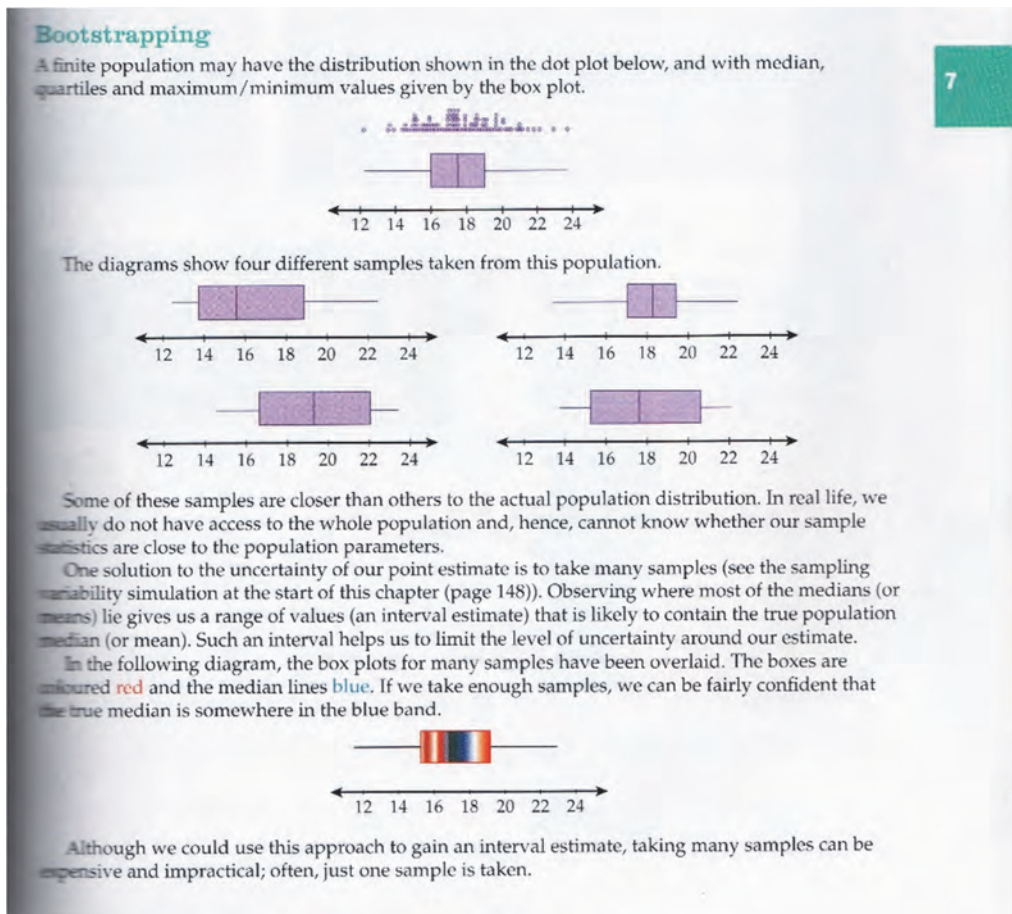
統計に関連した内容が大変充実し、記述統計にとどまらず推測統計を前提とした教育が例学年から実施され、「インフォーマル」を明示した推測の手法を用いた問題解決の過程を繰り返し学ぶ点は示唆的である。表4-3-11に示すように、ニュージーランドでは中学2年生向けの教科書(alphaMATHEMATICS 2018版)から、経験的確率から予測を行う「インフォーマルな推測」に関する学習が繰り返し行われている。また、国定カリキュラムには、Level5(中3)で単に「分布の比較」ではなく「視覚的に標本の分布を比較する」、Level6(高1)で「標本から母集団をインフォーマルに推測する」ことが到達目標として明記され、標本から母集団を推測するために標本の分布を比較することが明確に指導されている。また、高3年生向けの教科書では、例1から例4に示すような区間推定の学習の中でブートストラップ法を用いて、複数の標本を生成して箱ひげ図を重ね合わせて母集団の中央値の範囲を推測する方法が示されている。ブートストラップ法とは、標本から再度複数の標本を抽出して推測を行う手法で、複数の標本から中央値を区間で推定することにより点推定の不確実性を軽減することができる。

表 4-3-11 インフォーマルな推測に関する学習の流れ

学年	内容
中学 2 年生 (alpha)	経験的確率からの予測
中学 3 年生 (beta)	箱ひげ図の中央値の位置から推測
高校 1 年生 (gamma)	箱の範囲に対する中央値の差から推測
高校 2 年生 (theta)	インフォーマルな信頼区間を用いた推測 $\text{標本の中央値} \pm 1.5 \times \frac{\text{四分位範囲}}{\sqrt{\text{標本の大きさ}}}$
高校 3 年生 (sigma)	ブートストラップ法による再標本を用いた推論 フォーマルな信頼区間を用いた推論

例 1) ブートストラップ法（高校 3 年生）

ブートストラップ法とは、標本からランダムに 1 つ値を取り出す操作を繰り返し、再標本を作り出す手法である。複数の標本を作り出し、それらの中央値を区間で推定することにより点推定の不確実性を軽減することができる。下図は、ブートストラッピング法の説明として、一つの標本データから精製した複数の再標本の箱ひげ図、さらにはそれらを重ね合わせた箱ひげ図が提示されたページである。中央値の出現しやすい区間を濃い色で表現することにより、中央値が推測できることが示されている。



例 2) Excel を活用したブートストラップ法による再標本の生成（高校 3 年生）

① 標本データに名前を付ける（範囲選択→名前定義→標本）

標本	35	28	37	22	26
	27	30	32	40	33
	29	26	27	37	31
中央値	30				

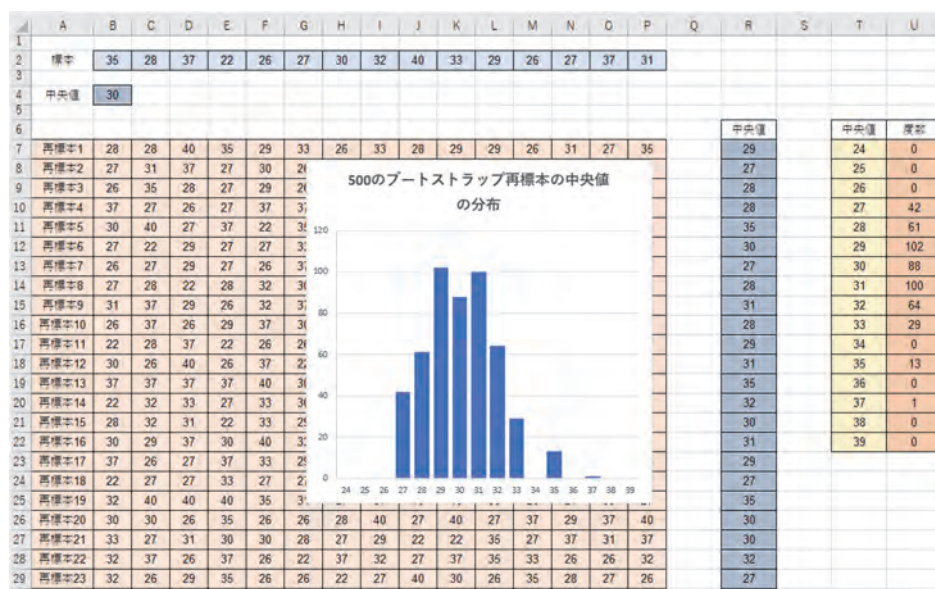
② 大きさ 15 の再標本を 500 回生成する

=INDEX(標本,ROWS(標本)*RAND()+1,COLUMNS(標本)*RAND()+1)

再標本1	28	28	40	35	29	33	26	33	28	29	29	26	31	27	35
再標本2	27	31	37	27	30	26	27	27	40	26	30	37	27	26	37
再標本3	26	35	28	27	29	26	26	26	37	33	31	22	30	30	22
再標本4	37	27	26	27	37	37	32	27	28	31	26	37	28	27	37
再標本5	30	40	27	37	22	35	29	37	35	29	37	37	40	29	26
再標本6	27	22	29	27	27	33	32	33	37	30	35	28	35	33	22
再標本7	26	27	29	27	26	37	22	37	28	32	27	22	26	35	29
再標本8	27	28	22	28	32	30	35	35	26	26	26	37	28	33	26
再標本9	31	37	29	26	32	37	30	26	33	32	37	37	22	29	26
再標本10	26	37	26	29	37	30	28	32	27	27	30	31	27	27	27

③ 各再標本の中央値を計算する

④ 度数分布表を作成する



⑤ ヒストグラムを作成する

例 3) ブートストラップ法による再標本を用いた推論（高校 3 年生）

センサス@スクールより取得した高校 1 年生 25 人の腕を広げたときの幅の標本から、母集団の中央値を推測せよ。

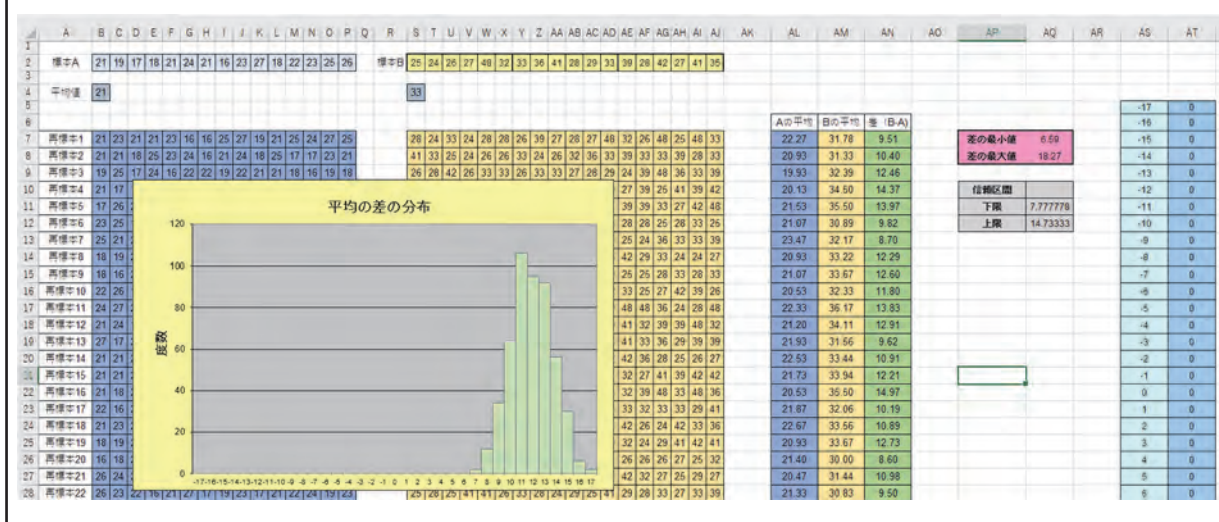
標本	169	170	177	170	185	165	171	132	181	188	150	185	171
	167	180	150	183	180	191	165	196	187	172	172	175	

- ① 標本データから 1000 回再標本を抽出する
- ② 抽出した再標本すべてにつき中央値を計算する
- ③ 信頼区間の上限を計算する(1000 個の中央値のうち上位 26 番目 (2.5%) の値)
=SMALL(\$R\$6:\$R\$1005,26)
- ④ 信頼区間の下限を計算する(1000 個の中央値のうち下位 26 番目 (2.5%) の値)
=LARGE(\$R\$6:\$R\$1005,26)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1	Census@School_Armspan(高校1年生)																					
2	標本	169	170	177	170	185	165	171	132	181	188	150	185	171	167	180	150	183	180	191	165	196
3	中央値	172																				
4	標本の大きさ	25																				
5																						
6	再標本1	170	171	132	165	181	180	170	177	167	169	185	172	132	171	175		中央値		中央値の範囲		
7	再標本2	185	185	172	181	181	150	171	187	172	171	196	171	181	170	172		171		165	~	187
8	再標本3	171	165	180	175	132	171	196	180	170	132	165	175	150	180	150		172				
9	再標本4	169	132	180	171	180	185	180	191	185	132	170	185	187	150	191		171		中央値の95%信頼区間		
10	再標本5	183	167	172	172	171	172	187	170	185	191	183	165	188	196	167		180		169	~	183
11	再標本6	169	183	188	172	187	181	183	132	180	196	196	183	171	177	170		172				
12	再標本7	183	183	180	177	171	183	169	175	180	167	177	132	169	191	196		181				
13	再標本8	132	183	185	150	191	175	171	180	171	172	172	171	175	175	171		177				
14	再標本9	196	191	150	185	171	171	175	150	185	175	181	183	175	167	183		172				
15	再標本10	180	165	171	132	180	175	185	150	191	150	170	180	180	177	172		175				

例 4) ブートストラップ法による再標本を用いた推論 (2 群の比較)

- ① 2 つの標本それぞれから 500 回ずつ再標本を抽出する
- ② 抽出した再標本すべてにつき平均値を計算する
- ③ 2 群の差を計算する
- ④ 度数分布表を作成する
- ⑤ ヒストグラムを作成する
- ⑥ 信頼区間の上限を計算する (500 個の中央値のうち上位 13 番目 (2.5%) の値)
=SMALL(\$R\$6:\$R\$1005,26)
- ⑦ 信頼区間の下限を計算する (500 個の中央値のうち下位 13 番目 (2.5%) の値)
- ⑧ =LARGE(\$R\$6:\$R\$1005,26)



(深澤弘美)

4.3 の引用・参考文献

Corey Andreasen, Deanna Krause McDonald (2020), 5 Steps to a 5 Ap Statistics 2021, McGraw-Hill

NZ 教育省(2015), The New Zealand Curriculum, Year and Curriculum Levels,
<http://nzcurriculum.tki.org.nz/The-New-Zealand-Curriculum> (2021.11.24 現在)

Roxy Peck, Chris Olsen, Jay L.Devore (2015), Introduction to Statistics and Data Analysis, Brooks/Cole Pub Co; 第 5 版

David Barton, (2019), MATHS AOTEAROA Student Book 2B, Pearson

David Barton, (2018), Alpha Mathematics 3e, Pearson

David Barton, (2019), Beta Mathematics 3e, Pearson

David Barton, (2011), Gamma FUNDAMENTALS NCEA Level1, Pearson

David Barton, (2012), Theta DIMENSIONS NCEA Level2, Pearson

4.4 ドイツ

ドイツの教育制度は、次の図 4-4-1 のとおりである。

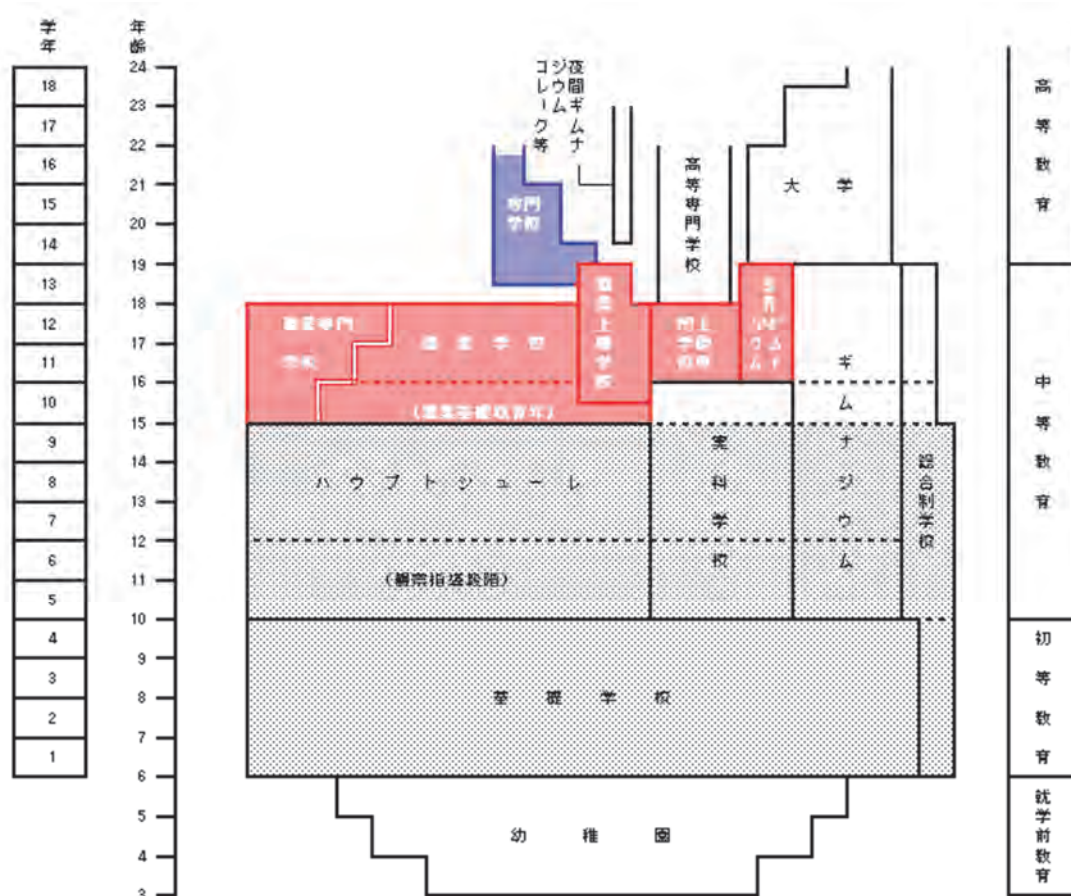


図 4-4-1 ドイツの学校系統図

専修学校の振興に関する検討会議（第 12 回）配付資料 「資料 2」 諸外国の後期中等教育及び短期高等教育における職業教育 ドイツの学校系統図一文部科学省 より引用

就学前教育としては、3 歳からの子どもを受け入れる機関として幼稚園があり、2 歳以下の子どもを受け入れる機関として保育所がある。義務教育は 9 年（一部の州は 10 年）で、義務教育を終えた後に就職し見習いとして職業訓練を受ける者は、職業学校就学義務として、通常 3 年間、週に 1～2 日職業学校に通うことが義務とされている。初等教育は、基礎学校において 4 年間（一部の州は 6 年間）行われる。中等教育は、生徒の能力・適性に応じて、ハウプトシューレ・実科学校（リアルシューレ）・ギムナジウムが設けられている。

ハウプトシューレは、通常、第 5～9 学年の 5 年制であり、終了後に就職して職業訓練を受ける者が主として就学する。必修科目は、主にドイツ語、外国語（通常は英語）、数学、物理、化学、生物、地理、歴史、労働科・社会、宗教科、音楽、美術、体育であり、いくつかの州では家庭科・経済も必修になっている。労働科とは、経済や労働に関する基礎的知識の習得と職業への準備を行う教科である。週当たりの授業数は 26～33 時間で、数学および外国語の授業は、第 7 学年から能力別学級編成がとられている。修了者には、ハウプトシューレ修了証が授与される。8 年生までで義務教育は終わる。成績優秀者だけが 9 年生に進

み 9 年終了で中卒資格。通常この学校に進学すると、将来大学進学は不可能となる。

実科学校（リアルシューレ）は、通常、第 5 から第 10 学年の 6 年制（バイエルン州では第 7～10 学年の 4 年制）であり、修了後に上級専門学校など全日制の職業学校に進む者や中級職につく者が主として就学する。必修科目は、おおむね、ドイツ語、第一外国語（通常は英語）、数学、物理、化学、生物、地理、歴史、政治、宗教科、音楽、美術、体育である。週当たりの授業時間数は 27～33 時間で、第 7 学年または、第 8 学年から、週 3～6 時間の選択必修教科が設けられている。選択必修教科としては、第二外国語（通常はフランス語）の他、必修教科をさらに深める教科である。修了者には、実科学校修了証が授与される。

ギムナジウムは、通常、第 5～13 学年の 9 年制であり、大学進学希望者が主として就学する。前期中等段階に相当する第 5～10 学年と、後期中等段階に相当する第 11～13 学年（上級段階と称される）に分かれている。第 5～10 学年の必修教科はおおむね、ドイツ語、第一外国語、数学、第二外国語、物理、化学、生物、社会、地理、歴史、音楽、美術、体育であり、宗教科もほとんどの州で必修教科となっている。その他、選択必修教科も設けられている。週当たりの授業時間数は 28～35 時間で、所定の成績を収めるとギムナジウム上級段階へ進級することができる。第 11～13 学年の上級段階のうち、第 11 学年では学級単位の共通の教育が行われるが、第 12・13 学年になると選択制が導入される。各教科は「言語・文学・芸術」、「社会科学」、「数学・自然科学・技術」の 3 つの課題領域に分類され、それぞれに基礎コースと重点コースが設けられている。基礎コースは週当たり、2～3 時間、重点コースは週当たり、6 時間の授業が行われている。最終学年で 3 教科の筆記試験と 1 教科の口述試験による修了者はアビトゥア試験を受けることができ、この試験の成績と最終 2 学年における平常の成績を総合して大学入学の可否が決定され、合格者には大学入学資格（アビトゥア）が授与される。Abitur（アビトゥア）が高卒資格。

高等教育機関としては、大学と高等専門学校がある。修了に当たって標準とされる修業年限は、通常、大学で 4 年半、高等専門学校で 4 年以下とされているが、これを超えて在学する者が多い。

カリキュラムについて、『海外教科書制度 調査研究報告書 2020』に書かれていることを要約すると以下ようになる。

各州文部省が学校種ごとに学習指導要領（Lehrplan,Bildungsplan,RAhmen Richtlinien など）を定めている。2000 年代初めまで、全州共通の教育課程基準はなく、ギムナジウムのアビトゥア試験の水準を確保するため、ギムナジウムの教科ごとの統一的試験基準（EPA）が各州文部大臣会議によって作成されているだけであったが、「PISA ショック」後に 7 つの分野の取り組みの一つとして「教育スタンダード」を公表した。算数・数学に関する教育スタンダードは、2003 年 12 月に中級修了証（第 10 学年）の数学、2004 年 10 月に初等段階（第 4 学年）の算数、ハウプトシューレ修了証（第 9 学年）の数学、2012 年 10 月に一般大学入学資格のための数学が発表された。

教科書について、『海外教科書制度 調査研究報告書 2020』に書かれていることを要約すると以下ようになる。

ドイツでは、教科書がどのようなものであるかについて、統一的な規定はない。法令で

教科書について規定している州があり，次のような記述がある。

バーデン・ヴェルテンベルク州教科書許可規定

第 2 条 教科書

- (1) 教科書とは，特定の学校種あるいは特定の学校形態の教化あるいは統合教科の水準あるいは学習指導要領を，そこに挙げられている目標，能力，内容に従って実行するために役立つ，生徒用の印刷物である。教科書は通常，冊子体でなければならない。
- (2) 次の印刷物は，教科書と同等とみなされる。

1. テキスト集
2. 教科書に準拠，補完，代替する生徒用の教材
3. 図表集

- (3) デジタル教材は，第 1 項および第 2 項にいう印刷物と同等とみなされる。

バイエルン州の教材認可規定は，次のように規定している。

第 1 条 教科書

- (1) バイエルン州教育法第 51 条第 1 項第 1 段の意味における教科書とは，
 1. 学習指導要領に定められた学習目標を達成する教育目的のために編集され，
 2. 学習成果に導く考察，演繹，機能を示し，
 3. 教えたり，参照したりするものとして役立ち，
 4. 特定の教科のために，やむを得ない組織的・専門的・教育的理由から過少または過大な題材が必要となさない限り，1 学年または半学年の全体的題材が含まれている，制作物である。

(1) 教科書の概要

教科書名：Ermst Klett Verlag GmbH, Stuttgart, 2006, mathe live

著者：Heinz Boer, Sabine Kliemann, Regina Puscher, Sabine

Segelken, Wolfram Schmidt, Michael Trapp, Rudiger Vernay

背景：この教科書はドイツの教科書を出版している大手 3 社のうちの 1 社である Klett 社のものであり（他の 2 社は Bildungshaus, Cornelsen），2015 年 3 月に，ライプツィヒブックフェア（ドイツで 2 番目に大きなブックフェア）で「SchoolBook of the Year 2015」を受賞している。生徒の実生活を出発点としている教科書のコンセプトから STEM 部門で受賞した。

この教科書の特徴は以下の 7 点に整理できる。

- ・生活の中にある数学を多く扱い，探究的な活動を重視している。
- ・「主張とコミュニケーション」「問題解決」「数学的モデル化」「ツール」の 4 つのプロセス能力を繰り返し課題に取り入れ，その育成を重視している。
- ・パートナーやグループタスクが多数用意されている。
- ・テクノロジーの活用が前提。
- ・学んだ新しい知識をわかりやすくまとめている。
- ・学年によっては「fit in Mathe」という学習が設けられている。



図 4-4-2 mathe live 9E

- ・演習問題が多く、また、レベルもわかりやすいので、生徒たちが自学自習できるようになっている。

4つのプロセス能力については、各学年の教科書のはじめのページに一覧表（図 4-4-3）が示され、対応する課題番号がわかるようになっている。また、該当の課題にもそれぞれのマークが付けられている。

Argumentieren und Kommunizieren	Problemlösen	Modellieren	Werkzeuge
Die Schülerinnen und Schüler ...			
teilen mathematische Sachverhalte zutreffend und verständlich mit und nutzen sie als Begründung für Behauptungen und Schlussfolgerungen.	strukturieren und lösen inner- und außermathematische Problemsituationen, in denen ein Lösungsweg nicht unmittelbar erkennbar ist.	nutzen Mathematik als Werkzeug zum Erfassen von Phänomenen der realen Welt.	setzen klassische mathematische und elektronische Werkzeuge sowie Medien situationsangemessen ein.
Kap. Umwelt: Seite 10	Kap. 2: Seite 51	Kap. 3: Seite 71	Kap. 2: Seite 45
Kap. 1: Seite 30	Kap. 3: Seite 72, 73	Kap. 5: Seite 117	Kap. 6: Seite 134
Kap. 3: Seite 80	Kap. 4: Seite 88, 94, 96	Kap. 7: Seite 156	
	Kap. 5: Seite 114		

図 4-4-3 mathe live 9E の 4 つのプロセスの表

4つのプロセス能力の具体的な意味は以下のとおりである。



「主張とコミュニケーション」

数学的事実を正確かつ包括的に伝達し、主張と結論の根拠としてそれらを使用する



「問題解決」

解決策がすぐに認識できない内部および外部の数学的問題の状況を構造化して解決する



「数学的モデル化」

現実世界の現象を把握するための道具として数学を役立てる



「ツール」

状況に応じた方法で、古典的な数学および電子ツールやメディアを使用する

また、何を期待するかがわかるように、該当するタスクには以下のようなマークがつけられている。

- [●] Aufgaben, die nicht ganz einfach sind
- [●●] Aufgaben, die dich mehr fordern
- [二人] Arbeite mit einem Partner
- [四人] Arbeite in der Gruppe
- [ハンズ] Aufgaben, bei denen Material nötig ist
- [@] Hier sollst du etwas nachschlagen bzw. recherchieren
- [マイク] Hier sollst du etwas präsentieren bzw. dokumentieren
- [PC] Hier sollst du mit dem Computer arbeiten
- [財布] Hier kannst du den Taschenrechner zur

- ・ ちょっと難しい問題
- ・ 挑戦する問題
- ・ パートナーと協力
- ・ グループ作業
- ・ 材料を必要とするタスク
- ・ 検索したり調べたりする
- ・ 資料を提示する
- ・ コンピュータを使用する
- ・ 計算機を使用できる

各章は内容的に構成されており、各章は 2 から 5 つのぐらゐの節で構成されている。章のタイトルは、「分割しよう」や「ペットのすべて」のように、数学の内容ではなく活動やその章で扱う題材名になっているので、章のタイトルから数学の内容を連想しにくいゐ、探究的な活動を重視していることが伺える。各学年における学習内容は以下のとおりである。

学年	章の内容
第5学年	①データの収集と代表値 ②分数 ③座標 ④平行や垂直 特別な四角形 ⑤見積もり ⑥対称な図形（軸対称）
第6学年	①負の数 ②角度 ③分数の加法と減法 確率の意味 ④対称な図形（回転対称）⑤10 進法 ⑥面積 ⑦アンケート調査
第7学年	①正の数・負の数 ②分数の計算 ③確率 ④比例・反比例 ⑤百分率、割合 ⑥三角形 ⑦文字式
第8学年	①空間図形 ②1次方程式 ③利息計算 ④三角形・平行四辺形的面積、柱体の体積 ⑤データの分析（箱ひげ図）⑥乗法公式 ⑦変化、1次関数
第9学年	
基礎コース	①相似②1次関数 ③三平方の定理 ④図形的面積・体積 ⑤円、円柱、円錐
重点コース	①相似②連立方程式 ③三平方の定理④図形的面積・体積 ⑤2乗に比例する関数 ⑥円、円柱、円錐 ⑦累乗
職業コース	①様々な業種における簡単な数学 ②相似、空間図形 ③1次関数 ④三平方の定理 ⑤新聞からの数学（百分率、グラフなど） ⑥三角形の面積、四角錐の体積 ⑦円、円柱 ⑧空間図形（体積・展開図）⑨大きい数と小さい数
第10学年	
基礎コース	①空間図形 ②累乗 ③1次関数と2乗に比例する関数 ④三角比 ⑤指数関数
重点コース	①放物線 ②空間図形 ③指数関数 ④確率 ⑤三角比と三角関数 ⑥指数法則

(2) ICT の位置づけ

① デジタル教科書について

ドイツでは、デジタル教科書として、「A 紙媒体の教科書に動画などの機能を追加してデジタル化したもの」、「B 大学や研究所により開発されたもの」、「C ウェブ上で公開され無償で利用できるオープン教育リソース (OER) 形式のもの」の 3 つの形態がある。A は、エルンスト・クレット社 (eBook)、コルネンソン社 (E-Book)、ヴェスターマン社の大手 3 社でも作成されている。この形態のデジタル教科書は、オンライン上で登録することにより、パソコンやタブレット、スマートフォンで使うことができる。エルンスト・クレット社

の場合、生徒（保護者）・教員が個人で登録する場合、ライセンスは1年間有効で、料金は1デジタル教科書当たり3.95ユーロである。学校が当該教科書を採択している場合、デジタル教科書のライセンスは1年間有効で、料金は1デジタル教科書当たり1ユーロとなっている。（海外教科書制度 調査研究報告書2020より）

『mathe live』の場合、デジタルティーチングアシスタントプラスというDVD版が販売され、オンラインでもオフラインでもアクセスできるデジタル教科書、ワークシートなどが提供されている。教科書をインターネットで補足するmath live-onlineにアクセスすることができ、ここには直接使用できる追加情報や資料がある。第10巻E版S、第9巻および第10巻は、生徒の本に印刷されているコードでオンラインの問題にアクセスし繰り返し学習することができる。

CO₂-Ausstoß und seine Folgen

CO₂-Ausstoß nach Ländern und weltweit

Land	CO ₂ in Mio. t 1990	CO ₂ in Mio. t 2011	CO ₂ in Mio. t 2012	Bevölkerung 2012 in Mio.
Weltweit	22 682	33 992	34 428	7058
China	2452	8876	9104	1350
USA	5461	6027	5799	313
Indien	626	1787	1812	1260
Russland	2369	1674	1703	143
Japan	1129	1311	1413	128
Deutschland	1029	804	816	81
Südkorea	257	739	764	50
Kanada	485	628	624	35
Saudi Arabien	242	609	622	29
Iran	199	598	612	76
Großbritannien	625	513	531	63
Brasilien	246	488	507	194
Mexiko	283	464	500	115
Indonesien	151	453	496	241
Südafrika	329	452	441	51
Pakistan	65	163	166	166
Nigeria	45	74	77	154
Bangladesch	17	61	66	147

Quelle: <http://www.sciencex.de/wissen-aktuell-16862-2013-11-08.html>

Prüfe die Angaben!
Wenn man verschiedene Quellen zu einem Thema konsultiert, kann es vorkommen, dass die Angaben nicht exakt übereinstimmen. Das kann z.B. daran liegen, dass unterschiedliche Jahreszahlen die Grundlage dienen oder dass Berechnungsmethoden unterschiedlich sind. Überlege dir, welche Auswirkungen das auf deine Rechenergebnisse hat.

Abb. 2

1 a) Was ist in der Tabelle aufgelistet?
b) Sortiere die Liste für die verschiedenen Jahre nach CO₂-Ausstoß.
c) Bei welchem Land gab es die größte Zunahme, bei welchem Land die größte Abnahme von 2011 auf 2012?
d) Welchen Anteil am globalen Ausstoß hatte Deutschland 2012?

3 a) Die USA und China haben den größten CO₂-Ausstoß. Welchen Anteil an der Gesamtmenge hatten diese Länder 2012?
b) Nimm zu dieser Aussage Stellung: „Der CO₂-Ausstoß pro Kopf ist in China deutlich geringer als in den USA oder in Deutschland. Deshalb müssen diese Länder zuerst ihren Ausstoß deutlich verringern.“

Daten der Tabelle zum Bearbeiten
9sm5t9

	A	B	C	D	E	F
1	CO₂-Ausstoß nach Ländern und weltweit					
2						
3						
4						
5	Sortiere die Liste für die verschiedenen Jahre nach CO ₂ -Ausstoß.					
6						
7	Land	CO ₂ in Mio. t 1990	CO ₂ in Mio. t 2011	CO ₂ in Mio. t 2012	Bevölkerung 2012 in Mio.	
8	Weltweit	22 682	33 992	34 428	7058	
9	China	2452	8876	9104	1350	
10	USA	5461	6027	5799	313	
11	Indien	626	1787	1812	1260	
12	Russland	2369	1674	1703	143	

図 4-4-4 mathe live9E Digitaler Unterrichtsassistent の 8 ページ

『mathe live9E Digitaler Unterrichtsassistent』の 8 ページにある、△マークをクリックすると、問題解決に必要な国別の CO₂ 排出量のエクセルデータが開くようになっている。

② ツール

先に説明したように、タスクに「検索したり調べたりする」「資料を提示する」「コンピュータを使用する」「計算機を使用できる」などのマークがついていることから、ツールの利用を前提としていることが伺える。特にエクセルを使用する課題が多くみられる。

(3) アプローチ

① 章の展開

各章の構成は、次のようになっている。

章の扉：その章で学習する内容を示す

節の内容：アクティブ、コース、テーマ、コンパクト、テスト

- ・アクティブ（節扉）：数学を見つけるためにクラスで協力して探究すべき問題
- ・コース：数学の問題を扱い、新しく出てきた知識を示す
- ・テーマ：トピック的な内容
- ・コンパクト：定義や解法のまとめ
- ・テスト：簡単・普通・難しい の 3 つのレベルの問題

例えば、第 7 学年第 5 章は次のようになっている。

内 容	問題数	ページ数
章の扉「そこら中にパーセント：健康，食事そして消費」		1
第 1 節のアクティブ「健康に生きる」	5 題	2
コース「パーセント」	21 題	3
コース「パーセントでの計算」	40 題	6
第 2 節のアクティブ「私は何かしらを買います」	4 題	1
コース「割引, Skonto, 消費税」	20 題	4
コース「コンピュータによるパーセントの記述」	11 第	3
テーマ「食品における栄養成分」	5 題	2
コンパクト		1
テスト	各 4 題	1

< 章の扉 >



図 4-4-5 mathe live7 の第 5 章の扉

そこら中にパーセント：健康、食事そして消費

健康は魔法ではありません。健康的な食材と適切な量の食事の「秘密」を知っている人は、健康的な生き方への最初のステップを踏み出しました。健康的に生活している人—健康的な生活には規則正しい運動も含まれます—は、体調がよく元気です。健康的な食品を選択する時は、パーセントの計算が鍵となります。例えば、栄養成分を計算する時に。

- この章であなたたちは学習します
- ▶ パーセントを用いてどう計算しますか？
 - ▶ 比べられる量，もとにする量，百分率とは何か。
 - ▶ 比べられる量，もとにする量，百分率を計算する様々な可能性を知る。
 - ▶ 割引, Skonto, 消費税とは何か。
 - ▶ 計算する際，コンピュータはどう役に立つか。
 - ▶ どのようにして表計算ソフトでパーセント表示の表を描くか。

< アクティブ（節扉） >

第 1 節は「健康に生きる」という節タイトルで，グラフや表の読み取りの問題が 5 題ある。

Gesund leben



Wer gesund leben möchte, sollte sich bewusst ernähren und regelmäßig Sport treiben.

1 Gesunde Ernährung in der Schule sollte mit einem ausgewogenen Pausenfrühstück beginnen (z.B. Vollkornbrot, Obst und Milch). Eine Befragung von 100 Schülerinnen und Schülern ergab:

ausreichendes Pausenfrühstück	ungeeignetes Pausenfrühstück	Geld
61	27	12

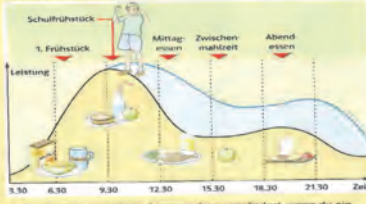
a) Was könnten die verschiedenen Schülerinnen und Schüler mitgebracht haben?
b) Lies aus dem Blockdiagramm ab, Wie viele Schülerinnen und Schüler ein ausreichendes Pausenbrot und wie viele stattdessen Geld dabei hatten.
c) Finde heraus, was in deiner Klasse zum Essen und Trinken mit in die Schule gebracht wird. Vergleiche mit den Ergebnissen aus dem Blockdiagramm.

2 Laut einer Umfrage essen 85 von 100 Kindern und Jugendlichen regelmäßig zwischendurch, 67 von 100 essen während des Fernsehens, die Hälfte isst beim Musikhören, $\frac{2}{3}$ während des Lesens, $\frac{2}{3}$ beim Spielen und $\frac{1}{3}$ bei den Hausaufgaben.

a) Vergleiche, wie viele von 100 Kindern bei den verschiedenen Tätigkeiten essen. Diskutiert, ob es sinnvoll ist, während anderer Beschäftigungen zu essen.
b) Macht in eurer Klasse oder Schule eine Umfrage zu diesem Thema und vergleiche die Ergebnisse. Zur Veranschaulichung könnt ihr auch Diagramme zeichnen.

Mahlzeiten und Leistungsfähigkeit im Tagesverlauf

Gesunde Ernährung bedeutet eine bewusste Ernährung auf mehreren Mahlzeiten am Tag verteilt. Eine gesunde Mahlzeit zum richtigen Zeitpunkt ist eine sehr gute Voraussetzung für die Leistungsfähigkeit im Tagesverlauf und die Gesundheit. Die Grafik zeigt, wie sich die Leistungsfähigkeit im Laufe des Tages mit Schulfrühstück (oberer Graph) bzw. ohne Schulfrühstück (unterer Graph) verändert.



3.30 6.30 9.30 12.30 15.30 18.30 21.30 Zeit

Leistung

Schulfrühstück

1. Frühstück

Mittagessen

Zwischenmahlzeit

Abendessen

2. Beschreibe, wie sich die Leistungskurve verändert, wenn du ein gesundes Schulfrühstück zu dir nimmst oder wenn du in der Pause nichts isst.
3. Beachte deine eigenen Essgewohnheiten und überlege, ob du zu geeigneten Zeiten isst.

図 4-4-6 mathe live 7 の第 5 章のアクティブ

<コース>

各コースの最初は、そのコースで扱う数学の現実事象の問題が示され、数学の説明があり、その後、確認問題がある。

Prozent



Neben einer ausgewogenen Ernährung ist regelmäßige Bewegung wichtig für unsere Gesundheit. Viele Jugendliche treiben regelmäßig Sport. Besonders beliebt sind Mannschaftssportarten wie Fußball und Handball.

Die Schülerinnen und Schüler einer Gesamtschule gaben an, welche Sportarten sie am liebsten betreiben.

Sportart	Anteil der Jugendlichen
Leichtathletik	50 %
Fußball	25 %
Handball	10 %
Andere Sportarten	5 %

Welche Sportart ist die beliebteste? Vergleiche die Anteile.
Gibt es auch Schülerinnen und Schüler, die keine Sportart genannt haben?

Um Anteile vergleichen zu können, werden sie häufig in Prozent ausgedrückt.
Prozent bedeutet Hundertstel.

$$1 \text{ Prozent} = 1 \text{ Hundertstel}$$

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

図 4-4-7 mathe live 7 の第 5 章のコース

パーセント

適切な量の食事とともに、定期的な運動は私たちの健康に重要です。多くの若者が定期的なスポーツをしています。特に人気があるのが、サッカーやハンドボールといったチームスポーツです。Gesamtschule(総合学校)の生徒はどの種類のスポーツが最も人気だと言っていますか。どのスポーツが最も人気がありますか。割合を比べなさい。スポーツを何もしていない生徒はいますか。

割合を比べることができるようにするために、割合は頻繁にパーセントで表現されます。パーセントとは、全体を 100 としたときのいくつ分(Hundertstel)という意味です。

$$1 \text{ パーセント} = 1 \text{ Hundertstel}$$

<テーマ>

Nährstoffe in Nahrungsmitteln

Fette, Eiweiße und Kohlenhydrate sind Nährstoffe. Sie bilden die Grundlage für eine gesunde Ernährung.

1 Ernährungswissenschaftler empfehlen, die Nahrung so zusammenzustellen, dass sie zu 55 % aus Kohlenhydraten, zu 30 % aus Fetten und zu 15 % aus Eiweiß besteht. Veranschauliche die Anteile in einem geeigneten Diagramm.



Falsche Ernährung kann Folgen haben

Die Deutschen essen oft zu viel und die falschen Nahrungsmittel. Dadurch sind viele übergewichtig, haben erhöhte Cholesterin- oder Blutfettwerte oder Herzerkrankungen. Zu viel Fleisch kann zu Gicht und Nierenproblemen führen, Zucker fördert Karies und Übergewicht usw. All dies kann durch eine bewusste...

食品における栄養成分

1. 栄養学者は 55%の炭水化物, 30%の脂質, 15%のタンパク質からなる食事を勧めます。割合を 1 つの適したグラフで説明しなさい。

図 4-4-8 mathe live 7 の第 5 章のテーマ

<コンパクト>

Prozent Anteile mit dem Nenner 100 nennt man auch Prozent.

Prozentrechnen In der Prozentrechnung rechnet man mit dem Prozentsatz (p %), dem Prozentwert (P) und dem Grundwert (G). Der Grundwert entspricht immer 100%.

$1\% = \frac{1}{100} = 1 \text{ Prozent}$

$p\% = \frac{p}{100} = p \text{ Prozent}$

500 g Erbsen beinhalten ca. 105 g Eiweiß.
Das entspricht einem Anteil von 21%.

Prozentsatz	21%
Prozentwert	105 g
Grundwert	500 g

パーセント: 分母が 100 の割合をパーセントと呼びます。

パーセントの計算: パーセントの計算では, 百分率 (%), 比べられる量 (P) と, もとにする量 (G) を用いて計算します。もとにする量はいつも 100% に当たります。

図 4-4-9 mathe live 7 の第 5 章のコンパクト

<テスト>

様々なファストフード製品の栄養成分構成の表を用いて考えさせる問題である。同じ表を用いて, 簡単・普通・難しいの 3 レベルごとの問題が各 4 問ずつ設定されている。簡単レベルの問題の 1 番は, 「600 人の生徒に聞いたところ, 522 人がファストフードは不健康だと言いました。それは何パーセントですか。」普通レベルの 1 番は, 「1 本のウィンナーソーセージは大体 21% の脂質を含みます。図 1 のカリーブルストとブラットブルストと比べなさい。」難しいレベルの 1 番は, 「図 1 の ハンバーガー 1 つとフィッシュバーガー 1 つの栄養成分のパーセント表示された割合を比べなさい。」である。

Abbildung 1: Nährstoffzusammensetzung verschiedener Fast-Food-Produkte

Mittlere Fast-Food-Portion	Energie in kJ	Eiweiß in g	Fett in g	Kohlenhydrate in g
1 Hamburger (103 g)	1067	13	9	31
1 Cheeseburger (117 g)	1273	16	13	32
1 Fishburger (110 g)	1599	14	20	37
Pommes frites (400 g)	3688	16	32	136
Currywurst (180 g)	1835	19	21	8
Bratwurst (200 g)	2435	21	50	7
Brötchen (40 g)	462	4	1	20
Cola-Getränk (0,3l)	558	-	-	33

[einfach]

- 1 Von 600 befragten Schülerinnen und Schülern hielten 522 Fast Food für ungesund. Wie viel Prozent sind das?
- 2 Mehr als 25 % der Jugendlichen essen als Zwischenmahlzeit täglich mindestens eine Tüte Chips. Wie vielen der 672 Schülerinnen und Schülern einer Schule entspräche dies?

[mittel]

- 1 Ein Wiener Würstchen enthält ca. 21% Fett. Vergleiche den Fettgehalt mit dem von Curry- und Bratwürsten in der Abbildung 1.
- 2 Einer Umfrage zufolge mögen 31,2% von 750 befragten Männern und 16,8% von 750 befragten Frauen Fast-Food-Produkte als Zwischenmahlzeiten. Wie vielen Personen entspricht dies jeweils?

[schwieriger]

- 1 Vergleiche die prozentualen Anteile der Nährstoffe eines Hamburgers und eines Fishburgers in der Abbildung 1.

- 2 Eine Umfrage unter je 1500 Männern und Frauen ergab:

Bevorzugte Zwischenmahlzeiten		
	Männer	Frauen
Fast Food	31,2 %	16,8 %
Süßigkeiten	31,2 %	38,8 %
Milchprodukte	37,8 %	48,8 %

図 4-4-10 mathe live 7 の第 5 章のテスト

② 数学的活動や探究

第 7 から第 9 学年までの教科書の巻末に, 「fit in Mathe」というページが設けられている。第 7 学年は「学校についてのすべての数学」, 第 8 学年は「学校行くための数学」, 第 9 学年

は「スポーツに関連する数学」というタイトルで、それまでに学習した数学を用いて解決する問題が 14～17 題ほど掲載されている。いくつかの問題にはヒントがあり、自学自習ができるようになっている。

第 9 学年と第 10 学年の重点コースの教科書は各章の学習の前に、生活に関係する内容を扱ったページが設定されている。

< 第 9 学年 >

数学と環境

- ・ CO₂ とその結果
- ・ 環境に配慮した行動
- ・ 紙のリサイクル

< 第 10 学年 >

生活費はいくら？

- ・ 職業教育と給与の違い
- ・ 税込みと手取り
- ・ 支出
- ・ インフレーション
- ・ 収入とつきあう
- ・ データとの議論

Querbeet – fit in Mathe

Mathematik rund um die Schule

Backen | Schulfest-Waffeln

Die Zutaten (für circa 9 Waffeln):
125 g Butter, 80 g Zucker, 1 Pack Vanillezucker,
3 Eier, 250 g Mehl, je 1/2 TL Mehl und Back-
pulver, geriebene Zitronenschale, 1/4 l Milch.

In den letzten Jahren hast du in vielen Bereichen Mathematik kennengelernt und angewandt. Deine erworbenen Kenntnisse und Fertigkeiten kannst du nun anhand der folgenden Aufgaben „Mathematik rund um die Schule“ überprüfen. Du wirst sehen, wie viel Mathematik in diesem Bereich steckt.

172 **33** **24**

Schulsprecherwahl, Computer-Passwort oder Stundenplan – alles Mathematik?

1 Schülersprecherwahl

In der Einstein-Schule soll ein neuer Schülersprecher gewählt werden. Nicole, Daniel, Achmed und Tina haben sich aufstellen lassen. Nach der geheimen Wahl kam es zu folgendem Ergebnis.

Kandidaten	Stimmen
Nicole	94
Daniel	95
Achmed	65
Tina	48
Enthaltungen	5

a) Wie viele Schüler haben an der Wahl teilgenommen?
b) Dominik meint: „Dann haben wir ja einen neuen Schülersprecher.“ Laura protes-

Im Umgang mit diesen Aufgaben

Die Aufgaben stellen ein Auswahlangebot dar, d.h. du musst nicht alle Aufgaben für dich allein lösen. Ihr könnt euch aber die Aufgabenbereiche innerhalb einer Gruppe aufteilen und dann eure Lösungen gegenseitig vorstellen. Wenn du nicht weiter weißt, nutze die Tipps auf Seite 204. In den Lösungen auf den Seiten 116 kannst du deine Lösungen kontrollieren.

図 4-4-11 mathe live 7 の fit in Mathe の導入ページとタスク 1

図 4-4-12 は、第 9 学年の最初の問題である「CO₂ とその結果」というタイトルがついた問題では、1 から 7 までのタスクが設けられ、図 4-4-12 にあるグラフや表から情報を読み取る問題となっている。1 から 3 のタスクでは、2004 年の CO₂ 排出量の推定や 1990 年から 2004 年の温室効果ガス排出量の変化のグラフが何を表しているのか、グラフから読みとれることについての具体的な問いが設けられている。タスク 5 では円グラフから先進国と発展途上国の CO₂ 排出量について読みとらせる。タスク 6 では、ドイツ車の現在の CO₂ 排出量を比較し、走行距離 1 km 当たりの CO₂ 排出量 130g という目標が達成できているかどうかを考える。最後のタスク 7 では、積み立て棒グラフからどのエネルギー源が増加しているのかを読みとらせる問題となっている。

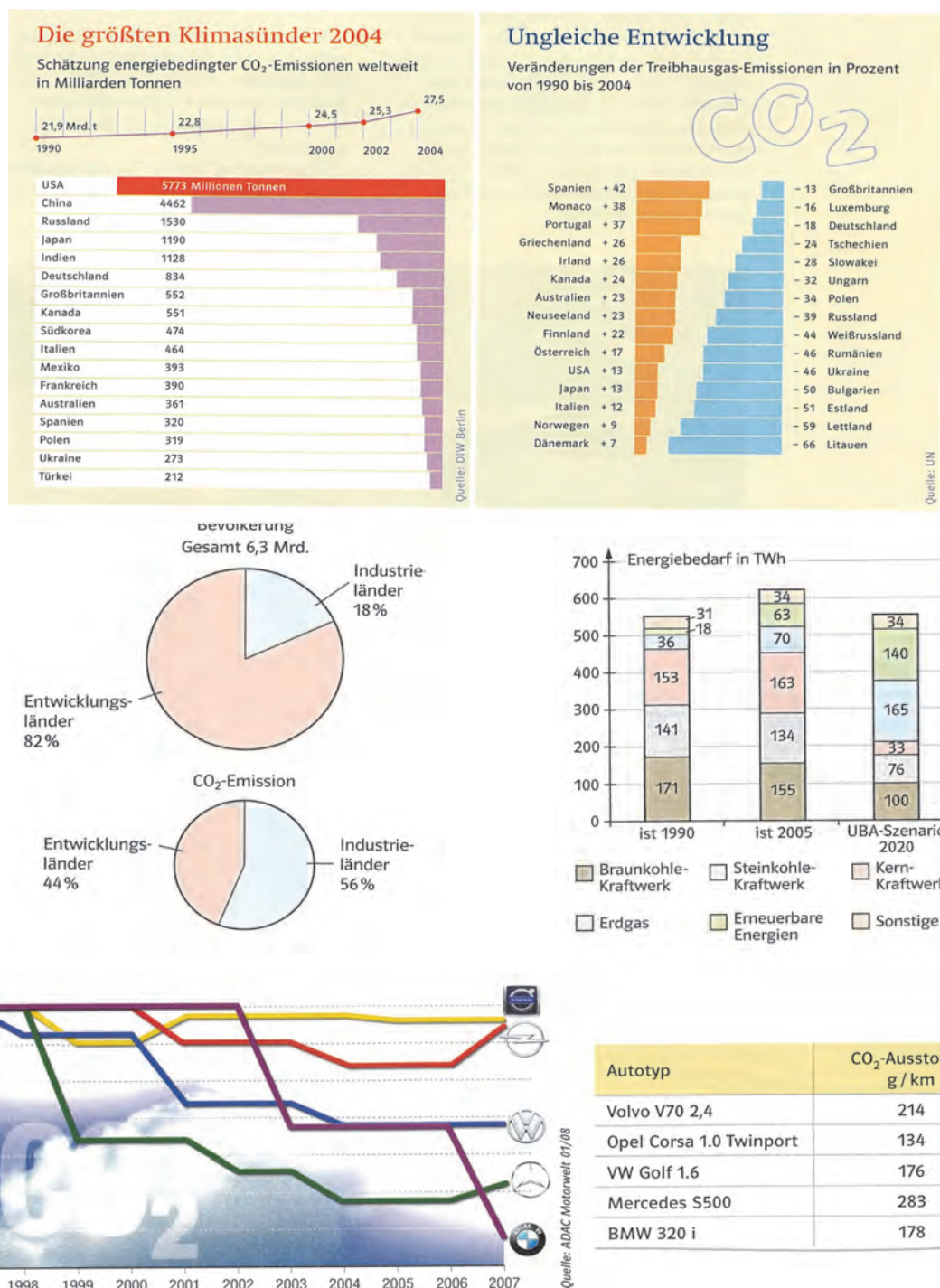


図 4-4-12 mathe live9E の「CO₂とその結果」におけるグラフや表

(4) 内容の取り扱い

① 統計

第 5 学年『Mathe live 5』の第 1 章 (pp.8-26) 「お互いを知る」(183 ページのうち 26 ページ、全体の 14%を占める) で扱う内容は右のとおりである。

- ・ 質問やアンケートの方法
- ・ 調査結果を取得する方法
- ・ それを評価し、明確に提示する
- ・ グラフの描き方と読み方
- ・ データの配置および比較方法
- ・ 数値を丸める方法 (四捨五入)
- ・ 最大値, 最小値, 範囲, 中央値

コースの最初の問題は、グラフからどの単位を四捨五入しているのかを考えさせる問題である。日本の四捨五入や概数の問題では、位を指定して四捨五入させたり概数で答えさせたりする問題が一般的であるので、この問題は興味深い問題である。



数値を読みなさい。どこまで正しく読めますか。

図 4-4-13 mathe live5 第 1 章 コースの最初の問題

第 6 学年 『Mathe live 6』の第 7 章 (pp.143-156)「学校と自由時間」(193 ページのうち 14 ページ、全体の 7%を占める)で扱う内容は、右のとおりである。2 つ目のコースの最初の問題 (図 4-4-14) は、中央値・平均値を学んだ後に出てくる問題である。単に、代表値を求めさせる問題ではなく、変数を考えさせている点が興味深い。

- ・ 統計調査とは何か
- ・ 円グラフと帯グラフの作り方
- ・ 値の意味 (中央値・平均値)
- ・ 相対頻度 (相対度数) を利用して調査を行う方法
- ・ スプレッドシート (表計算ソフトの使い方)

Welche Kennwerte werden bei den folgenden Angaben genutzt?

a) Durchschnittlich kamen 26 000 Zuschauer zum Fußballspiel.
b) Eine deutsche Durchschnittsfamilie hat 1,2 Kinder.
c) Der Benzinverbrauch beträgt mindestens 4,5 l pro 100 km.
d) Der Tagesumsatz schwankt zwischen 4000 € und 6000 €.
e) Die Hälfte aller Schüler wohnt weiter als 4,5 km von der Schule entfernt.

次の情報に使用される変数とは何か。

- a)フットボールの試合には平均 26000 人の観客が訪れた。
b)ドイツの平均的な家族には 1.2 人の子どもがいる。
c)燃料消費量は、100 kmあたり少なくとも 4.5 リットル。
d)毎日の売上高は 4000€~6000€の間で変更する。
e)全生徒の半数が学校から 4.5 km離れた場所に住んでいる。

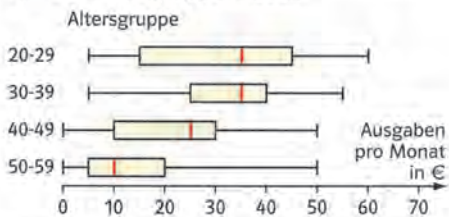
図 4-4-14 mathe live6 第 7 章 2 つ目のコースの最初の問題

第 7 学年には統計に関する単元はない。第 8 学年では、『Mathe live 8』の第 5 章 (pp.75-100)「メディア消費」(169 ページのうち 26 ページ、全体の 15%を占める)で扱う内容は右の通りである。

ここでは、次のようなインフォーマルな推測が扱われている。

- ・ 大量のデータを扱う
- ・ スプレッドシート (表計算ソフト) の使い方
- ・ 四分位範囲
- ・ 箱ひげ図

4 Die vier Boxplots geben das Ergebnis einer Umfrage nach den durchschnittlichen Handykosten pro Monat abhängig von der Altersgruppe wieder.



- Fasse in einer Tabelle alle Kennwerte, die du ablesen kannst, zusammen.
- Interpretiere jeden einzelnen Boxplot.
- Eine Reporterin schreibt zu der Umfrage: „Die 20- bis 29-jährigen geben am meisten Geld für das Handy aus.“ Stimmt das?
- Vergleiche die Boxplots miteinander. Schreibe fünf Aussagen dazu auf.

年齢層別の携帯電話の 1 か月あたりの使用料金を箱ひげ図で表したものである。

- 読み取ることができるすべてのパラメータを解釈しなさい。
- それぞれの箱ひげ図を解釈しなさい。
- 記者は調査について次のように書いている。20 歳から 29 歳は「携帯電話に最も多くのお金を費やしている。」それは正しいか。
- 箱ひげ図を互いに比較し、5 数要約を答えなさい。

図 4-4-15 mathe live8 第 5 章

『Mathe live 9』重点コース, 『Mathe live 10』には, 統計領域に関する新しい学習内容はなく, 各教科書の最初に, 9 年生では「数学と環境」, 10 年生では「生活費とは」というテーマで, 数学を利用する目的で統計的な学習内容を扱っている。

「数学と環境」では, 環境に関する情報をグラフや表で与え, CO₂の問題について考えさせている。

「生活費とは」では, 業種や性別による給与の違い, 保険, 年金などについての資料を表やグラフで与え, 最後には, 労働協議会と経営者の立場に分かれてロールプレイングを行う。

② 割合

第 7 学年の『Mathe live 7』の第 5 章 (pp.91-114)「そこら中にパーセント: 健康, 食事そして消費」は割合を扱った単独の単元である。パーセントという用語は, 第 5 学年の『Mathe live5』の第 2 章 (pp.27-46)「分割します」で初めて扱われている。この章では, 円やブロックやテープの等分で分数の学習を行っている。コースのタスクのところに, 「パーセントも分割です」という説明があり, パーセント表示と分数表示をマッチングさせるタスクがある。そして, 第 6 学年『Mathe live6』第 7 章 (pp.144-156)「学校と自由時間」では, 調査結果を, 割合を使い円グラフや帯グラフに表したり, 相対頻度をエクセルを使って計算したりしている。

割合を単元として扱っている『Mathe live 7』の第 5 章の探究活動は 2 節構成である。第 1 節のタイトルは「健康に生きる」で, 食の種類や摂る時間, 食品の選択, スポーツなどの話題を問題にし, 帯グラフや円グラフ, 分数による割合, %などの学習を丁寧に行う。第 2 節のタイトルは「私は何かしらを買います」で, 買い物の値引きや消費税などを扱っている。探究活動の次に, 「割引, Skonto, 消費税」「コンピュータによるパーセントの記述」という 2 つのコース (数学を教えるコンテンツ) が設けられている。コースの次に, 「食品における栄養成分」というテーマが設けられている。その後, 内容のまとめやテストがある。

この章で学習する内容は以下のとおりである。

- ・パーセントを用いてどう計算しますか？
- ・比べられる量，もとにする量，百分率とは何か。
- ・比べられる量，もとにする量，百分率を計算する様々な可能性を知る。
- ・割引，Skonto，消費税とは何か。
- ・計算する際，コンピュータはどう役に立つか。
- ・どのようにして表計算ソフトでパーセント表示の表を描くか。

(Skonto とは，ある商品がある特定の期間，例えば 8 日間，のうちに支払うと値引きされること)

次に特徴のある問題を挙げる。

5. 新聞社 Frankfurter Rundschau では 2005 年 6 月 4 日，次の図を載せました。

- その図は何について述べているか説明しなさい。
- 円グラフをよく見なさい。何かが正しくありません！あなた達の発見を説明するため新聞社に手紙を書きなさい。
- Böer (ブーア) さんは 1 通のメールを書きました。5 日後，彼は新聞を読みました。

「6 月 4 日(土)の Frankfurter Rundschau が出した 2004 年のレコードの売り上げの図には 1 つ間違いがありました。3 つの項目が抜け落ちていました。7.8%のクラシック，6.4%の子供向け商品，3.5%のオーディオブックです。そして既に載せていたポップ(38.3)，ロック(18.5)，歌謡曲(7.6)，ダンス(5.6)，フォークソング(2.2)，Jazz(1.8)，その他(7.8%)です。」

新聞の訂正に意見を述べなさい。

- どうやって円グラフを正しく表せますか？「その他」の項目の数値を変えなさい。



... In der Infografik „Umsatz des Phonemarktes 2004“ der FR-Ausgabe vom Samstag, 4. Juni, ist uns ein Fehler unterlaufen. Es fehlten drei Kategorien: Klassik mit 7,8 Prozent sowie Kinderprodukte (6,4) und Hörbücher (3,5). Genannt waren Pop (38,3), Rock (18,5), Schlager (7,6), Dance (5,6), Volksmusik (2,2), Jazz (1,8) und Sonstige (7,8).

Nehmt Stellung zu der Berichtigung in der Zeitung.

- Wie könnte das Kreisdiagramm richtig aussehen? Verändert dazu die Kategorie „Sonstige“.

図 4-4-16 mathe live6 第 7 章

この問題は，円グラフの読み取りの問題であるが，最も割合の大きい項目を答えさせたり，ある項目とある項目の合計を答えさせたりするような問題ではなく，間違いを指摘させることで円グラフの読みの理解を深めるようになっている。各項目の割合の和を求めると 81.8 になることから数値が間違っているか項目が抜けているかのどちらかが考えられる。見つけた間違いを新聞社に手紙を書くという形の問題にしている点も興味深い。新聞などのメディアの情報も批判的に見る力や人にわかりやすく説明する力をつけさせようとしている。新聞の訂正を読み，項目が足りなかったことがわかったが，それらを含めて数値の合計を出してみると 99.5 になるので，「その他」の数値で調整して合計が 100 になるようにすることに気付かせる問題である。

③ 確率

第6学年『Mathe live6』第3章(pp.46-156)「勝ち負け」は、主に分数の学習(等しい分数を作ったり、分数の足し算をしたりする)であるが、章の最後にコインとさいころを使って確率の意味を説明している。この内容は第7学年と同様である。

第7学年『Mathe live7』第3章(pp.49-68)「運とチャンス」では、導入でコイントスの話題があり、確率の意味を学習する。画鋸、トランプ、カラーボール、円盤のくじ引きなどが教具として用いられている。

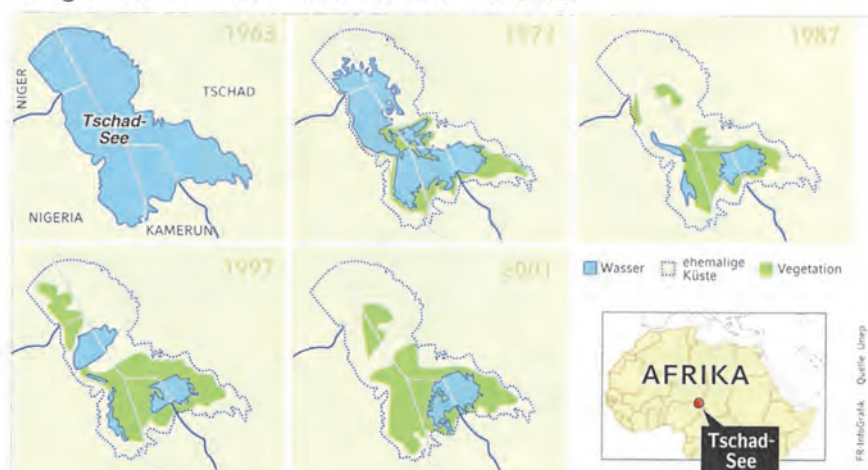
第10学年『Mathe live10E』第4章(pp.91-106)「機会と戦略」では、樹形図を描いて2段階で確率を求める問題を扱っている。確率を分数で表したり割合で表したりしている。

④ STEAM

先にも述べたように、『Mathe live』は2015年3月に、ライプツィヒブックフェア(ドイツで2番目に大きなブックフェア)で、生徒の実生活を出発点としている教科書のコンセプトからSTEM部門で「SchoolBook of the Year 2015」を受賞している。扱う問題には、生徒の実生活だけでなく、美術・技術など他教科と横断した問題も多く含まれている。しかし、教科書の紙面には、特にSTEAMを意識した記述は見られない。

以下に示す問題は、第8学年の第5章「データの分析」の「新聞からの数学」というページにある問題である。

4 Der Tschad-See in Zentralafrika ist bedroht. Weil die Flüsse, die ihn früher speisten, nur noch wenig Wasser führen (es wird zur landwirtschaftlichen Bewässerung abgeleitet), wird er immer kleiner. 2001 hatte er eine Fläche zwischen 1500 km² und 900 km². Die Wasserfläche schwankt je nach Jahreszeit.
Wie groß war die Wasserfläche des Sees 1963 etwa?



(Frankfurter Rundschau 9.5.2006)

図 4-4-17 mathe live8 第5章

中央アフリカのチャド湖が脅かされています。かつてそれを供給していた川はまだほとんど水を運んでいないので(それは農業灌漑に転用されています)、ますます小さくなっています。2001年には900 km²から1500 km²の面積がありました。水域は季節によって変動します。1963年の湖の表面はどれくらいでしたか。

⑤ プログラミング

プログラミングに関する単元や問題は見られない。

(5) 示唆

① プロセス能力の育成を重視

「主張とコミュニケーション」「問題解決」「数学的モデル化」「ツール」の4つのプロセス能力の育成を重視するために、これらのプロセスを繰り返し課題に取り入れている。教科書のはじめのページには対応する課題番号がわかる一覧表が示され、該当の課題にはそれぞれのマークが付けられているので、どの課題でどの能力の育成を目指しているのかがわかりやすい。

② 実生活や教科横断的な教材における課題設定

実生活や教科横断的な教材における課題設定の仕方が示唆的である。例えば、『Mathe live 6』には、円グラフから間違いを見つけ、新聞社に手紙を書くという課題設定がある。このような活動を通して、新聞などのメディアの情報も批判的に見る力や人にわかりやすく説明する力を育成しようとしている。また、『Mathe live 10』には、労働協議会と経営者の立場に分かれてロールプレイングを行う課題設定がある。ディベート形式のロールプレイングを行うことで論理的に説明する力を育成しようとしている。

③ 家庭学習の支援となる教科書

演習問題が多く、また、レベルもわかりやすいので、生徒たちが自学自習できるようになっている。また、オンラインでもオフラインでもアクセスできるデジタル教科書、ワークシートなどが提供されることで、家庭学習の支援となる。

(本田千春)

4.4 の引用・参考文献

- Heinz Boer, Sabine Kliemann, Regina Puscher, Sabine Segelken, Wolfram Schmidt, Michael Trapp, Rudiger Vernay, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart (2006), mathe live 5～10, Klett
- 文部科学省ホームページ
https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chousa/shougai/015/siryo/08102203/001/016/004.htm
- 公益財団法人教科書研究センター (2020). 『海外教科書制度調査研究報告書』.
- 坂野慎二 (2017). 『統一ドイツ教育の多様性と質保証』, 株式会社東信堂.

4.5 アメリカ

米国では、教育に関する連邦政府の権限が、合衆国憲法に規定されていないため、原則認められていない。そのため、各州が州憲法に基づき、教育制度を定め、州教育委員会が教育を統括している。また、実際の公立学校の設置・維持・管理は、学校管理のために組織された行政単位である「学区 (School Districts)」が行っていることが多い。

各州は、児童・生徒が学ぶべき内容の大綱を示すカリキュラムスタンダードを定めているが、そのカリキュラムスタンダードが定める学力水準や規定に関して、州間に差が見られることから、2010年6月、各州共通の核となるスタンダードが策定された。これが、Common Core State Standards (通称、コモンコア) である。このコモンコアは、法的な拘束力を持つものではなく、各州がカリキュラムを作成する際に、参考にするモデルとして位置づけられるものである。コモンコアは、英語と数学に関して作成され、数学においては、各学年の内容の目標だけでなく、数学的実践のスタンダード (Standards for Mathematical Practice) を整理し、記述している点が特徴的である。具体的には、以下の8点が記されている。これら8点は、K-12の全ての学年で、重視されている数学的実践 (mathematical practices) である¹⁾。州によっては、これらの数学的実践を基盤にした独自のカリキュラムを作成し、運用しているところもある (例えば、カリフォルニア州)。

1. 問題の意味がわかり、根気よく解決する。
2. 理論的にそして量的に推論する。
3. 批判に耐えうる主張をするとともに、他者の推論を批判する。
4. 数学を用いてモデル化する。
5. 適切な道具を戦略的に用いる。
6. 正確さに配慮する。
7. 構造を見出し活用する。
8. 推論の繰り返しにおいて規則性を見出し表現する。

学区は、一般的に州のカリキュラムスタンダードや学区教育委員会が定めるカリキュラムガイドラインに沿って教科書を採択している。また、各学校は、州や学区が採択した教科書リストの中から、予算に応じて必要な教科書を必要な部数購入する。教科書の発行は、検定制ではなく、自由発行制度に基づいている。

大学への進学は、主として、SAT (Scholastic Assessment Test) または ACT (American College Testing) という大学進学適性試験の成績、高等学校の内申書、高等学校の活動履歴等、小論文や面接の結果に基づき判断されている。

(1) 教科書の概要

教科書名 : Transition to college mathematics and statistics. (2016) . McGraw-Hill Education.

707 ページ

著者 : Hirsch, C. R., Hart, E. W., Watkins, A. E., Ritsema, B. E., with Fey, J. T., Walker, R. K., Keller, B. A., & Laser, J. K.

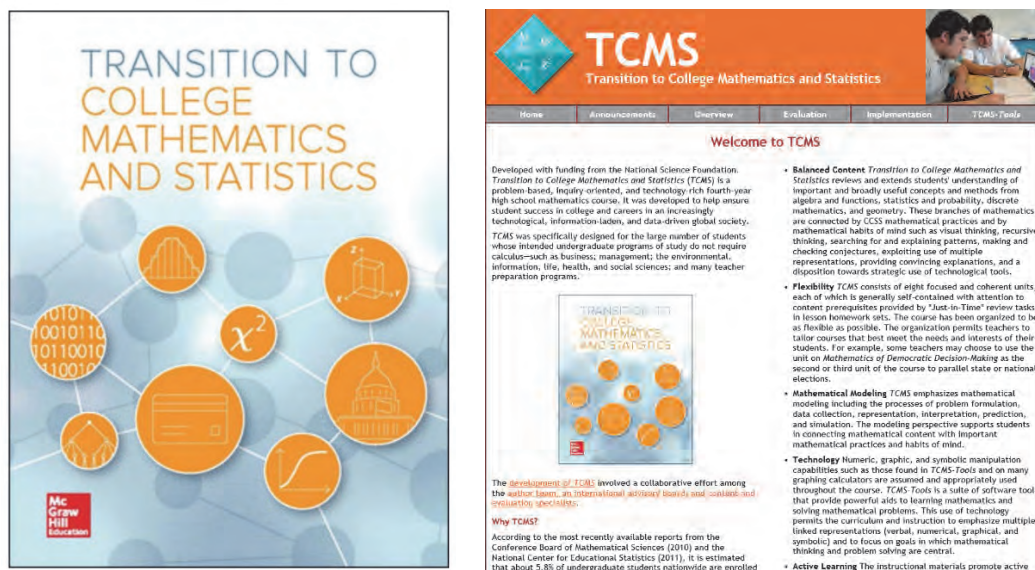


図 4-5-1 左は教科書，右は教科書のホームページ（<http://tcmsproject.org/index.html>）

背景：Transition to College Mathematics and Statistics は、代数，幾何，高度代数（advanced algebra）を履修した生徒，または 3 年間の総合数学プログラム（例えば，Core Plus Math）を履修した生徒の中で，大学に進学した際，履修課程に微積分を必要としない生徒を対象に開発された教科書である²⁾。具体的には，経営学，経済学，情報科学，生命学，健康学，社会科学の学部に進学する，高校 4 年生（第 12 学年）の生徒を対象にしている。

この教科書の特徴は，以下の 6 点に整理できる。

- ① バランスのとれた内容：CCSS（Common Core State Standards for Mathematics）の数学的実践と数学的精神の習慣（mathematical habits of mind）を意識して作成されている。
- ② 柔軟性：1 つ 1 つの単元が独立しているので，生徒の興味や必要性に応じて，教師が単元の学習順序を決定してもよいという前提で作られている。
- ③ 数学的モデル化の重視。
- ④ テクノロジーの活用が前提。
- ⑤ アクティブラーニング：問題状況の協調的探究（collaborative investigations）を行うとともに，クラス全体で，その探究における数学的アイディアや原理を分析，抽象したり，それらをさらに適用したりする活動を取り入れられるように作られている。
- ⑥ 様々な次元による評価：カリキュラムに埋め込まれた形成的評価の機会と総括的評価課題が用意されている。

この教科書は，上述したように，数学的モデル化を重視しているとともに，CCSSM における 8 つの数学的実践を重視している。2 つの対応を表現したのが，以下の図である。

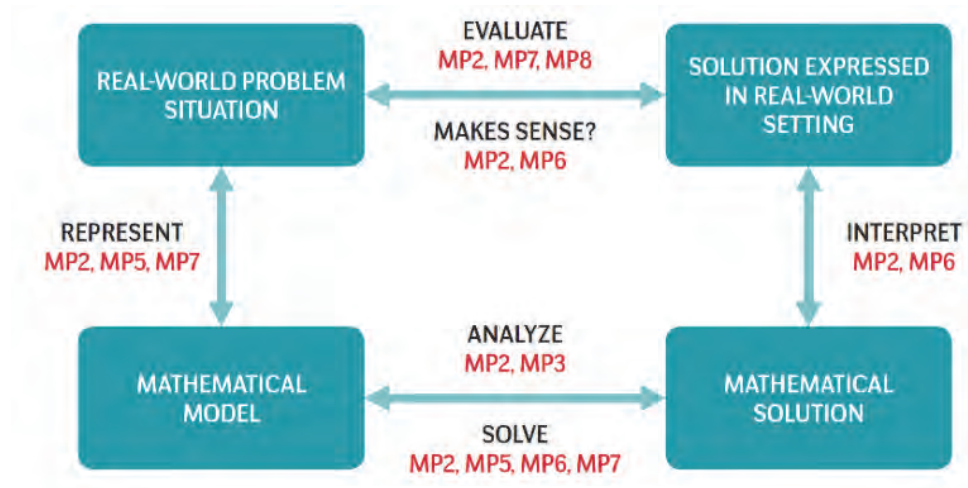


図 4-5-2 数学的モデル化と数学的実践との対応

MP1. 問題の意味がわかり、根気よく解決する。

MP2. 理論的にそして量的に推論する。

MP3. 批判に耐えうる主張をするとともに、他者の推論を批判する。

MP4. 数学を用いてモデル化する。

MP5. 適切な道具を戦略的に用いる。

MP6. 正確さに配慮する。

MP7. 構造を見出し活用する。

MP8. 推論の繰り返しにおいて規則性を見出し表現する。

MP1 と MP4 は、プロセス全体に関わっているため、上図には表れていない。

章構成：章構成とページ数は以下の通りである。

表 4-5-1 章構成

単元	単元の名称	単元のねらい	ページ数
1	カテゴリーカルデータの解釈	カテゴリーカルデータの解釈では、クロス集計表、条件付き確率および独立性についての理解を深めるとともに、ランダム化された実験データを用いて2つの治療法を比較することができるようになる。	101
2	変化をモデル化する関数	変化をモデル化する関数では、定量的な関係や、データのパターンをモデル化するために、線形関数、指数関数、二次関数、べき関数、周期関数、および対数関数の理解を深める。	98
3	数え上げの方法	数え上げの方法では、順列と組み合わせを使用して、数え上げの問題を解決したり、体系的に数え上げたりする能力を高める。	65
4	金融に関する意思決定の数学	金融に関する意思決定の数学では、定量的な関係、特に金融に関する数学モデルを含む関係を表現および推論する際に、線形関数、指数関数、対数関数および式や方程式を使用する能力を高める。	74

5	二項分布と統計的推論	二項分布と統計的推論 では、確率の法則、二項分布、期待値、モデルの検証、シミュレーション、無作為標本に基づく母集団についての推論、誤差の範囲、標本調査・実験・観察研究の比較、並びに、ランダム化がそれぞれにどのように関連するか、について理解を深める。	90
6	情報科学	情報科学 では、アクセス、セキュリティ、精度、および効率性という主要な問題に焦点を当て、インターネットにおける情報処理に関連する数学的概念および方法の理解を深める。	97
7	空間の視覚化と表現	空間の視覚化と表現 では、等高線図、断面図、レリーフマップを使用して、3次元の形状を視覚化および表現する能力を高める。また、3次元の形状とその特性を表現・解析するために用いる座標法や、線形計画問題や3変数の連立方程式並びに不等式を解くために用いる、グラフを用いた推論や代数的推論に関する能力を高める。	78
8	民主的意思決定の数学	民主的意思決定の数学 では、投票や公平な分配に関して、民主主義社会で意思決定を行う際に役立つ数学的概念や方法の理解を深める。	71

(2) ICT の位置づけ

① デジタル教科書の有無

この教科書には、紙製の教科書とともに、Windows, Mac, iPad, Android で見ることができるデジタル版の教科書があり、同時に作成されている。なお、デジタル版も、McGraw-Hill Education から入手することができる。このデジタル版の教科書は、紙製の教科書を単純にPDF版にした教科書である。一方で、それを越えた「deeply digital」(Dorsey, 2011)教科書の開発研究が進められた。そのプロトタイプとして、「5章 二項分布と統計的推論」の単元が開発され、デジタル版ができている(図4-5-3)。

その特徴は、(i) 授業の導入において見る映像が埋め込まれている(図4-5-4)。(ii) 数学や統計に関するソフトウェア(表計算、グラフ表示、CAS)が埋め込まれている。(iii) 用語の意味が参照できるように用語集(GLOSSARY)が埋め込まれている。(iv) 問題を解決するための足場(scaffolding)が設定されている。具体的には、問題に取り組み始めることができない時、「Not sure how to get started」をクリックすると、解決のきっかけが現れる(図4-5-5)。(v) デジタル協働ノート(google drive を用いてデータの共有可能なノート)が埋め込まれている。

Binomial Distributions and Statistical Inference

Lesson 1 Binomial Distributions Investigations 1... Rules of Probability and Binomial Situations 2... The Binomial Probability Formula 3... Statistical Significance Lesson 2 Sample Surveys Investigations 1... Trustworthy Surveys 2... How Surveys Can Go Wrong Lesson 3 Margin of Error: From Sample to Population Investigations 1... Variability from Sample to Sample 2... The Margin of Error 3... Confidence Intervals Lesson 4 Looking Back Looking Back	
--	--

図 4-5-3 単元「二項分布と統計的推論」の deeply digital 教科書のトップページ

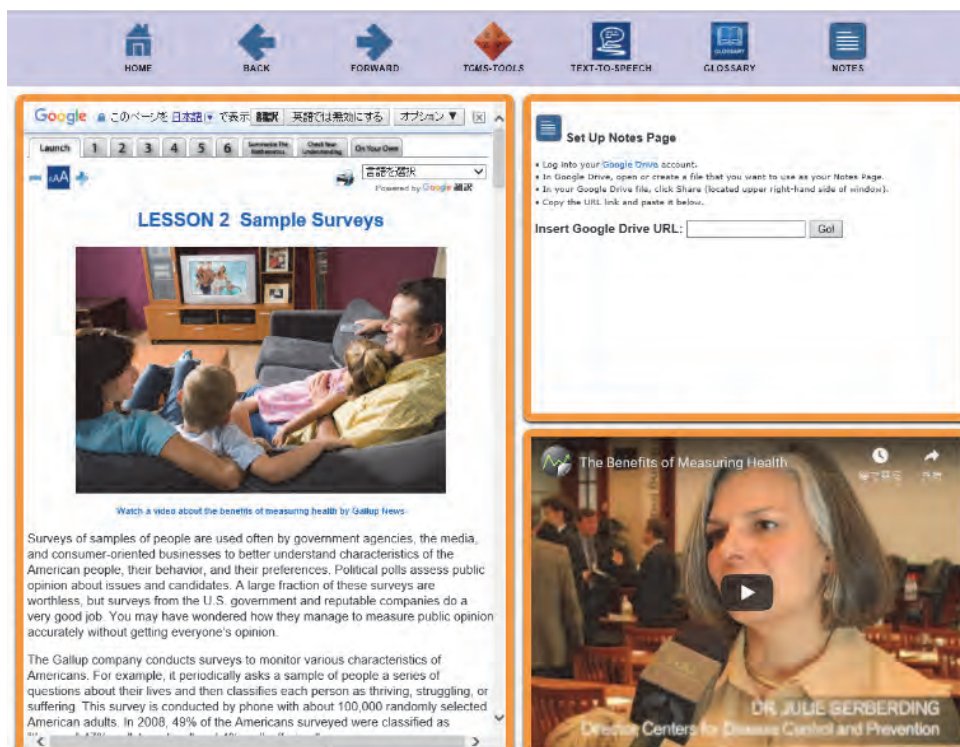


図 4-5-4 単元「二項分布と統計的推論」の Lesson2 のページ

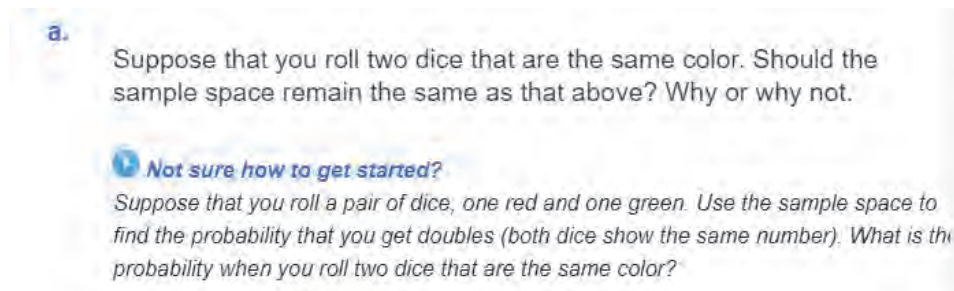
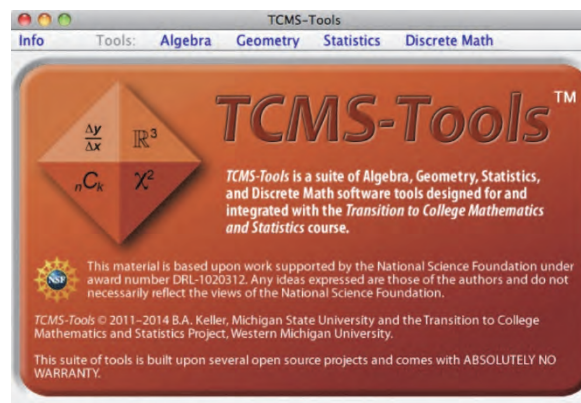


図 4-5-5 問題を解決するための足場設定（Not sure how to get started は通常閉じられている）

② ツール

この教科書では、独自の TCMS-Tools（図 4-5-6）というソフトを開発している。TCMS-Tool では、代数・幾何（図 4-5-7）、統計・離散数学（図 4-5-8）についての考察が可能である（図 4-5-7）。生徒は、このソフトを用いて探究することが前提となっている。



(Click the screen above to download the free software.)

図 4-5-6 TCMS-Tools のアイコン

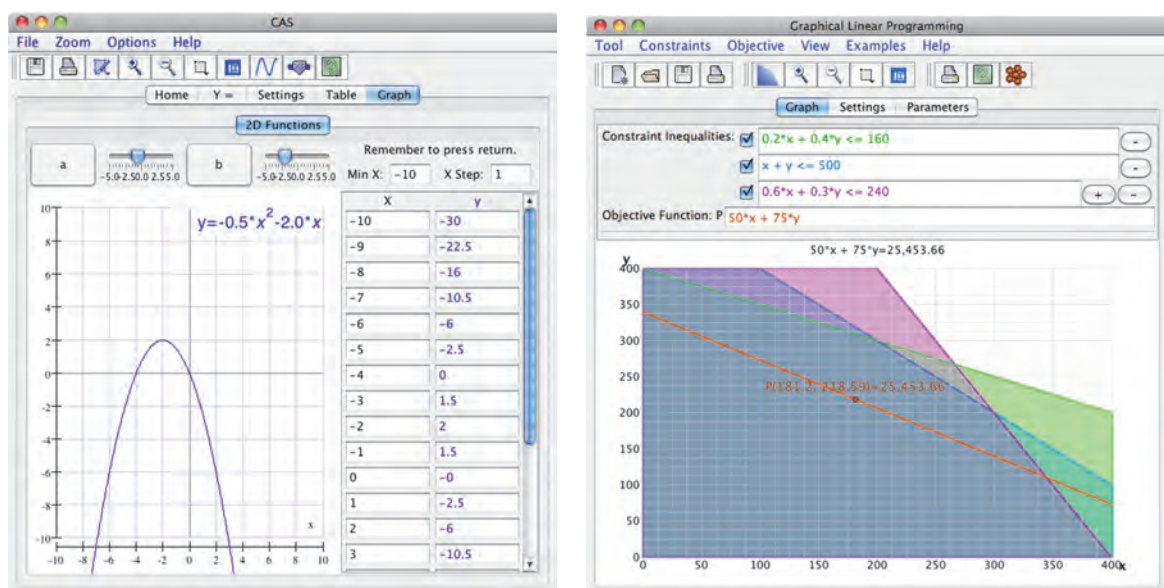


図 4-5-7 TCMS-Tools の利用例（1）

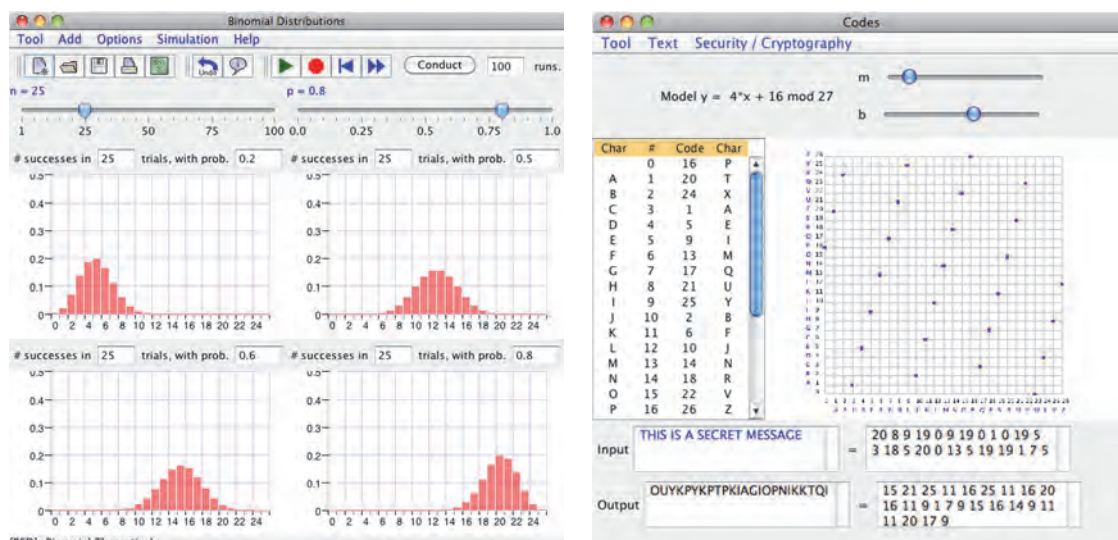


図 4-5-8 TCMS-Tools の利用例（2）

(<http://transitiontocollegemathematicsandstatistics.org/TCMS-Tools.html>)

(3) アプローチ

① 章の展開

章の構成

章のはじめには、章の扉がある。章の扉では、単元の意図が述べられるとともに、節ごと（レッスンと呼んでいる）に学習する内容が簡潔に記載されている（図 4-5-9）。



はじめに、この単元の意図が記載されている。

各レッスンで学習する内容が簡潔に記載されている。

図 4-5-9 章の扉のページ例

また、レッスンのはじめにも、扉があり、そこでは、現実場面が提示されるとともに、「この状況について考えてみよう (Think about this situation)」という項目が用意され、現実場面に対するいくつかの問いが設定されている。その後、レッスンを貫く問いが設定されている。また、レッスンは、現実場面に関わるいくつかの探究で構成されている。探究の後には、学習内容のまとめや理解を確認するための問題がある。レッスンのおわりには、APPLICATIONS, CONNECTIONS, REFLECTIONS, EXTENSIONS という項目ごとに問題が設定されている。

章の具体的構成

ここでは、第 1 章の「カテゴリーカルデータの解釈」を具体例として、章の構成を説明する。

1) 単元の導入

単元のはじめでは、その単元で学習する内容を伝えるとともに、その単元を学習する意義を伝えている。例えば、以下のような記述である。

カテゴリーカルデータとは、性別、大学での専攻希望、登山家であるかどうか（はいまたは、いいえ）、喫煙者であるかどうか（はいまたは、いいえ）など、個人を 2 つのうちの 1 つ、あるいはいくつかのカテゴリのうちの 1 つに位置付ける変数である。危険な行動に関する 10 代の関与または非関与は、危険な行動が蔓延しているかを米国政府がモニターする際に、とても重要なカテゴリーカル変数となっている。この単元では、危険な行動をとることで起こりうる結果を計算するために必要な統計ツールを開発する。

皆さんは、18 歳となり、家族からのアドバイスもあるが、皆さん自身で医学的決定を下す責任をもつことになる。また、皆さんは、家族が同様の決定を下す際に手助けするように頼まれることもあるだろう。この単元の 3 つのレッスンでは、これらの決定に役立つ統計的手法を学習する (p.3)。

また、各レッスンで学習する概要が章のはじめに記載されている点も特徴的である。

Lesson 1 . リスクの比較

2 次元の分割表と棒グラフを使用して、2 つのグループのある状態のリスクを比較する。治療の有効性を評価する際に、個人の見解に基づく証拠の限界とプラセボ効果の危険性を理解する。よく設計された実験の特性、特にランダム化の役割を理解して、さまざまな治療の重要性を比較する。

Lesson 2 . 有意性のテスト

比例的推論を使用して、2 つの母集団の均質性の下で予想される度数を計算する。2 つの標本間の差を捉える尺度としてカイ二乗統計量 (χ^2) を計算して使用する。カイ 2 乗検定を実施および解釈をして、2 つの母集団の同質性について推論する。 χ^2 の値が統計的に有意かどうかを判断する。

Lesson 3 . 2 変量間の関係

条件付き確率と独立事象を確認する。独立事象の定義を使用して、2 つのカテゴリーカル変量の独立性の下で予想される度数を計算する。カイ 2 乗検定を実施および解釈して、母集団内の 2 つのカテゴリーカル変量の独立性に関する推論を行う。

上記の記述の後、レッスンが始まる。冒頭では、「この状況について考えてみよう (Think about this situation)」という問いが設定され、この問いについて考えることから導入が始まる。

2) 節（レッスン）の構成

レッスン1の導入問題（「この状況について考えてみよう」）は、肺がんと喫煙に関する以下の2次元の分割表を基に、「喫煙者と非喫煙者はどちらが肺がんになりやすいか」、「肺がんになる青年は、肺がんにならない青年よりも喫煙者である可能性が高いか」、「青年が誰も喫煙しなかった場合、肺がんの症例はいくつ予防できたか」、「喫煙は肺がんを引き起こすと主張するとき、その前提として何を考えなければならないか」などについて考える問題である。

表 4-5-2 アメリカの10代の青年

	喫煙者	非喫煙者
肺がんになる人	283,000	88,000
肺がんにならない人	1,362,000	6,660,000
合計	1,645,000	6,748,000

上記の問いについて考察した後、探究（investigation）について考察していく。探究1が終わると、「数学のまとめ」（Summarize the mathematics）があり、その後、「理解のたしかめ」（Check your understanding）がある。そして、探究2へと進んでいく。探究2、探究3も上記と同様の展開である。探究3が終わると、APPLICATIONS, CONNECTIONS, REFLECTIONS, EXTENSIONSが用意されている。そして、これまでの学習の復習をするための問題が用意されている（REVIEW）。第1章における探究問題の構成と問題数を整理したのが表4-5-3である。

表 4-5-3 第1章の探究問題の構成と問題数

レッスン1	探究1	8問
	探究2	7問
	探究3	6問
	APPLICATIONS	7問
	CONNECTIONS	6問
	REFLECTIONS	5問
	EXTENSIONS	4問
	REVIEW	8問
レッスン2	探究1	3問
	探究2	9問
	探究3	7問
	APPLICATIONS	11問
	CONNECTIONS	4問
	REFLECTIONS	4問
	EXTENSIONS	4問
	REVIEW	8問
レッスン3	探究1	4問
	探究2	8問
	探究3	3問
	APPLICATIONS	7問
	CONNECTIONS	4問
	REFLECTIONS	3問
	EXTENSIONS	5問
	REVIEW	8問

3) 宿題

APPLICATIONS, CONNECTIONS, REFLECTIONS, EXTENSIONS の 4 つは、自分自身で取り組む宿題として位置づく。表 4-5-3 を見てみると、第 1 章の全問題数のうち、これらの宿題は、44.8%を占めており、多くの宿題が用意されていると言える。また、問題数だけでなく、4 つの種類の問題が用意されている点も特徴的である。以下に、その 4 つの種類の問題の性質について記述する。

APPLICATIONS：このレッスンで学習した考えを用いる課題であるとともに、その考えの理解を深める機会を提供する課題

CONNECTIONS：このレッスンで学習した数学と既習の数学との関連付けに役立つ課題

REFLECTIONS：数学の至るところで有用となる数学的実践や思考の習慣 (habits of mind)、そして、このレッスンで学習した考えについて再吟味する機会を提供する課題

EXTENSIONS：学習している数学について、より一層深く探究する機会を提供する課題

以下は、第 1 章レッスン 1 の最初の APPLICATIONS 課題である。

表 4-5-4 APPLICATIONS の課題例

韓国と米国中西部の大学生は、ある研究に参加した。その研究では、あるグループのプロジェクトに取り組むためにクラスメートと明日、打ち合わせを行う予定であったが、病気になってしまったため、それを行うことができなくなったというふりをするように言われた。また、彼らは、グループのメンバーに、打ち合わせを再び、調整するメールを作成し、送るように言われた。そのメールでは、127 人の韓国人のうち、105 人のメッセージの中に、謝罪の言葉が含まれていた。一方、97 人のアメリカ人のうち、51 人のメッセージの中に、謝罪の言葉が含まれていた（その代わりに、アメリカ人の言葉には、「私は本当に感謝します」、「ありがとう」という言葉が含まれていたが、韓国人の言葉には、そうした言葉は滅多に含まれていなかった）(Hye Eun Lee&Hee Sun Park, “Why Koreans Are More Likely to Favor ‘Apology’, While Americans Are More Likely to Favor ‘Thank you’,” Human Communication Research, Vol.37,2011,pp.125-146.)。

- a. どんな 2 つのグループが比較されているのか。応答変数は何か？
- b. 2 次元表に情報を整理しなさい。
- c. 謝罪が含まれている各グループの割合を比較するために最も適切な棒グラフを作成しなさい。
- d. 作成したグラフに基づき、2 つのグループがいかに異なるかについて、まとめの文を書きなさい。

上記のように、宿題にも様々な文脈問題が扱われている。

② 数学的活動や探究

本教科書は、表 4-5-3 が示しているように、「レッスン」のはじめに探究を位置づけ、その探究への考察を通して学習が進められていく。すなわち、探究を重視している教科書と言える。

また、探究では、大きなテーマが取り上げられ、そのテーマをいくつかの問題の考察を通して、深く考えていくという構成がとられている。例えば、単元 2「変化をモデル化する関数」のレッスン 1 の冒頭では、162 年間の地球表面の気温のデータ（図 4-5-10）とおおよそ

1000 年間の二酸化炭素濃度に関するデータ（図 4-5-11）が提示され、地球の現在の状況が共有される。そして、「Think about this situation」において、これらのデータから、どのようなことに気付いたか、どのような問いを持ったのか。また、気温の変化を推測するために、どのような戦略が考えられるかを問うている。その後、探究 1 の問題 1 において、気温が 10 年間で 0.05°F 上昇した場合から 0.15°F 上昇した場合までを想定し、50 年後や 65 年後の気温を予測させている。そして、問題 2, 3 では、20 年後の二酸化炭素濃度を予想させている。このように、環境問題というテーマを柱に、様々な側面から、現実事象の探究が行われている。

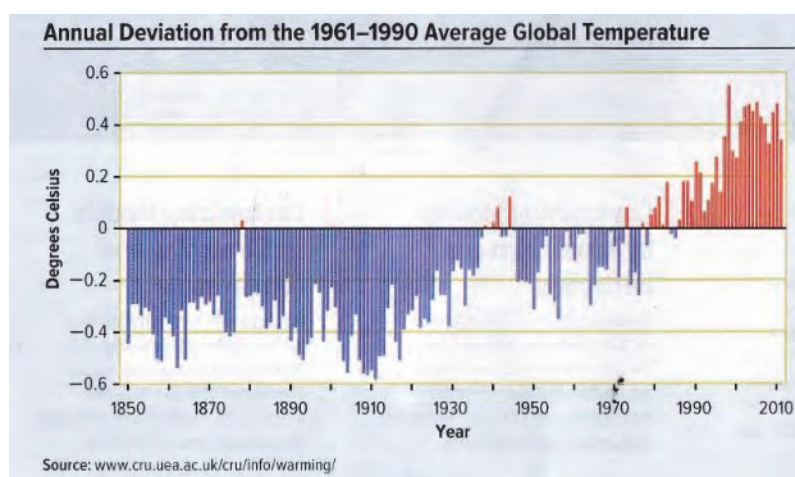


図 4-5-10 地球の平均気温に関するデータ

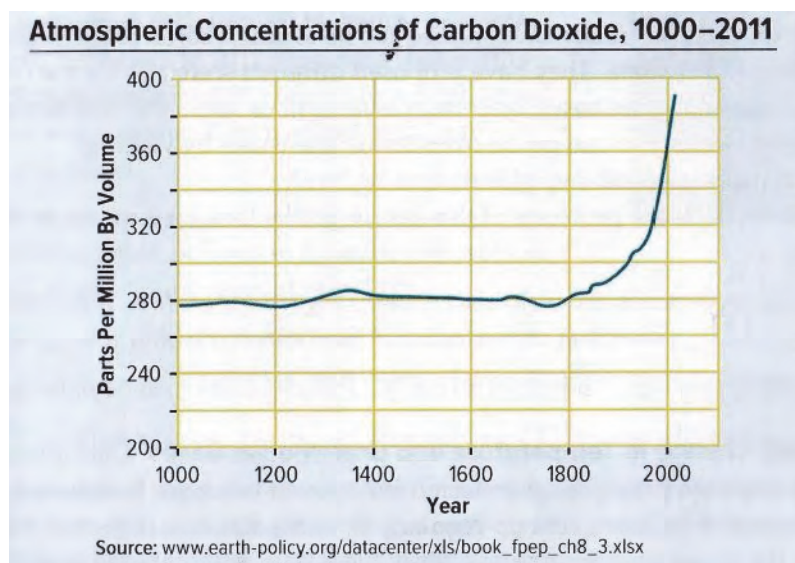


図 4-5-11 二酸化炭素濃度に関するデータ

(4) 内容の取り扱い

① 統計

統計の内容は、第 1 章「カテゴリーカルデータの解釈」と第 5 章「二項分布と統計的推論」に記載されている。日本と比較した際、特徴的な内容が記載されている第 1 章について詳しく見ていくことにする。

第 1 章は、先述したように、3 つのレッスンから構成されている。まずは、1 つ目のレッスンに焦点をあてる。以下が、レッスン 1 の学習目標である。

学習目標：

- ・リスクを比較するのに用いられる用語を理解する：絶対リスク減少、相対リスク
- ・説明変数と目的変数の違いを認識する
- ・カテゴリカルデータを表す棒グラフを解釈する
- ・事例証拠（anecdotal evidence）の限界や潜伏変数の可能性を理解する
- ・よく計画された実験の特徴、特にランダム化の役割を学ぶ
- ・単盲検や二重盲検を用いた、プラシーボ効果に関わる実験計画の仕方を理解する

探究 1 では、まずこのレッスンのキー概念である絶対リスク（あるグループで、望ましくない事象が起こる割合）を学習する。その後、表 4-5-5 のデータを様々な棒グラフで表現し、説明変数（青年が喫煙者かどうか）と目的変数（実際に肺がんになるかどうか）の概念を学習する。そして、絶対リスクの観点から、喫煙と肺がんの問題、乳がんの問題、骨密度低下の問題、HPV の問題、ヒョウによる被害問題、肥満の問題、食料摂取の問題という様々な問題を考察する。

表 4-5-5（再掲） アメリカの 10 代の青年

	喫煙者	非喫煙者
肺がんになる人	283,000	88,000
肺がんにならない人	1,362,000	6,660,000
合計	1,645,000	6,748,000

探究 2 では、リスクの比較の仕方について学習する。その際、絶対リスク低下（あるグループの絶対リスク－他のグループの絶対リスク）と相対リスク（あるグループの絶対リスク／他のグループの絶対リスク）の概念を導入している。また、喘息に対して、最もよく処方される *advair* という薬の成分である *salmeterol* の副作用を調べる臨床実験に関する問題の中で、ランダムな割り当てやプラシーボ効果について学習する。他に考察する問題は、ソーダ摂取の問題、日焼け用ベットの使用と皮膚がんの問題、ピッチャーが投げたイニングと手術の問題、喘息の薬の副作用の問題、ワクチンの問題である。

探究 3 は、「鼻血を止めるには、首の後ろから車の鍵を服の中に落とす」という療法は、事例証拠（anecdotal evidence）であると言われているのはなぜかを考えるところから導入する。そして、事象の原因であるのかどうかを調べるためには、実験を行う必要があり、よく計画された実験の方法（ランダムによる割り当て、実験群と統制群、十分な被験者数）について学習する。他に考察する問題は、怪我に対する下肢器具の効果問題、歯痛とクローブオイルの問題、カーブボールと手術の問題である。

次に 2 つ目のレッスンを見ていくことにする。以下が学習目標である。

学習目標：

- ・グループが同質であることの意味を理解する
- ・母集団と標本の違いを認識する
- ・周辺和と比例的推論を用いて期待度数を計算する
- ・期待度数は同質な標本がどの程度似ているかを示していることを理解する
- ・カイ二乗統計量を計算するとともに、2 つの標本が異なれば異なるほど、その値は大きくなることを理解する
- ・カイ二乗統計量が統計的に有意であるかどうかを判断し、結論を書く

レッスン 2 の導入問題は、危険な行動についての質問に対する 12 学年の生徒の回答結果（表 4-5-6）を基に、男子と女子に違いがあるといえるのかどうかについて考えさせる問題である。

表 4-5-6

調査に答える 30 日以前の間アルコールを飲んだ運転手の車に 1 回以上乗車したことがある

	12 学年－男子	12 学年－女子
はい	488	503
いいえ	1292	1295
合計	1780	1798

探究 1 では、2 つのグループが同質であるかを判断する仕方について学習する。その学習において考察している問題は、ヒスパニック住民に対して出身を訪ねている米国国勢調査の 2000 年と 2010 年の結果を見て、2 つのグループが同質であると言えるかどうかという問題である。

Origin of U.S. Hispanics	2000 Census	2010 Census
Mexican	20,640,711	31,798,258
Puerto Rican	3,406,178	4,623,716
Cuban	1,241,685	1,785,547
Other	10,017,244	12,270,073
Total	35,305,818	50,477,594

Source: The Hispanic Population: 2010, 2010 Census Brief, www.census.gov/prod/cen2010/briefs/c2010br-04.pdf

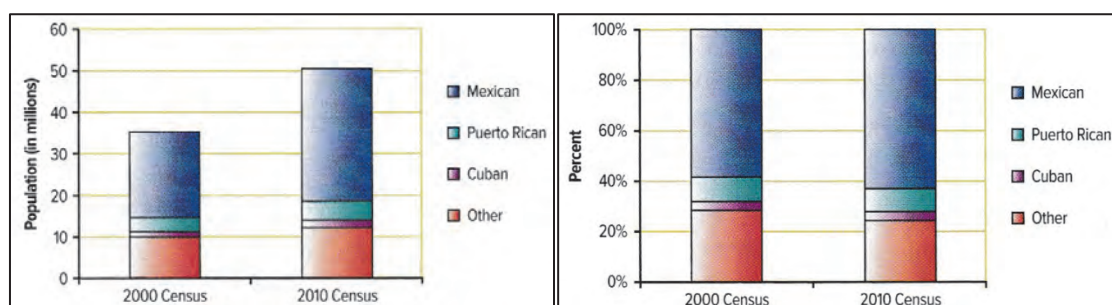


図 4-5-12 ヒスパニック住民の出身

左の棒グラフからは、2000 年から 10 年間で、ヒスパニック系の住民が増加していることがわかる。一方で、右の棒グラフでは、どの出身の人がどのように変化しているのかがわかる。同質かどうかは、右の棒グラフを見て考えていくことになる。しかし、このグラフを見ても同質かどうかを判断できないので、数値的な判断として、期待値に着目する。なお、期待値については、既習である。

探究 2 では、2 つの標本がいかに異なっているかを数値化する方法について学習する。その方法では、カイ二乗統計量を用い、次のステップに従って、 χ^2 の値を計算していく。

ステップ 1 期待度数の表を作る

	Sample 1	Sample 2	Row Total
Category 1	$\frac{(\text{row 1 total})}{(\text{grand total})} \cdot (\text{column 1 total})$	$\frac{(\text{row 1 total})}{(\text{grand total})} \cdot (\text{column 2 total})$	Row 1 Total
Category 2	$\frac{(\text{row 2 total})}{(\text{grand total})} \cdot (\text{column 1 total})$	$\frac{(\text{row 2 total})}{(\text{grand total})} \cdot (\text{column 2 total})$	Row 2 Total
Category 3	$\frac{(\text{row 3 total})}{(\text{grand total})} \cdot (\text{column 1 total})$	$\frac{(\text{row 3 total})}{(\text{grand total})} \cdot (\text{column 2 total})$	Row 3 Total
Column Total	Column 1 Total	Column 2 Total	Grand Total

図 4-5-13 期待度数の表

ステップ 2 表の各セルに対して、観察度数 O (observed frequency) と期待度数 E (expected frequency) の差を求める。

ステップ 3 その差の二乗を求める。

ステップ 4 その値を期待度数でわる。

ステップ 5 ステップ 4 の数値のすべてをたしあわせる。

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

探究 3 では、カイ二乗統計量の値が大きいと、選択された標本に偏りがある可能性があることを学習する。その際、以下のように、同質な母集団から収集された 200 ペアのランダムサンプルのカイ二乗統計量を棒グラフで表現し、その前に求めた $\chi^2 \approx 31.38$ がいかに大きい値 (x 軸の値を参照) であるかを意識させている。

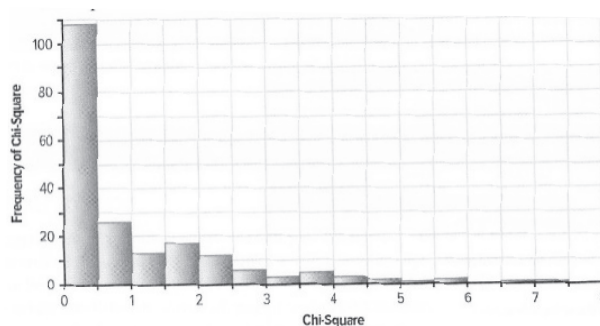


図 4-5-14 カイ二乗統計量に関するグラフ

そして、数値として判断するために、カイ二乗の棄却限界値 (chi-square critical values) について学習する。

表 4-5-7 カイ二乗の棄却限界値

カテゴリー数	2	3	4	5	6	7	8
棄却限界値	3.84	5.99	7.81	9.49	11.07	12.59	14.07

最後に、レッスン 3 を見ていく。レッスン 3 の導入問題は、メールを送っている 12 学年の生徒から、ランダムサンプルをとり、そのデータを「1 日 60 通以上のメールを送っている」、「毎日親にメールを送っている」という観点で整理した結果を基に、これらには関連があるかどうかを分析する問題が扱われている。

レッスン1とレッスン2では、2つの異なる母集団からランダムにとられたサンプルについての分析を学習した。レッスン3では、1つの母集団からランダムにとられたサンプルについて、2つの異なるカテゴリーから分析することを学習する。

探究1の導入では、次の文脈を扱っている。妊娠中の女性が腹部に何らかの力を受けた場合、医師は、腹部の内部に骨盤内遊離液（FF）がないかを確認する。その際、安価で診断結果が早く得られる方法として超音波が用いられるが、超音波は誤った結果を導き出してしまう場合がある。そこで、328人の妊婦に対し、この超音波によるテストと高価であるが正確な方法によるテストを施し、超音波によるテストの正確性について調べた。その結果は、次の通りである。

Result of Ultrasound			
	Positive for FF	Negative for FF	Total
FF Actually Present	14	9	23
FF Actually Absent	15	290	305
Total	29	299	328

図 4-5-15 超音波テストに関するデータ

この問題を通して、偽陽性（false positive）、偽陰性（false negative）という用語を学習する。上記の表では、偽陽性は15人、偽陰性は9人が該当する。また、感度（sensitivity）、特異度（specificity）という用語も学習する。上記の表では、感度とは、FFを持っている人のうち、超音波検査が陽性だった人の割合である $14/23 \approx 0.61$ であり、特異度とは、FFを持っていない人のうち、超音波検査が陰性だった人の割合である $290/305 \approx 0.95$ になる。そして、陽性的中率（positive predictive value: PPV）、陰性的中率（negative predictive value: NPV）という用語も学習する。上記の表では、陽性的中率とは、超音波検査が陽性だった人のうち、FFを持っている人の割合である $14/29 \approx 0.48$ であり、陰性的中率とは、超音波検査が陰性だった人のうち、FFを持っていない人の割合である $290/299 \approx 0.97$ になる。

これらの値を求める際、条件付き確率に関する思考が働いている。例えば、条件付き確率を用いて感度を表現すると次のようになる。

感度 = $P(\text{テストで陽性} | \text{ある条件あり}) = \text{ある条件下での陽性者の数} / \text{ある条件下での総数}$

探究1では、偽陽性、偽陰性、感度、特異度、陽性的中率、陰性的中率と条件付き確率とを関連させながら学習を展開している点が特徴的である。

探究3では、独立性のカイ二乗検定について学習する。扱われている文脈は、レッスン3の導入問題として扱われていた「メールの問題」である。具体的には、メールを送っている12学年の生徒から、ランダムサンプルをとり、そのデータを「1日60通以上のメールを送っている」、「毎日親にメールを送っている」という観点で整理した以下の結果から、2つの変数は関連があると言えるかどうかを考える問題である。

Send At Least 60 Text Messages Daily			
	Yes	No	Total
Yes	275	65	340
No	35	225	260
Total	310	290	600

図 4-5-16 メールに関するデータ

ここでは、まず、「1日60通以上のメールを送っている」、「毎日親にメールを送っている」が独立であるとした場合の期待度数の表を作成する。次に、先の表の数値と比較し、差が大きいことに着目させる。そして、レッスン2で学習したカイ二乗値（カイ二乗値は約268）を求め、その値をカイ二乗の棄却限界値と比較させている。

② 割合

高等学校3年生の教科書であるため、単元として割合は設定されていない。しかしながら、割合は、リスクを表す指標などに用いられ、教科書の中に度々登場する。例えば、絶対リスク、早退リスクなどである。これらは、医学、疫学などに用いられている指標である。

さらに具体的に見ると、Unit1のレッスン1の冒頭から、以下のような問題の解決において割合が扱われている。割合を積極的に用いて意思決定するということがよく現れている。

表 4-5-8（再掲） アメリカの10代の青年

	喫煙者	非喫煙者
肺がんになる人	283,000	88,000
肺がんにならない人	1,362,000	6,660,000
合計	1,645,000	6,748,000

Think about this situation

前のページのデータを使用して、喫煙が肺がんを引き起こすかどうかの問題について考えてください（点線内は、想定される考え）。

- a. 喫煙者または非喫煙者は肺がんになりやすいですか。表に報告されているデータを使用して、理由を説明してください。

喫煙者： $283,000/1,645,000 \div 0.1720$ 17%，非喫煙者： $88,000/6,748,000 \div 0.0130$ 1%

喫煙者の約17%が肺がんになり、非喫煙者の約1%が肺がんになることから、喫煙者の方が肺がんになりやすいと言える。

- c. 報告されたデータに基づいて、次の文を完成させます：男性の喫煙者は、男性の非喫煙者と比べて肺がんになる可能性が_____倍になります。

$0.1720/0.0130$ 約13倍

③ STEAM

STEAMが意識された単元や内容は見られない。

④ プログラミング

プログラミングが意識された単元や内容は見られない。

(5) 示唆

① 多様性のある問題の扱い

「カテゴリカルデータの解釈」（第1章）では、肥満の問題、食料摂取の問題、メールの送信数の問題など、生徒の生活に直接的に関わる問題とともに、ヒョウによる被害問題などの社会問題、肺がんの問題などの病気・医療に関わる問題が扱われており、問題の種類は多

様である。生徒の生活に直接的に関わる問題を考察することを通して、数学的な内容や方法の獲得だけではなく、生活の仕方そのものについて見直す機会が提供されていると考えられる。

また、それらの問題の多くが真正な問題（authentic problem）となっている。例えば、次の問題である。アメリカの社会では、民族性に関して、昔から様々な問題が起きている。ここでは、陪審員が公正に選出されなかった、実際にあった事例が取り上げられ、二項分布の学習へと導入されている。

米国の一部の裁判では、陪審員の民族性、性別、年齢、その他の人口統計学的特性に大きな関心が寄せられている。（中略）

陪審員の選出に関して、歴史に残る事例がある。1953 年、最高裁判所において、ジョージア州フルトン郡の陪審は、アフリカ系アメリカ人のエイブリーに重罪の判決を下した。この時、陪審員にアフリカ系アメリカ人はいなかった。当時 691,797 人のフルトン郡の人口のうち 165,814 人がアフリカ系アメリカ人であり、陪審員候補者 21,624 人のリストには 1,115 人のアフリカ系アメリカ人が含まれていた。陪審員候補者のリストから、おそらくランダムに 60 人の陪審員が選ばれた（しかし、白人とアフリカ系アメリカ人の陪審員の名前は、違う色の紙に書かれていた）。12 人の実際の陪審員の中に、アフリカ系アメリカ人は含まれていなかった。

[Think about this situation]

- a. フルトン郡の人々から無作為に 12 人の陪審員を選んだとしたら、その陪審員にアフリカ系アメリカ人がいない確率をどのように計算、または推定できるだろうか。できるだけ多くの方法を見つけなさい。
- b. あなたは、陪審員候補者リストにアフリカ系アメリカ人が 1,115 人しかいないのは、偶然だけによるものとするのが妥当だと思うか、それとも弁護士は別の説明を求めるべきか。あなたの選択をサポートするためにどのような戦略が利用できるか。
- d. 連邦最高裁判所はエイブリーの有罪判決を覆した。エイブリーの弁護士が使ったと思われる統計的な証拠を記述してください。

アメリカの社会において、考えなければならない民族性の問題について、統計の学習の中で、正面から取り組ませている点が特徴的である。社会の中で、「おかしい」と思われる事柄を批判的に考察する態度の育成とともに、その「おかしさ」を数学的な根拠に基づいて、批判できる能力の育成が期待できる。

② 市民としての教養の獲得

この教科書は、市民としての教養が獲得できる構成になっている。例えば、偽陽性、偽陰性、感度、特異度がその一例である。最近、新型コロナウイルス感染症（COVID-19）の診断に用いる PCR 検査および抗原定量検査に関して、偽陽性、偽陰性が頻繁に話題にあがる。感度が高い検査であったとしても、陽性であるのに、陰性として結果が出てしまうことがある。また、陰性であるのに、陽性として結果が出てしまうことがある（偽陽性）。こうした可能性を理解しながら、検査とつきあっていくという教養が必要である。この教科書では、市民として持つべき、こうした教養が獲得できる構成になっていると考えられる。

③ リスクを捉える指標としての割合

「カテゴリーカルデータの解釈」(第1章)では、割合をリスクを捉える指標と考え、リスクを比較する概念について学習している。例えば、絶対リスク低下(あるグループの絶対リスク－他のグループの絶対リスク)と相対リスク(あるグループの絶対リスク／他のグループの絶対リスク)である。

これらのリスクを捉える指標を用いて、患者に対するリスクの説明文を考える問題が設定されている点も興味深い。例えば、喘息の病気を抱える患者に対して、最もよく処方される *advair* という薬の副作用を絶対リスクや相対リスクを基に説明するという問題が設定されている。その説明では、絶対リスク低下の数値が 1.131 パーcentageポイントという小さい値であるため、副作用の影響は小さいと考えられるが、相対リスクの値は 2.1 であることから、*advair* に含まれる *salmeterol* を服用した場合、服用しない場合より、2.1 倍、副作用があると考えられることができるといった説明をすることになる。様々な事象を捉える指標として、割合を扱っている点が示唆的である。

④ シンボルを繰り返して用い深化させる

「カテゴリーカルデータの解釈」(第1章)では、2 元表を重要なツールとして位置づけ、章全体の中で使用しながら、学習を展開している。また、レッスン2において、カイ二乗値を求めるために、期待度数を求めているが、それがレッスン3では、2つの変数が独立であると考えた場合の値であると意味づけられ、学習の深化が実感できる点も特徴的である。

(清野辰彦)

注

1) コモンコアの数学に関する詳細は、以下の文献を参照されたい

- ・高橋昭彦(2012). 米国における統一カリキュラムへの模索. 日本数学教育学会誌, 94(1), 19-22. https://doi.org/10.32296/jjsme.94.1_19
- ・吉田誠(2012). 米国における統一カリキュラムへの模索－Common Core State Standards: 中学校数学－. 日本数学教育学会誌, 94(1), 27-30.
- ・渡辺忠信(2012). 米国における統一カリキュラムへの模索－Common Core State Standards: 中学校数学－. 日本数学教育学会誌, 94(1), 31-34.

2) The Conference Board of Mathematical Sciences(2010) と The National Center for Educational Statistics(2011) の調査結果によると、全国の約 5.8%の大学生だけが、微積分や、微積分を必要とする発展コースを履修している。college では、その割合が 1.8%に減少。

4.5 の引用・参考文献

- Hirsch, C. R. (2016). Print and Digital Curriculum Design in the U. S.: The Case of Transition to College Mathematics and Statistics. 13th International Congress on Mathematical Education, July 24-31, Hamburg, Germany.
- Hirsch, C. R., Hart, E. W., Watkins, A. E., Ritsema, B. E., with Fey, J. T., Walker, R. K., Keller, B. A., & Laser, J. K. (2016). Transition to college mathematics and statistics. Columbus, OH: McGraw-Hill Education.

- 高橋昭彦 (2012). 米国における統一カリキュラムへの模索. 日本数学教育学会誌, 94(1), 19-22. https://doi.org/10.32296/jjsme.94.1_19
- 吉田誠 (2012). 米国における統一カリキュラムへの模索－Common Core State Standards : 中学校数学－. 日本数学教育学会誌, 94(1), 27-30.
- 渡辺忠信 (2012). 米国における統一カリキュラムへの模索－Common Core State Standards : 中学校数学－. 日本数学教育学会誌, 94(1), 31-34.

4.6 イギリス

イギリスの義務教育は5歳～16歳で、その修了時（Year11）にGCSE試験（General Certificate of Secondary Education）を受ける。Year12,13はsixth formと呼ばれ、科目を絞り専門的な学習を進め、GCE-Aレベル（General Certificate of Education, Advanced Level）またはASレベル（Advanced Subsidiary Level）を受ける。

教育省（2013a）によれば、sixth form において A または AS レベルの数学（A は 2 年間、AS は 1 年間のコース）を取得する生徒は、全体のわずか 13%で、その 80%は GCSE の成績が（A*, A, B, ..., G のうちの）A*, A だった生徒である。B の生徒の取得率は 10%弱、C の生徒の取得率は 1%未満である。D 以下の生徒が GCSE の復習コースで学ぶことはあるが、それは B,C の生徒にとっては不要な内容である。すなわち、A/AS レベルの数学をきわめて限られた層しか学習していなく、かつ、その背後に A/AS レベルの数学の内容が数学の重要性が増す社会に見合っていないことや、GCSE と A/AS レベルの間に位置づくコースがないことが問題視されてきた。

このような現状に対して、GCSE の成績が B,C だが A/AS レベルは必要ないという生徒（試算ではおよそ 20 万人にいます）を対象に設けられた、新しい資格試験（社によって名称は異なる）として Core Maths が設けられた。A/AS より下の Level3 という位置づけである。大学で、工学、経済、ビジネス、社会科学等を学ぼうとする生徒を主な対象として想定している（教育省、2013a）。受験者数は、図 4-6-1 のような推移である。

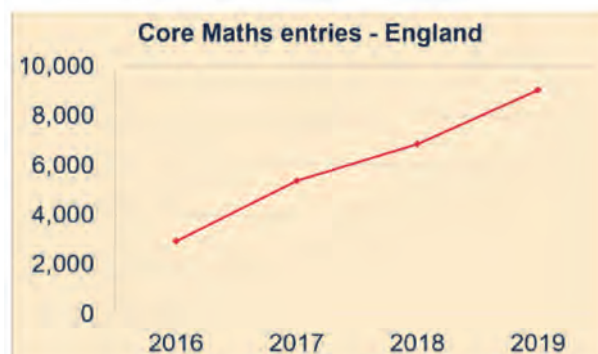


図 4-6-1 Core Maths の受験者数
<https://amsp.org.uk/uploads/files/31af5cb c1808fc387a1d8131958a4d2b.pdf>

(1) 教科書の概要

教科書名：AQA Level3 Certificate Mathematical Studies, 2016, Harper Collins UK, 400p.

著者：Helen Ball. & Peter Ransom

背景：Core Maths 資格試験は 5 社（AQA, City & Guilds, NCFE, Pearson Edexcel, OCR）が実施している（2019 年）。分析対象の教科書は、受験者の最も多い AQA 社の Core Maths 資格試験 *Mathematical Studies* に内容に準拠した教科書である。AQA の試験の構成は、以下のとおりである（AQA, 2020）。

Paper1 必修

- データの分析：データ、データの収集とサンプリング、データの数的表現、データのグラフ的表現
- 個人のファイナンスのための数学：数値計算、百分率、利子、返済とクレジットのコスト、グラフ表現、税、財政問題の解決
- 推定：モデル化過程、フェルミ推定

Paper2

- 必修 データとモデルの批判的な分析（スプレッドシートと表形式のデータを含む）：文脈における論理的・合理的な議論をすること、数学的な方法や解決を

伝え合うこと，批判的な分析

・**選択** 以下のいずれか 1 つを選択

- ・統計的テクニック：正規分布，確率と推定，相関と回帰
- ・クリティカルパスとリスク分析：クリティカルパス，期待，費用便益分析
- ・グラフィカルテクニック：グラフを用いた方法，変化の割合，指数関数

Paper1, Paper2 それぞれ 90 分で，科学電卓またはグラフ電卓の使用が認められている。なお，認定必要時数は 180 時間とされている。

章構成：章構成とページ数は以下の通りである。（「議論」の数については後述）

章	節		ページ数	「議論」の数
1	データの分析			
	1	データ	7	3
	2	データの収集とサンプリング	6	2
	3	データの数値的な表現	7	2
	4	データの図表的な表現	9	1
2	個人のファイナンスのための数学			
	1	数値計算	7	1
	2	百分率	5	1
	3	金利	6	1
	4	データの図表的な表現	8	2
	5	グラフ	2	1
	6	課税	3	1
	7	ファイナンスに関する問題解決	5	0
3	見積もり			
	1	モデル化過程	13	2
	2	フェルミ推定	5	1
4	与えられたデータやモデルの批判的な分析（スプレッドシートや表を含む）			
	1	文脈における論理的で根拠にもとづく議論を提示する	4	1
	2	数学的なアプローチと解決を伝え合う	4	0
	3	批判的な分析	11	2
5	正規分布			
	1	正規分布の性質	4	1
	2	表記法	4	1
	3	確率の計算	11	1
6	確率と推定			
	1	母集団と標本	3	1
	2	大きさ n の標本の平均値	3	1
	3	信頼区間	8	1
7	相関と回帰			
	1	相関	6	1
	2	相関係数	4	1

	3	回帰直線	5		1
8	クリティカルパス分析			17	
	1	複合プロジェクト	4		1
	2	クリティカルな作業	5		1
	3	ガントチャート	4		1
9	期待 (Expectation)			26	
	1	確率	5		1
	2	図的表現	8		1
	3	複合事象 (Expected Value)	6		1
	4	期待値	3		1
10	費用便益分析			20	
	1	不確実性の伴う暮らし	3		1
	2	規制措置	6		3
	3	リスク分析	7		2
11	グラフィカルな方法			34	
	1	関数のグラフ	15		1
	2	交点	13		1
12	変化の割合			31	
	1	傾き	12		1
	2	平均の速さ	3		1
	3	速度と加速度	12		2
13	指数関数			24	
	1	関数 a^x	7		0
	2	数 e	5		0
	3	指数関数的成長と減衰	5		0
14	練習			24	

(2) ICT の位置づけ

適宜、スプレッドシートやグラフ電卓を利用する。紙面上にも出力例等が示されている。教科書用のアプリケーションツールやインターネット上の電子教材はない。

	A	B	C	D	E	F
1	AMEZERCARD	Purchase	560			
2		iPhone 7				This is the amount you want to borrow.
3						
4	month	total outstanding	monthly repayment	interest added		
5	1	=D1	=0.02*B5	=B5*0.01		
6	2	=B5-C5+D5	=0.02*B6	=B6*0.01		
7	3	=B6-C6+D6	=0.02*B7	=B7*0.01		
8	4	=B7-C7+D7	=0.02*B8			
9	5	=B8-C8+D8	=0.02*B9			
10	6	=B9-C9+D9	=0.02*B10			
11	7	=B10-C10+D10	=0.02*B11			

図 4-6-2

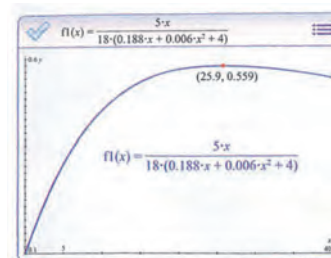


図 4-6-3

(3) アプローチ

① 章の展開

各章は、生徒にとって興味深く、かつ、理解可能な実社会の問題（1 ページ分）から始まる。節立ては、AQA の試験要目に示された項目ごとになっている。

1) 方法知の学習目標の明示

各節の冒頭には、学習目標が箇条書きで示されている。すべての節において、学習目標が

いわゆる「方法知」であることが特徴的である。

例えば、「第7章 相関と回帰」の「第1節 相関」の学習目標は次の通りである。

次の方法を学ぶ

- ・データ間が無相関，相関，強い相関，正の相関，負の相関がある場合を認識する。
- ・相関が必ずしも因果を意味するものではないことを識別する。
- ・データを散布図にプロットとし，平均値をもとに目測で適する直線にかく。
- ・外れ値の考えを理解する。すなわち，外れ値を特定し，理解し，適する直線を引く際にそれを含めるかどうかを決める。

2) 教室で学ぶことを前提とした構成

上述のような方法知の学習目標のもと，各節は，学習内容に関する簡単な説明，例，議論，練習で構成されている。また，「実世界における数学」という囲みがあり，学習内容が用いられている場面や仕事等を紹介している。

その際，教科書を教室で用いる学習材として位置づけている点に特徴がある。それは，クラスメイトと話し合うよう指示がなされている「議論」を中心とする構成にあらわれている。例えば，第7章相関と回帰，第1節相関では，節頭に「実世界における数学」があり，その直後に，次の議論が設けられている。

以下の中から一つを選び，クラスメイトと話し合いなさい。

1. ロンドンオリンピック組織委員長の Sebastian Coe に，(近代オリンピックが始まった) 1896 年の以降の参加国数とメダル数との関係を示す散布図を描くように頼まれたとする。軸にとる変量と見られそうな相関の種類について話し合いなさい。
2. イギリス気象庁に，1066 年のヘイスティングズの戦い以降の，海面レベルと世界気温との関係を示す散布図を描くように頼まれたとする。軸にとる変量と見られそうな相関の種類について話し合いなさい。
3. あなたは統計家で，イギリス国家統計局に，日々のデジタルデバイスの使用時間と A レベル試験の結果との関係を示す散布図を描くように頼まれたとする。軸にとる変量と見られそうな相関の種類について話し合いなさい。

この議論の後に，散布図をもとに相関の強弱，正負が解説されている。第2節では，同様に場面で相関の強さについて話し合わせた後で，相関係数が導入されている。第3節では，「実世界における数学」の中に議論が設けられている。そこでは，次の名目 GDP の変化率と GDP に対する債務の変化率の散布図が示され，それぞれの項目に関する説明がなされたのち，次のことについて議論するよう求めている。

あなたはエコノミストで，欧州諸国の経済状況について予測をするよう依頼されたとする。

1. 上の散布図を用いてもっとも困難に直面している国について，その理由とともに話し合いなさい。
2. 上の散布図を用いてもっとも困難に直面していない国について，その理由とともに話し合いなさい。

3. 上の散布図を用いて、イギリス（EUではないが）の名目 GDP の変化率が+2.6%であった場合の、GDP に対する債務の変化率について話し合いなさい。
この「議論」の後で、回帰直線に関する導入がなされている。

3) 活用と振り返りを重視した章末

章末にはケーススタディ、プロジェクトワーク、振り返りが設けられている。ケーススタディとプロジェクトワークは、知識を広げ、批判的思考力や問題解決能力を伸ばすことを意図したものである（内容例は上述）。振り返りは、自らの学びを評価するためのもので、各節の冒頭にある目標を項目とするチェックシートがあり、3段階で評価する。

② 数学的活動や探究

1) 「議論」(Discussion)

各節に概ね1ないし2の「議論」が設定され、数学的活動を促している。「議論」の対象は、身近な事象を数学化すること、提示された問題の解決の方針を立てたり、振り返ったりすること、扱われている数学の内容の理解を深めること、学習内容を他の事象に活用することなどであり、クラスメイトと話し合う内容が具体的に提示されている。

例1)「第5章 正規分布」の第1節の冒頭で、ロンドンオリンピックの開幕式に集まった人々の身長分布の話題で正規分布を例示し、電球の寿命が正規分布になるという話題を挙げた後の「議論」

以下の中から一つを選び、クラスメイトと話し合おう。

- 1 2012年7月の夜、あなたがオリンピックスタジアムにいたとしよう。正規分布になるような他の量について話し合いなさい。
- 2 2012年のロンドンオリンピックで、陸上競技を観戦したとしよう。走り高跳び、砲丸投げ、100m走のような種目の記録が正規分布になるかどうかについて話し合いなさい。
- 3 家でキッチンにいるとしよう。寿命が正規分布になる他の日用品について話し合いなさい。

正規分布になりそう事象を想起するとともに、そう考えた理由が話し合われると考えられる。このことにより、正規分布の概括的な特徴を抑えさせている。この議論の後、正規分布の数学的な特徴が説明されている。

例2)「第3章 見積もり」の第1節の冒頭で、炭酸飲料の缶はどのような形がもっともよいかを考える問題を提示し、その問題を解決するための仮定として、「a 容量は330mlとする」「b 材料費をできるだけ安くする」「c 製作機械から取り出しやすい形にする」「d 箱に詰めたときの隙間を少なくする」を挙げたのちの「議論」

3～4人のグループで、以下のことについて話し合おう。

- 1 どのような形状が缶になりうるか。
- 2 cを満たしそうな形はどれか。それはなぜか。
- 3 dを満たしそうな形はどれか。それはなぜか。
cとdの間の妥協点を見いださなければならない。
- 4 製造業は、他にどのような基準を持つだろうか。
- 5 どんな形の缶を使うか。

形状に関する見通しを立てるとともに、仮定の吟味をしている。この議論の後、立方体、球、円柱、六角柱が挙げられ、必要な材料（表面積）について考察していく。

2) ケーススタディとプロジェクトワーク

各章末にケーススタディとプロジェクトワークがある。前者は、学習内容に関わる実社会の話題が提供され、それについて考察するもの、後者は日本で言うレポート課題に当たるような大型のものである。

例 3) 「第 5 章 正規分布」のケーススタディ

インターネットプロバイダは、平均速度が 18.7Mbit/秒から 22.8 Mbit/秒に向上とか、「152Mbits/秒パッケージ」は 24 時間平均で 132.6Mbits/秒を記録、と宣伝しているのに対して、利用者の、「76Mbits/秒パッケージ」の平均アップロード速度は 17.0 Mbits/秒だったといった声もある。信頼区間を学んでいないと、このような情報にもとづいてプロバイダを選ぶことになる。95%信頼区間を示した以下の表をもとに、信頼区間についての簡単な説明とこの事例が意味することを書こう。(抄訳)

Package	Average download speed during period		
	Maximum	24 hours	8-10pm weekdays
BT ADSL2+	9.6Mbit/s to 12.6Mbit/s	8.9Mbit/s to 11.8Mbit/s	8.9Mbit/s to 11.7Mbit/s
KC ADSL2+	9Mbit/s to 11.3Mbit/s	8.6Mbit/s to 10.8Mbit/s	8.5Mbit/s to 10.8Mbit/s
Plusnet ADSL2+*	9.9Mbit/s to 12.8Mbit/s	9.3Mbit/s to 12.1Mbit/s	9.2Mbit/s to 12Mbit/s
Sky ADSL2+	9.3Mbit/s to 11.4Mbit/s	8.6Mbit/s to 10.6Mbit/s	8.5Mbit/s to 10.5Mbit/s
TalkTalk ADSL2+	8.1Mbit/s to 10.2Mbit/s	7.5Mbit/s to 9.5Mbit/s	7.5Mbit/s to 9.5Mbit/s
BT 'up to' 38Mbit/s	33.1Mbit/s to 35.4Mbit/s	32.1Mbit/s to 34.4Mbit/s	31.9Mbit/s to 34.2Mbit/s
EE 'up to' 38Mbit/s	34.3Mbit/s to 36.3Mbit/s	29.5Mbit/s to 31.5Mbit/s	29Mbit/s to 30.9Mbit/s
Plusnet 'up to' 38Mbit/s*	32.2Mbit/s to 36.5Mbit/s	30.1Mbit/s to 34.2Mbit/s	30Mbit/s to 34.1Mbit/s
Sky 'up to' 38Mbit/s	35.3Mbit/s to 37.1Mbit/s	34.3Mbit/s to 36.4Mbit/s	34.2Mbit/s to 36.3Mbit/s
Virgin Media 'up to' 50Mbit/s	53.9Mbit/s to 54.2Mbit/s	52.5Mbit/s to 53.3Mbit/s	51.5Mbit/s to 52.8Mbit/s
BT 'up to' 76Mbit/s	62Mbit/s to 65.1Mbit/s	59.9Mbit/s to 63.1Mbit/s	59.3Mbit/s to 62.6Mbit/s
Plusnet 'up to' 76Mbit/s	61.3Mbit/s to 64Mbit/s	57.7Mbit/s to 60.5Mbit/s	57.1Mbit/s to 59.7Mbit/s
Virgin Media 'up to' 100Mbit/s	104.4Mbit/s to 106.5Mbit/s	94.3Mbit/s to 99.5Mbit/s	86.5Mbit/s to 95Mbit/s
Virgin Media 'up to' 152Mbit/s	159.1Mbit/s to 159.5Mbit/s	129.5Mbit/s to 135.8Mbit/s	115Mbit/s to 124.5Mbit/s

図 4-6-4

例 4) 「第 3 章 見積もり」のプロジェクトワーク

- ①右の図は、5つの町の人口と、それぞれの町の間道のりを示している。この地域に、新しい sixth form college を作るようになった。新たな道路を作ること計画されていない。どこに建てるよいかを提案しなさい。

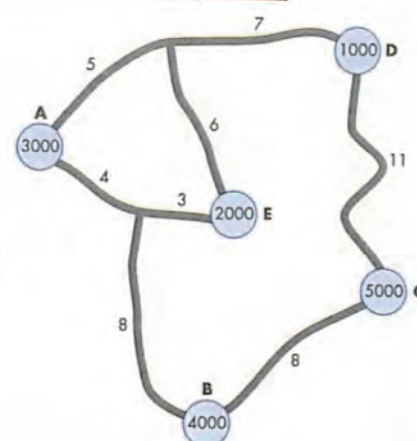


図 4-6-5

- ②18 世紀，ヨハン・ボーデとヨハン・タイタスは，太陽からの平均距離について単純な規則性を見いだした。下の表は，そのデータである。この表をもとに数学的モデルを作りなさい。

Planet	Mercury	Venus	Earth	Mars	Asteroids	Jupiter	Saturn	Uranus
Number from Sun	1	2	3	4	5	6	7	8
Distance from Sun in AU*	0.4	0.7	1	1.5	2.8	5.2	9.5	19.2

図 4-6-6

ケプラーの法則はこれを拡張したものである。それは，太陽からの距離と公転周期に関するものである。下の表には，海王星や冥王星は示されていない。海王星や冥王星がケプラーの法則に合うかどうかを検討しなさい。

Planet	Mercury	Venus	Earth	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus
Distance from Sun in AU (R)	0.4	0.7	1	1.5	5.2	9.5	19.2
Orbital period in years (T)	0.24	0.62	1	1.9	11.9	29.5	84.0

図 4-6-7

(4) 内容の取り扱い

① 統計

統計に関する内容を扱っているのは第 1 章，第 4 章，第 5 章，第 6 章，第 7 章であり，教科書全体の 30%に当たる。

「第 4 章 与えられたデータの批判的な分析」で，インフォーマルな推測が扱われている。この教科書では，批判的な分析を，「誤りを探して特定したり，改善を提案したり，主張が正当であるかどうかを評価したりすることで，他者の示した資料を読む際にも，自分が資料を作成する際にも重要である」としている。また，批判的な分析は，「物事の根源を得る」「物事の背後にある理由を発見する」「物事を論理的なステップに分解し，適切な形式で順序立てる」「具体的な根拠にもとづいて強み・弱みを調べる」ことであるとする。統計に限らず，既に学習した数学全般が活用される。インフォーマルな推測に関わる例を挙げる。

例 5) 次の箱ひげ図は，振り子を使ったり，2 点を固定され垂れている鎖によって描かれる曲線を探知したりすることを含む実験を行ったときの「楽しさ」に関する男女の比較である。p：振り子に関する活動，c：鎖に関する活動，e：課題の楽しさ，l：生起した学習，f：女性，m：男性であり，例えば，pef は，振り子の活動で楽しさを感じた女性の数である。「ともにメジアンは 7 で，男性は女性よりばらつきが大きい」というのは，説明（descriptive）か，批判的な分析かを話し合いなさい。

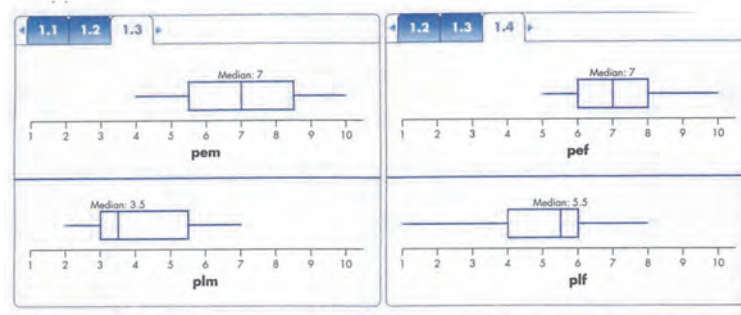


図 4-6-8

例 6) 次の表は、ある地域の四半期ごとのリサイクル率である。この地域の査察官として、地方紙に掲載する記事を書いてみよう。以下の点に注意しなさい。

- ・第 1 章で学んだデータの数的、グラフ的表現を活用する
- ・すべての種類に関して、リサイクルは増えているのか減っているのか、あるいは変化がないのか
- ・リサイクル率が下がった期はあるか、それはいつか。なぜだと思うか。将来、どうしたら改善するか。
- ・どれだけリサイクルされていないか。このことにあなたはどのように関係しているか。

Table 3, Dry recycling (in 1000 tonnes)	Jan-Mar 2013	Apr-Jun 2013	Jul-Sep 2013	Oct-Dec 2013	Jan-Mar 2014
Dry recycling rate (excludes organic recycling from calculation)*	32.4%	31.9%	32.1%	31.7%	32.5%
total collected dry (includes organic waste in the residual stream)	4313	4561	4515	4326	4531
Sent for dry (recycling, reuse)	1398	1455	1450	1372	1473
of which glass	283	274	283	263	286
of which paper and card	614	580	588	611	623
of which metals	55	54	55	54	58
of which plastic	91	95	103	99	104
of which textiles	31	28	29	26	32
of which WEEE & other scrap metals	103	134	125	101	116
of which other materials	220	288	266	218	254

Statistical data set ENV18 – Local authority collected waste: annual results tables/ Department for Environment, Food & Rural Affairs 8 November 2012

図 4-6-9

例 7) 2002 年、New Scientist 誌は、ベルギー1ユーロ硬貨は公平ではないと報じた。表が出る確率が $1/2$ ではなく、このことはコイントスを行う様々スポーツに支障をきたす。2 人のポーランド教師が、生徒に、ベルギーコイン投げの実験を行わせたところ、250 回中 140 回表が出た。このことは確率 0.56 である。表と裏で重さが異なるから、表が出やすいと結論付けた。(このことを批判的に分析しなさい。)

② 割合

「第 2 章 個人のファイナンスのための数学」の 2 節が「百分率」である。5 ページの小節で、身近で使われている百分率を探し、ポスターを作るというグループワーク、7 つの例と 13 の練習問題から構成されている。扱われている例は、「£ 84 の 67% 引きは?」、「15% 値上がりし £ 79 になった。もとの価格は?」(1 次方程式を用いて解説) といった平易なものである。練習問題には工夫が見られる。

例 8) 右のコーヒーのうち、カフェインの割合が最も高いのはどれか。

Type	Volume (fluid ounces)	Caffeine (mg)
Frappuccino	9.5	90
Iced	11	115
Decaf	16	25
Mocha	50.7	539
Double shot	6.5	125
Americano	16	225
Cappuccino	16	150
Ready brew	8	135

例 9) 2015 年 9 月に銀行基準金利は 0.5% だった。これは 2009 年 3 月から続いており、300 年間でもっとも低い率である。

図 4-6-10

- a. 金利が下がると誰が得をするのだろうか.借金やローンのある人か, 貯蓄のある人か。
- b. もし, あなたが £300 の貯蓄があった場合の金利の影響を計算結果とともに説明しなさい。また, £2000 の借金の場合も同様に説明しなさい。

Date	10/4/08	8/10/08	6/11/08	4/12/08	8/1/09	5/2/09	5/3/09
Rate	5%	4.5%	3%	2%	1.5%	1%	0.5%

図 4-6-11

③ STEAM

教科書には STEM に関する言及はないが, Core Maths 自体が STEM 教育を促進するものと位置づけられている。「第3章 見積もり」の「第1節 モデル化過程」で工学的なアプローチをしている他, 多くはないが練習問題等で理科に関わる事象が取り上げられている。

④ プログラミング

扱われていない。

(5) 示唆

①「方法知」の獲得を目標とする教科書の構成

「正規分布」「相関と回帰」のように数学の内容が付された章においても, ~を見いだす方法, ~を利用する方法のように「方法知」の獲得を目標に据えている。生徒がこの教科書によってはじめて学習する内容に関しては, 現実的な問題場面の考察の後に提示される。その解説はきわめて簡潔なものである。内容の理解を深めることを意図した問いは, 「練習」の中に埋め込まれている。数学的な理解と方法知の獲得を並行させるという点で, 日本の中・高等学校数学科の教科書にとって参考になる。

② 教室における学習材としての教科書

日本の教科書は自学にも対応することが要請される。そのため, 内容が高度になるにつれ, 数学的事実の記載の割合が増えていく傾向がある。それに対して, 本教科書は, 「議論」や「練習」に委ねている部分が多い。すなわち, 教室で議論がなされたという想定のもと, あるいは解答に当たる記述がないまま, 先へ進んでいる。それぞれにメリット, デメリットがあるが, 教科書が教室での学習の在り方を規定するとすると, 高等学校数学科における主体的・対話的な学びの実現という点で示唆的である。

(西村圭一)

4.6 の引用

Helen Ball. & Peter Ransom , (2016) ,AQA Level3 Certificate Mathematical Studies, Harper Collins

5. これからの算数数学教科書に関する展望

分析対象とした国のうち、フィンランド、ニュージーランド、イギリス、アメリカの教科書執筆者や研究者に、新型コロナウイルス感染症の世界的なパンデミックの影響をふまえ、それぞれの国における、これからの算数数学教科書に関する展望を執筆いただいた。

5.1 2020年代のフィンランドにおける基礎教育の算数教科書

Tampere 大学の Jorma Joutsenlahti 氏に、フィンランドの算数教科書の動向について寄稿いただいた。Joutsenlahti 氏は、同大の教育文化学部にお勤めの算数数学教育研究者である。以下には、フィンランド語（スオミ語）を日本語に翻訳したものを掲載する。

2020年代のフィンランドにおける基礎教育の算数教科書

Jorma Joutsenlahti

フィンランドの基礎教育における新国家カリキュラムは 2014 年からである。新国家カリキュラムでは、数学教育の目標や教科書の内容に関する指導内容などを定めた。それらの中心となる内容は、従来の算術、幾何学、統計、確率、代数学である。新しく導入された単元は、数学以外でも扱われるアルゴリズム思考とプログラミングである。新国家カリキュラムでは、変数の概念に親しむことや基礎的な一次方程式の考察など、代数的思考をより低い学年へ移した。ここでは、基礎教育である 1 年生から 6 年生までのフィンランドの算数教科書の様々な観点について述べる。

多くの出版社が、1 年生から 6 年生までの算数教科書および教科書に関する電子教材を出版している。国家教育委員会は、教科書の内容や国家カリキュラムの内容をどのように扱っているかについて検閲をすることはなく、教科書の選定や使用、国家カリキュラムの実現は教員と学校が責任を持つ。このことは、教科書開発において、副教材の特に汎用性と多面性を注視することに繋がっている。副教材には、教師用指導書、既成のテスト素材、習熟度別問題やゲームなどの電子教材が含まれる。小学校の教科書は、依然としてこれまで通りの紙本だが、中学校および特に高校では、明らかに電子教科書へ移行しつつある。教科書の内容の構成も、大体これまで通りである。新しい概念や計算方法は、手短かに定義ごとに説明され、いくつかの例題が掲載されている。それ以降は、教科書の大部分のページは練習問題で占められている。はじめに計算技能を練習し、その後、応用の文章問題を解く。教科書の巻末には、宿題問題とレベル別問題がある。教科書は、豊富でカラフルなイラストが添えられている。ほとんどの教科書シリーズには、オリジナルの人または動物のキャラクターが描かれている。

数学の概念およびアルゴリズムを指導する教育的アプローチについては、各学年の算数教科書シリーズにおける教師用指導書で説明されている。教師用指導書では、生徒の教科書のページ番号に加えて、学習項目理解のために様々な活用できる活動素材、ゲーム、遊びなどが紹介されている。教科書シリーズでは、学習内容を生徒にとって意義あるものにするために、生徒が多様な言葉で思考することを支援するような生徒中心の学習方法に重点を置いている。教科書シリーズの 1 つは、Varga-Nemenyi 教授法¹⁾にもとづく「ハンガリー数学」と呼ばれる教育方法で体系的に進めている。他の教科書シリーズは、教師用指導書において多様な教育的アプローチを利用している。クラスや指導する内容に対して、最も適した指導方法を教師自身が選択できることが背景にある。

多くの算数教科書では、数学の言語化 (*language*) に注視している。言語化とは、数学の思考表現を口語や文語などの言語で表現することを意味する。言語としては、数学教育にある数学の記号言語、自然言語 (母国語)、パターン言語、感覚的身体言語が考えられる。教科書での練習問題は、従来通りの数学の記号言語で表される易しい問題、および生徒に馴染みのある文章で表現された自然言語の短文問題が主である。後者で述べた自然言語の短文問題は、読解力が弱い生徒が数学の読解力を向上させる妨げにならないように、単語量を少なくし、使用する言語も簡易に表現されたものである。数学において、パターン言語や感覚的身体言語を利用するような教科書の割合は少ない。このような問題は副教材である程度見られるが、それでもそれらの割合は、様々な問題のタイプにおいて少ない。

数学的熟達 (*mathematical proficiency*, Killpatrick et. al. 2001) の観点から、前国家カリキュラム (2004) の算数教科書の問題を確認すると、いくつかの特徴が見えてくる。多くの機械的な問題は、手続き的流暢性 (*procedural fluency*) を、文章問題は、適応推論 (*adaptive reasoning*) を強化する。その一方で、練習問題を通じた概念的理解 (*conceptual understanding*) や方略的能力 (*strategic competence*) の上達は、明らかに劣る。このような傾向は、新しい教科書でも概ね当てはまるが、言語化や活動に重点を置く教師用指導書をふまえると、これらの特徴が教室の学習活動で強化される可能性がある。課題解決問題は、これまで通り基礎問題後に習熟度別に分けられた問題として多数ある。就学前および初等教育では、生徒が算数学習においてできる限り好意的な経験ができるよう、また、数学的な見方 (*view of mathematics*) を強化できるように、教材に関して特に注意を払っている。

教科書間では、従来の記号や概念の定義に関して違いがある。記号の違いは、引き算や掛け算の筆算のアルゴリズムなどで見られる。例えば、引き算において、ゼロの上に上の位から借りてきた引用符を書いたり、書かなかったりする。異なる記号が似ている記号と異なる説明を意味したりする。これらは、教師の指導を煩雑にさせたり、転校によって教科書シリーズが変わることで生徒の学習理解を困難にさせたりする。このような違いは、将来的になくし、教科書制作者間で統一の記号を使用するように話し合うべきである。多くの教科書出版社は、数学の学習困難があると診断された生徒を対象とした小学校の教科書シリーズも制作している。これらの教科書では、基本的事項を習得することに集中し、問題は手続き的流暢性を支援している。

フィンランドの1年生から6年生の各学年の教科書は、従来通り教師の観点から信頼できる教材として中心的役割を担っている。教科書の使用が、授業の時間配分を組み立て、学習活動を促す。このため、教科書の開発作業は、児童生徒が理解可能な学習方法に向けて、数学の教育を改革する際に中心的役割を果たす。副教材のゲームやその他興味をそそる電子教材は、明らかにここ10年間の基礎教育の数学学習において、従来の紙本と共に豊富になりつつある。将来的には、才能のある生徒用、または逆に支援が必要な生徒用の教材が以前よりも必要性が増し、電子教材の割合が増え、多様になると考える。

注：

- 1) Varga-Nemenyi 教授法とは、ハンガリーの研究者 Varga が提唱し Neményi が継承した教授法であり、子どもとその考え方を尊重した数学の指導法である。フィンランドには、2000年初頭に、主に1年生～4年生を対象として数学の授業で導入された。(Päivi Perkkilä 氏より)

参考文献

Joutsenlahti & Tossavainen (2018) : Matemaattisen ajattelun kielentäminen koulussa ja siihen ohjaaminen. Teoksessa Joutsenlahti, Silfverberg & Räsänen (toim.) *Matematiikan opetus ja*

oppiminen. Porvoo: Niilo Mäki Instituutti, 410-430.

Kilpatrick, Jeremy, Swafford, Jane and Bradford Findell(2001) *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Research Council. Washington,DC, USA National Academy Press.

Perkkilä, Joutsenlahti & Sarenius(2018) :Peruskoulun matematiikan oppikirjat osana oppikirjatutkimusta. Teoksessa Joutsenlahti, Silfverberg & Räsänen (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen. Porvoo: Niilo Mäki Instituutti, 344-364.*

5.2 Mathematics Textbooks - An Overview and Future Directions

ニュージーランドで長らく算数数学教科書の執筆・編集に携わっている David Barton 氏に、ニュージーランドの算数数学教科書の現状と展望について寄稿いただいた（後に日本語訳も掲載）。David 氏は、本研究で分析したニュージーランドの教科書の編著者である。また、氏はニュージーランド最大の中等学校であるランギトトカレッジの数学科の副課長を務めていたことがある。

Mathematics Textbooks - An Overview and Future Directions

David Barton

The aim when writing a mathematics textbook is that when published it should be comprehensive, mathematically correct and authoritative, pitched at the right educational level, and importantly, a joy to use.

The curriculum

I believe a textbook should reflect the curriculum (the content of what is to be learned) rather than be driven by assessment. The danger of building a text around assessment is that it becomes too narrow, and overly influenced by the most recent external examinations. Instead there are other publications that help with assessment: revision guides, workbooks and so on.

The author needs to research the curriculum material thoroughly, and make sure the contents of the book are a good fit to schools' teaching programs. Close attention should be paid to developments and innovation that emerge through professional development opportunities. The author should be aware of trends in the subject, as espoused by curriculum leaders. Most textbooks, particular new editions of existing texts, are commissioned as a result of changes in the curriculum, so the manuscript needs to address these.

Structure

When planning a textbook an early decision has to be made about how it is organised. In New Zealand we have a curriculum with several strands: Number, Algebra, Geometry, Measurement and

Statistics and Probability. Arranging the book by strands isn't necessarily a teaching order – educators may choose their own – but it helps identify material, keeps related content together, and assists navigation through the book. Within a strand you need to identify prerequisite topics, so that if B depends on knowing A first, then A comes before B in the book.

The arrangement of topics in the book needs to be consistent throughout. Not every chapter will have the same number of pages, but they should be comparable. Most authors tend to be either a "Clumper" or a "Splitter". A clumper takes related material and combines it, ending up with a limited number of fairly large chapters; whereas a splitter keeps chapters fairly short, and there are more of them.

Design

Colour should be used in a purposeful and functional way - making it easy to identify design elements, with an interesting magazine style layout rather than full pages of text only. Using colour constructively helps users navigate the book. It helps to use coloured chapter tabs using the chapter numbers to match answer locations with question locations.

Interest factors are important - these can include puzzles and investigations that are scaffolded, or open-ended. A magazine-style layout works well, being visually appealing and avoids page after page of dense text. Photos add to the overall appearance.

Icons add for interest too – making it possible to add side observations or advice to students. They can indicate where there is extra material.

Content

Within the text these elements are critical:

- Worked examples, set out clearly and that provide guidance for the exercise that follows
- Graded questions in exercises, so that students progress from straightforward to challenging
- Answers, to every question. To control the extent the answers can be brief, and this provides an opportunity for a Teacher Guide (a separate publication) that has full worked answers.

Writing

The author should always be mindful of the target audience – their age, interests and where they live. Questions and examples should be in a real-life context if possible, relating to the country in which it is published. Questions should be realistic, using up-to-date prices and referring to current

technology and products – in a few years' time a question about petrol prices could well be out of date and need to be reworded to cover charging a vehicle electrically. In the same way, questions about DVDs for example are no longer relevant.

At the same time the text needs to avoid gender stereotypes. If possible, use a variety of male/female first names and pronouns, and in a multicultural country, provide a good spread of name examples.

Be careful about embracing technology too closely. A text isn't a software manual that provides a recipe of instructions for pushing keys in sequence. Some technology dates quickly, causing a text to be dated too. Use technology to produce the book, but the text has to be about maths, not about technology.

Watch the extent as you write; no-one will thank you if the book is 100 pages longer than it should be.

It is critical for students, and teachers, to have confidence in the accuracy of the book. This can be achieved by having an expert work through every exercise, produce solutions and check these independently against the answers prepared by the author without being influenced by these first.

The author should be closely involved in the production process, and use an equation editor, such as Mathtype. The manuscript should present equations as they are to appear in the text - for example instead of $1/2$, put $\frac{1}{2}$ where required. The publisher should engage a specialist typesetter who is expert in working with equations.

Keeping on top of detailed decisions and mathematical conventions is important. Insist on correctness, such as presenting variables such as x in italics. Specify styles in advance, using the correct mathematical symbols. A good example is the 'negative' symbol, used for integers. This is not the same as a subtraction symbol. Over the years I have seen all of the following, including hyphens:

(-3) , (-3) , -3 , -3 , and $\bar{3}$.

I prefer a raised en dash, the final one in the options above.

In general, decide on a style convention and then stick to it consistently.

Future directions

The world has already gone digital, but there is still a place for the physical (printed) book. Assessment is likely to continue to be written, and so presenting students with a sequence of

true/false choices, or multichoice, or typing in a short answer doesn't prepare them well for presenting their answers. Students need to be able to write down a chain of reasoning.

My books have electronic versions, optimised for classroom display on white-boards. They can also be opened by individual users. Hyperlinks are very useful – for example going directly to another page, or opening a spreadsheet or app (animation) that is referred to in the text.

The great advantage of textbooks will continue – providing a resource or toolbox of explanations, exercises and coverage of the curriculum using interesting material all in one place. The classroom teacher can't reproduce that.

（日本語訳）

数学の教科書の執筆に当たって目指すべきは、出版されたとき、その教科書が包括的で学的に正確かつ信頼でき、適切な教育レベル向けであることに加え、重要な点として、使って楽しいもの、ということがあげられる。

カリキュラム

教科書は、評価に重きを置くのではなく、カリキュラム（学ぶべき内容）を反映したものとすべきであると考えている。評価を中心とした教科書を構成すると、内容が狭くなり過ぎたり、直近の外部の試験の影響を過剰に受けたりする危険性がある。教科書でなくとも、評価試験に役立つ出版物は、参考書 (revision guide) やワークブック・問題集など他にもある。

執筆者は、カリキュラムの教材を徹底的に研究し、教科書の内容が学校の教育プログラムに適しているかどうかを確かめる必要がある。また、専門能力開発の機会を通じて生じる変化やイノベーションに、細心の注意を払うべきである。さらに、執筆者は、カリキュラム・リーダーが取り入れている動向や潮流を把握しておくべきである。多くの教科書、特に既存の教科書の新版は、カリキュラムの変更に伴って執筆が依頼されるため、その変更をふまえた原稿を作成する必要がある。

構成

教科書の計画時には、その構成を早期に決定する必要がある。ニュージーランドのカリキュラムは、数 (Number)、代数 (Algebra)、幾何 (Geometry)、測定 (Measurement)、統計・確率 (Statistics and Probability) という、いくつかの学習区分 (strand) からなる。教科書の学習区分の並び順は必ずしも教える順序とは一致せず、順序は教師が自由に選択できるが、教材を探したり、関連する内容をまとめたり、教科書を使いやすくするうえでは役立つ。ひとつの学習区分の中では、その後の学習に必要なトピックを特定しておく必要がある。つまり、B を学ぶためにその前に A を知っていなければならないのであれば、教科書では、A より後に B がくるようにする。

また、教科書内のトピックの配置は、全体を通して一貫性を保つ必要がある。また、全章が同じページ数にはならないにしても、ある程度同じくらいのページ数にしなければならない

い。執筆者の大半は「集約派」か「分割派」のいずれかであることが多い。集約派は、関連する題材を組み合わせるため、ひとつの章のページ数はかなり多くなるが、章の数は少なくなる。それに対し分割派は、各章のページ数はかなり少ないが、かわりに章の数が多くなる。

デザイン

色は目的に応じて機能的に使用してデザイン要素が簡単に特定できるようにし、文章ばかりのページだけではなく、興味を引く雑誌スタイルのレイアウトの方が望ましい。色を構造的に用いれば、読者にとって教科書が使いやすくなる。また、章ごとに色付きのチャプタータブ（chapter tab）を用いれば、問題の位置と解答の位置とを対応させるうえで役立つ。

関心を引くための要素が重要である。例えば、足場付きの、あるいは、自由解答形式のパズルや探究課題などが挙げられるだろう。また、雑誌スタイルのレイアウトは、見た目に魅力的で、難解な文章が何ページにもわたって続くのを避けるという意味で効果的である。写真を用いると全体の見た目が良くなる。

アイコンもまた、関心を高めるために役立ち、側面的な考察や生徒へのアドバイスなどを付け加える際に便利である。追加的な題材のある場所を示すことができる。

内容

文章の中では、以下のような要素が極めて重要である。

- 例題・範例：明確に記述して、その後の演習の指針となるように提示する。
- レベル分けがしてある演習問題：生徒が簡単な問題から難しい問題へと進むことができる。
- 解答：すべての質問に付す。紙数を抑えるために簡潔な解答としても良い。その場合は、完全かつ詳細な解答を記した（別冊の）教師用ガイド（Teacher Guide）の出番となる。

執筆

執筆者は、常にターゲットとする読者（年齢、関心、居住地）に留意すべきである。問題や実例は、可能であれば、教科書が発行される国における実生活の文脈に則した内容とすべきである。また、問題が現実離れしてしまわないように、最近の価格を用いたり、現行の技術や製品に言及したりするなどの工夫が必要となる。例えば、石油価格に関する問題なら、おそらく数年のうちに価格が時代遅れとなるだろうし、自動車を充電するといった新習慣を取り入れた問題へと書き直す必要が生じるかもしれない。同様に、DVD などに関する問題も、もはや今の生徒にはピンとこないだろう。

同時に、ジェンダーに関するステレオタイプを含む文章は避ける必要がある。可能であれば、多様な男女のファーストネームや代名詞を用いるとともに、多文化の国の場合は、偏りなく幅広い文化にわたる人名を使う。

あまり詳しくテクノロジーに言及するのも注意が必要である。教科書は、キーを順番に押す操作を示すようなソフトウェアの説明書ではない。テクノロジーの中にはすぐに廃れてしまうものもあるため、具体的にテクノロジーに言及した文章もまた時代遅れになってしまうことがある。教科書を作るのにテクノロジーを用いるのは良いが、その中身はあくまでも数学に関するものであり、テクノロジーに関するものではない。

執筆しながら分量には注意する。本来あるべき分量よりも 100 ページも長い教科書を望む人はいないだろう。

生徒や教師にとって、教科書の正確さに信頼を置けることが不可欠である。そのためには、すべての演習問題を専門家にやってもらい、解答を出してもらってから、執筆者が作成した解答と照らし合わせると良い。なおその際には、執筆者が作った解答に影響を受けることがないように事前に見せないようにする。

執筆者は製作の過程にも緊密に関わるとともに、**Mathtype** などの数式エディターを用いるべきである。原稿では、数式を、教科書として印刷される通りに表示すべきである。例えば、 $\frac{1}{2}$ のかわりに、必要に応じて、 $\frac{1}{2}$ と記す。また、出版社は数式に関する作業に熟達した専門の植字工を雇うべきである。

（製作段階においても）細かな決定や数学的表現法の選択について逐一把握しておくことが重要である。例えば、 x などの変数をイタリック体（斜体）で表記するなど、正確さにこだわる必要がある。また、スタイルを事前に指定し、正確な数学記号を用いる。分かりやすい例として、整数値に用いる「マイナス」記号（負符号）があげられる。「マイナス」記号は減算記号とは同じではない。長年の間に、ハイフンも含め、以下のような様々な表記を目にしたことがある。

(-3) , (-3) , -3 , -3 , $\neg 3$.

ちなみに、筆者は上記リストの最後の上付きのエンダッシュを好んで使用している。全般的に、一つの表現法のスタイルを選び、一貫してそれを守ることが大切である。

将来の方向性

世界は既にデジタルへと移行しているが、現在でも、物理的な（印刷された）書籍にも独自の用途がある。評価試験は、今後も記述式である可能性が高い。従って、 $\bigcirc$ ×式や選択式の問題、あるいは、短い解答を入力する問題ばかりを生徒にやらせても、自分で解答を提示するための準備として十分ではない。生徒は、一連の論理的思考を紙に書き記すことができるようにならなければならない。

筆者の教科書には電子版もあり、教室のホワイトボードで表示できるように最適化されている。個々のユーザーが開いて読むこともできる。ハイパーリンクは非常に便利である。例えば、別のページに直接移動したり、文章中に言及されているスプレッドシートやアプリ（アニメーション）を開いたりできる。

教科書の持つ大きなメリットは今後ともなくならないだろう。教科書は、面白い題材を使った説明や演習、カリキュラム全体を網羅したリソースやツールボックスを 1 カ所にまとめて提供してくれるものであり、授業を行う教師にはそれを再現することはできないからである。

5.3 The Systems and Trends of Mathematics Textbooks for Primary Level in the United States

シカゴにある DePaul 大学の高橋昭彦氏に、アメリカにおける算数教科書に関する制度と

動向について寄稿いただいた。高橋氏は日本で小学校教諭を務めた後、渡米し、授業研究の研究者として世界的に活躍されている。

The Systems and Trends of Mathematics Textbooks for Primary Level in the United States

Akihiko Takahashi

The United States does not have a national academic curriculum like the ones in Japan. It is based on the idea that education should be considered amongst each region and should not be intervened by the State. Therefore, there is no national standard or certification system for the teaching content and materials of mathematics.

However, in an attempt to change the current situation in the United States, where students' academic level in mathematics is struggling to increase international wise, the Common Core State Standards (CCSS), proposed a common curriculum for mathematics on June 2, 2010. Various efforts have been made to improve the quality of mathematics education. Of course, this common curriculum proposed by the CCSS is not legally binding, but 46 states and regions initially adopted it. Textbooks that follow the proposed curriculum have been published one after the other.

In this paper, I will focus on the following four points regarding the trends of math textbooks in the United States after the new common curriculum proposal by the CCSS. I will be mainly looking at public schools in Chicago and San Francisco.

- a) An NPO that evaluates the textbook, EdReports <<https://www.edreports.org/>>, proposed and operated as an alternative to the official national textbook standard.
- b) Free textbook sites attracting attention as an alternative to traditional textbooks published by publishers.
- c) Online teaching tools, such as SeeSaw and Nearpod, allow users to create teaching materials and teaching materials that are published on these platforms.
- d) Online site that supports individual learning for supplementary lessons, homework, etc.

EdReports

Proposed by the National Governors Association Center for Best Practices (NGA Center) and the Council of Chief State School Officers (CCSSO), the CCSS suggested grade-by-grade contents of mathematics that the students to learn and the list of mathematical practices that the students developed through K-12. Like the Japanese curriculum guidelines, the CCSS provides only the lists of the contents and practice. The states, districts, and schools have to make many decisions, e.g., the amount of time spent on each topic and the order of the contents to be taught in each grade to implement the CCSS. In addition to what has been said, the proposed curriculum was not officially

published, which meant each state education committee and school board had to develop specific teaching plans and materials based on CCSS. Before CCSS was proposed, each publisher and authors decided on the contents in most textbooks because there was no unified curriculum in the United States. It is not always possible to say that the contents of these textbooks covered all the needed areas like the Japanese official textbooks. Based on this situation, immediately after CCSS was proposed, EdReport <https://www.edreports.org/> was created. EdReports is an organization that determines whether textbooks are in line with CCSS proposals from a neutral standpoint. It was a milestone for the United States, and this institution should determine whether the textbooks published by publishers are in line with CCSS content and publish them on its homepage. This third-party organization claims to make a neutral decision based on a grant from a leading American foundation (such as the Bill gates Foundation). Although some researchers and educators do not agree with how they assess these textbooks, the educational board of each State that has adopted CCSS seem to refer to the results of EdReports when deciding on textbooks. However, recently, states adopting their own standards different from CCSS have been increasing. Once again, the idea of allowing students to have equal opportunities to learn under the same national academic curriculum is beginning to fade.

Free textbook site

While there have been different movements in developing CCSS-compliant textbook materials, new movements aiming to achieve equal opportunity in education have begun to attract attention. The pioneers in that area were the teaching plan prepared by the New York State Department of Education. They created a set of textbooks, teacher's instruction books, and children's worksheets named EngageNY. This site <<https://www.engageny.org>> has all CCSS compliant Mathematics and English materials for all grades free of charge. The curriculum was initially created for public schools in New York, but it is used in many schools across the United States because it is free of charge. In addition, teaching materials based on this curriculum (printed and bound textbooks for children, etc.) are sold by publishers to schools as Eureka Math <<https://greatminds.org/eurekamath>>. Following this trend, Illustrative Mathematics <<https://illustrativemathematics.org/about-im/>>, which was developed by Bill McCallum, the primary author of the CCSS, and his team, has made Junior High School (6-8th grade) and High School (9-12th grade) textbooks, available online for free. And elementary school (K-5th grade) textbooks were released free of charge in 2021. This publisher, Illustrative Mathematics, was an NPO corporation in 2013. It is registered as a company and operates with grants from leading American foundations such as the Bill Gates Foundation. Traditional thick, high-priced American textbooks are still being published, but the appearance of these high-quality textbooks and teacher's resource guides provided free of charge have affected the American textbook community.

Online teaching material creation tool

The COVID-19 pandemic has attracted attention to tools used for creating online teaching materials

such as SeeSaw <<https://web.seesaw.me>> and Nearpod <<https://nearpod.com>>. These online tools have been developed before the pandemic based on commonly used presentation tools such as PowerPoint and Google Slides. In addition to their original functions to present resources and tasks, they add capabilities in distributing worksheets to each child through their gadgets and comment and react to them. These tools have allowed teachers to share students' responses to the class by projecting them on screen. Therefore, with a bit of ingenuity from teachers, the teaching materials developed with these tools allow teachers and students to interact in online classes rather than the teacher talking unilaterally and enable teachers to look at each child closely. In addition, these teaching material creation tools also have a library function that allows teachers to publish their own teaching materials to share with one another. These libraries include teaching materials for every subject and grade created by both teachers and professionals. Some companies provide their textbooks for a fee through this library. Since many American teachers freely decide on their teaching material, these platforms have become very popular. Many school districts have provided all their teachers with an account for these libraries.

Online sites that support individual learning

Along with textbook materials, many schools use online materials that support individual learning for children. For example, STMath <<https://www.stmath.com/elementaryschool>>, a website where students can learn through games and puzzles, became popular with both teachers and children. Unlike traditional paper-based worksheets, scoring and feedback systems are computerized. Because the scoring process is done automatically and we can see the learning situation, teachers can focus on dealing with students that need individual support. It also has a function to select tasks according to the students' reactions, so you can go back and review what you have already learned if necessary. These are websites available to schools for a fee, but they are popular because they enable more efficient individualized support than before.

Future tasks

As mentioned above, in the last 20 years, math education in the United States has evolved from paper-based to computer-based. The shift allowed us to use various platforms such as Google Classroom. Recently, companies like Microsoft and Apple have started to provide platforms that enable students to study individually or collaborate in group work at school. Online teaching material creation tools such as GeoGebra and SMART Board are also evolving by adding functions to support online learning. Given this situation, more teaching materials are expected to be provided online, free of charge in the United States. With the given situation, the demand for tablets and PCs among schools will accelerate rapidly in the future. The improvement of the handwriting input function is expected, which will be beneficial for Japanese students since not many Japanese students are fond of typing. With this improvement, students' notes can also be saved as digital files, enabling a more efficient evaluation of the learning situation.

On the other hand, since so many teaching materials are available to everyone free of charge, it is crucial to think about who decides when and what kind of teaching materials are necessary for each situation. In the past, textbook editors made suggestions based on the average academic levels of the students, and teachers taught their classes based on that. But now that children's learning evaluations are easily carried out with the support of online systems, it is up to each teacher to decide how to select from a wide variety of teaching materials and present them at the right time. It will be critical to provide more professional development opportunities for teachers on lesson planning that maximize the students learning opportunities by employing a variety of choices in materials to support their learning.

（日本語訳）

アメリカには、日本の学習指導要領のような国家として定めた共通の教育課程は存在しない。それは、教育は基本的に地域のものであるという考えにもとづいたものであり、国家が介入すべきではないというのが基本的な立場である。したがって、算数の指導内容や教材についても、国家としての基準や検定制度なども存在しない。

しかしながら、国際的にみて算数数学の学力が低迷しているアメリカの現状を打破しようと、2010年6月2日に数学の共通カリキュラム Common Core State Standards (CCSS) が提案され、多くの教育の現場で、算数教育の質の向上に向けたさまざまな取り組みが行われてきた。もちろんこの共通スタンダードには、法的な規制などはないが、当初は46の州と地域によって採用され、この基準に準拠したとされる教科書も順次作成されるようになった。

本稿では、CCSS が提案された後の、アメリカにおける算数教科書の動向について、筆者の知る範囲ではあるが、シカゴやサンフランシスコの公立学校などでの事例を中心に、以下の4点に焦点をあててレポートする。

- a) 教科書検定に代わるものとして提案、運用されている EdReports
(<https://www.edreports.org/>) という教科書を評価する NPO
- b) 従来の出版社発行の教科書に代わるものとして注目されている、無料で利用できる教科書サイト
- c) Seesaw, Nearpod といったオンライン教材作成ツールと、そこに公開されている教材群
- d) 補習・宿題等のための、個別学習をサポートするオンラインサイト

EdReport

National Governors Association Center for Best Practices (NGA Center) および Council of Chief State School Officers (CCSSO) など各州の代表によって提案された CCSS は、日本の学習指導要領のように、各学年ごとの指導内容および児童に身に付けさせたい数学的な見方や考え方を列挙した文書である。したがって、各学年にそれぞれ列挙されている内容をどのような順序にどの程度の時間をかけて指導するかといった事柄については触れておらず、カリキュラムの具現化は各州に委ねられている。その上、日本の学習指導要領解説に当たるような文書が正式に公表されているわけではないので、CCSS の具現化に当たって、各教育

委員会や学校では、独自に指導計画とそれにもとづく教材の作成をしなければなかった。CCSS 以前のアメリカでは、統一された教育課程が存在しなかったため、市販の教科書教材の多くは出版社や著者の考えにもとづく独自の基準で内容が決められることが多かった。また、州ごとに異なる教育課程の基準に準拠しているとはいっても、各々の教科書には州の基準に含まれない内容が入っていたりするなど、日本の検定教科書のように学習指導要領の内容を過不足なく網羅しているとは必ずしも言い切れるものではなかった。

このような状況をふまえ、CCSS が提案された直後、中立な立場で教科書が CCSS の提案する内容に即しているかを判断する機関として、EdReport (<https://www.edreports.org/>) という機関が設立された。これは、アメリカにとっては画期的な出来事であり、この機関は出版社が発行する教科書がどの程度 CCSS の内容に即しているかを判断し、ホームページ上で公開することとなった。この第三者機関は、アメリカの有力な財団（例えばビルゲイツ財団など）からの助成金をもとに、中立な判断を行うことを謳っているが、その判断基準や判断結果には必ずしも多くが賛同するものとは言えないものもあるようである。

いずれにしろ、CCSS を採択している各州の教育委員会などは、EdReopor の結果を教科書採択などの参考にしているようだが、昨今、CCSS とは一線を画す独自の基準を採択する州や、教育委員会が増えはじめ、再びアメリカの教科書を取り巻く環境は、共通の教育課程のもと、誰もが等しい教育の機会を得られるようにするという考えは、薄れつつある。

無料で利用できる教科書サイト

CCSS に準拠した教科書教材の開発の動きのなかで、教育の機会均等を目指した新たな動きが見られるようになった。その先駆けとなったのはニューヨーク州の教育局が作成した指導計画、教科書、教師用指導書、児童用ワークシートのセット EngageNY（エンゲイジ・ニューヨーク）である。このサイト <https://www.engageny.org> には、CCSS に準拠した算数・数学および英語のすべての学年のすべての授業を行うための資料が無償で公開されている。もともと、ニューヨーク州の公立学校のために作成されたものであるが、無償であることなどから、全米の多くの学校で使われている。また、このカリキュラムをもとにした教材（印刷製本された児童用教科書等）は、出版社から Eureka Math (<https://greatminds.org/eurekamath>) として学校向けに販売されている。

これに追従する形で、CCSS の主要な執筆者の一人である Bill McCallum が中心となって開発した Illustrative Mathematics (<https://illustrativemathematics.org/about-im/>) は、まず中学校（6-8）、高等学校（9-12）の教科書等無償で公開し、2021 年には小学校（K-5）を無償で公開している。この出版元である Illustrative Mathematics は、2013 年に NPO 法人として登録され、ビルゲイツ財団をはじめとするアメリカの有力財団の補助金を得て事業を行っている。

従来、営利企業である出版社が各州の要望を取り入れ、高い値段で販売していたアメリカの分厚い教科書も従来通り出版されているが、上記のような無償で提供される質の高い教科書並びに指導書等によって、アメリカの教科書を取り巻く環境は明らかに変わりつつあるようだ。

オンライン教材作成ツール

COVID-19 パンデミックによって注目されるようになったのが、SeeSaw (<https://web.seesaw.me>)、Nearpod (<https://nearpod.com>) などに代表されるオンライン教材を作成するツールである。これらの教材作成ツールは、パンデミック以前から存在し、PowerPoint や Google Slides のようなマルチメディアのプレゼンテーション機能に加え、児童の端末にワークシートを提供したり、配布したワークシートに児童が記入した反応に教師がコメントを加えたりするなどの機能が備わっている。このような教材作成ツールは、教室での対面授業で紙媒体を介することなく、児童の反応をスクリーンに映しながら授業を進めたりすることを可能にした。したがって、教師が一工夫することによって、これらのツールで開発した教材は、オンラインの授業でも、教師が一方的に問題を提示するだけでなく、一人一人の児童の反応をつぶさに見とりながら双方向の授業を行うことを可能にした。

さらに、これらの教材作成ツールでは、教師が作成した自作教材を互いに公開するライブラリー機能も備えている。これらのライブラリーには、教師たちが自作した教材から、プロが作成したものまで全学年全教科の揃っており、アカウントをもつものは、自由に使えるようになっている。また、教科書会社が、このライブラリーを介して自社の教材を有料で提供しているものもある。もともと、州や学校区の定める指導計画にとらわれず、自分の判断にもとづいて指導を行う傾向にあるアメリカの教員にとっては、このようなサイトは人気があるようで、学校区としてこのようなサイトに全教員のアカウントを提供しているところも少なくない。

個別学習をサポートするオンラインサイト

教科書教材と並行して多くの学校が採用しているのが、児童の個別学習をサポートするオンライン教材である。例えば STMath (<https://www.stmath.com/elementaryschool>) のように、児童一人一人が個別のアカウントを持ち、ゲームやパズルを通して学習内容の習熟や既習事項の復習をしたりするサイトは、教師にも子供にも人気がある。従来のワークシートと異なり、採点やフィードバックはシステムが自動的に行うため、教師はシステムが提供する各自の学習状況をもとに、教師の個別サポートが必要な児童の対応に専念できる。また、児童の反応によってシステムが次に提供する課題を自動的に選択する機能も備わっており、必要に応じて既習事項に戻って復習できる。

これらは、学校単位で採択する有料サイトであるが、従来のように計算ドリルのような副教材を購入するよりは、より効率的に個に応じた支援が可能になると人気が高い。

今後の課題

以上のように、アメリカではここ 20 年近くの間、従来紙媒体のみに頼っていた算数指導から、タブレットやコンピュータなどを積極的に活用するようになった。これに伴って、Google Classroom などのプラットフォームが広く使えるようになった。最近では、Microsoft や Apple など学校現場で、児童一人一人が個別に学習したり、グループで協働したりできるようなプラットフォームを提供している。さらに従来から使われている GeoGebra, SMART Board といったオンライン教材作成ツールなども遠隔学習を支援する機能を追加するなど進化を続けている。このような状況を考えると、今後、アメリカの教育現場では、さらに多くの教材がオンラインで無償で提供される様になり、タブレットや P C が教室の必需品と

いう現状は一層加速することが予想される。さらに、手書き入力機能の向上は、児童の手書きを自動的認識することを可能にするため、日本人にとって抵抗のあるキーボードの使用は必要と無くなる可能性もあり得る。その結果、児童のノートもデジタルファイルとして保存でき、教師との共有を通して学習の状況を把握する評価をより効率的にすることを可能にする。

一方、豊富な教材が誰にでも無償で手に入るようになった場合に重要となるのは、どの教材をどのような順序で児童に提供することが彼らの学習を充実させることにつながるかの判断を誰がどのように行うかである。従来は、教科書の編集者が、平均的な児童の実態を土台に提案し、現場では教師はそれにもとづいて授業をしていた。しかし、個々の児童の学習評価がオンラインのシステムの支援により容易に行われることで、多種多様な教材をどのように選び、適切なタイミングで提示するかは教師一人一人の判断に任されることが多くなる。選択肢が増えることの利点を最大限に活かすためには、今後、ますます、指導計画や教材の系統に関する専門的な知識を持った教師の育成が求められる。

5.4 American Middle and High School Mathematics Textbooks: Current Situation and Prospects

Kennesaw 州立大学の Tad 渡辺氏に、アメリカにおける中学校、高等学校における数学教科の現状と展望について寄稿いただいた。Tad 渡辺氏も、高橋昭彦氏と同様、授業研究の研究者として世界的に活躍されている。

American Middle and High School Mathematics Textbooks: Current Situation and Prospects

Tad Watanabe

The school system in the United States is not centralized like in Japan, so the school systems and how subjects are organized may be different across states. Therefore, there is not always a distinction between "junior high schools" and "high schools" that are common in the United States. It is often considered that "junior high schools" corresponds to middle schools (6th to 8th grade) and "high schools" to high school (9th to 12th grade). But there are states and school districts that include up to the 8th grade in their Elementary Schools. From the point of view of "textbooks", up to the 8th grade, the grades are treated as "subjects" while in the 9th grade and above there are "subjects" such as Algebra 1, Geometry, Algebra 2, Precalculus, etc. that are based on the content focus. Therefore, in this paper, I will mainly describe my findings on the current status and prospects of American textbooks in grades 9 and above.

In high schools in the United States, it was common until about 20 years ago that textbooks were not purchased individually by students but were "rented" for one year from their schools or school

districts. Therefore, a typical textbook had a hardback cover, and students could not write in the textbook. With the development of ICT, many publishers have introduced digitized teaching materials as part of their textbook packages, but these digital teaching materials were initially used by teachers to show them to their students using smart boards installed in their classrooms. These materials are increasingly placed online and evolving into something that students can actually use in their classes. Furthermore, there is a continuing movement from printed and bound textbooks to eBooks with all teaching materials digitized. Some of these eBooks allow students to explore mathematics using the apps included in the eBook, while others allow students to write answers to exercises.

The digitization of such textbooks and teaching materials seems to enable the development and sale of textbooks by organizations other than major publishers. For example, the State of New York has independently developed Engage NY (<https://www.engageny.org/>), a curriculum aligned with the Common Core State Standards, for all elementary, middle, and high schools, and all teaching materials are freely available online. This curriculum is still free to access from the Engage NY website, but Great Minds, an organization which was involved in the development of Engage NY, also sells the curriculum as Eureka MATH, packaged with supplementary teaching materials and teacher professional development programs, to schools and school districts, both inside and outside the state.

In addition to Engage NY, William G. McCallum, one of the authors of the Common Core State Standards Mathematics, set up an organization called Illustrative Mathematics (<https://illustrativemathematics.org/>) at the University of Arizona, where he taught, after the publication of Common Core. His organization developed Common Core aligned problems and activities and made them freely available on the web. Today, the organization has developed K-5, 6-8, and High School textbooks. Those textbooks are labeled as IM Certified, and they are available through their partners, major publishers Kendall Hunt and McGraw Hill, as well as Learn Zillion, an online curriculum distributor that evolved from an online lesson plan sharing site. The textbooks themselves are open access; however, each partner has created a system in which printed textbooks and supplementary teaching materials are provided for a fee. Open-Up Resources (<https://openupresources.org/>) also independently developed their own textbooks for grades 6-8 and high school Algebra 1, Geometry, and Algebra 2 (or Integrated series), and they are freely available. They also provide teacher training programs for fee. In addition, although it is not free, Desmos (<https://www.desmos.com/curriculum>), which started with an online graphing calculator app, has developed a middle school (Grades 6-8) curriculum that incorporates their calculator, geometric tools, and Learning Management System. Desmos began to distribute this curriculum in 2021. This curriculum is a mixture of digitized and printed curriculum at a ratio of approximately 80% -20% in consideration of student learning. It has not yet been announced whether Desmos will develop a high school curriculum in the future.

As the curricula developed and disseminated by organizations other than existing major publishers increase, it happened that Pearson, a major global publisher, has sold its school textbook division in the United States in 2019. It is interesting to note that one of the reasons given for this sale is that the digitization of education system at elementary, middle and high school levels in the United States is not progressing as quickly as Pearson hoped.

Furthermore, although it may not be called a curriculum or textbook strictly speaking, a web site operated by a non-profit organization, Khan Academy (<https://www.khanacademy>), cannot be ignored when discussing about mathematics education in the United States today. On this website, the contents of courses from elementary school to high school, as well as university level courses such as linear algebra and differential equations are arranged like in textbooks, and there are short videos (about 5 minutes long) explaining these contents as well as worked out examples. In addition, there are also exercise problems and quizzes available in each course. It seems that no school actually uses these as their own curricula, but parents who are homeschooling their own children may be using the site as their children's mathematics curricula. Also, at schools, they may use it to support those students who have fallen behind, or they may also be used as an acceleration tool for students who are ahead to move ahead on their own.

As mentioned above, in the United States, the traditional form of textbook creation and sales by major publishers has already begun to collapse, and it seems that many organizations are developing and distributing their own curricula. This trend seems to be facilitated by the digitization of textbooks and teaching materials. In addition, some of these new forms of curriculum are free to access, which may be influenced by the equity issues, a major challenge in American education.

Lecture videos such as the Khan Academy are often included as supplementary materials in textbooks produced by publishers. In addition, there are various online homework systems that assign problems and provide immediate feedback to students through the automatic scoring function. These systems will direct students to the contents students may have missed if necessary. Such features will be included in future textbooks, especially if it is an eBook. Even for printed textbooks, it is expected that such functions will be included as supplementary teaching materials.

In addition, there are adaptive systems utilizing AI that, if it determines that students understand the content, it will present questions on the subsequent topic. On the other hand, if students' incorrect answers are related to the prerequisite contents, it will provide explanations, either written or videos, then provide additional practice problems. One such system is ALEKS (<https://www.aleks.com/>), produced by McGraw Hill, a major publisher. ALEKS includes lecture videos from its textbooks and an automatic scoring system for student answers, thus it may be used by students to review lessons and study at home. In this system, teachers select and set the contents to be learned in the subject in the system, so it can be used even if they are using a textbook other than McGraw Hill's. In addition, this system can be used to set the subject completely self-taught. It seems that the number of junior

and senior high schools that have adopted ALEKS as their curricula is still small, but it seems that they are gradually expanding. The combination of such a system with textbooks may go beyond the boundaries of traditional textbooks and teacher's editions, but such systems may be seen as a solution for American schools and school districts suffering from a shortage of mathematics teachers.

As mentioned above, American "textbooks" have undergone major changes as digitalization progresses. A system like ALEKS that transcends the traditional framework of "textbooks" may pose challenges to the idea that "it is the teacher, not the textbook, that teaches students, and the qualities of teachers are the most important factor that influences the student's learning." It will be interesting to see how these systems can incorporate learning opportunities through "collaboration" among students while using AI to provide individual students with adaptive learning opportunities. Furthermore, it seems necessary to discuss the roles and qualities of teachers that will be needed when such a system becomes more widespread.

(日本語訳)

アメリカの学校制度は、日本のように中央集権型ではないためそれぞれの州レベルで学制や教科内容が違ふことがある。したがって、アメリカ共通の「中学校」「高等学校」と言った区別は必ずしもなく、「中学校」をミドル・スクール（第 6 学年から 8 学年）、「高校」をハイ・スクール（第 9 学年から 12 学年）とよく区別されるが、Elementary Schools に第 8 学年まで含む州・学区も少なくない。「教科書」の観点から見ると、第 8 学年までは、学年がそのまま「教科」として取り扱われ、第 9 学年以上の場合は、Algebra 1, Geometry, Algebra 2, Precalculus などのように「学年」ではなく焦点となる教科の内容ごとに教科書が作られている、といった違いがある。したがって、本稿では主に第 9 学年以上のアメリカの教科書の現状と展望についての所見を述べることにする。

アメリカの高校では、教科書は生徒が個々に購入するのではなく、学校・学区が購入したものを 1 年間「借りる」という形をとる場合が 20 年位前までは普通であった。したがって、典型的な教科書は、ハードバックの表紙で、生徒は教科書に書き込んだりすることができなかった。ICT の発展に伴い、多くの出版社がデジタル化された教材を教科書のパッケージの一部として導入されたが、こうしたデジタル教材は、最初は教師が教室に備え付けられたスマートボードなどを使って生徒に見せる、というものから次第にオンライン化され生徒が実際に授業の中で使えるものへと進化を続けている。さらに、教科書自体も印刷・製本化されたものから、教材すべてがデジタル化された eBook へ、という動きも続いている。こうした eBook の中には、生徒が eBook に含まれているアプリを使って数学的な探究をすることができるものや、練習問題への解答を書き込むことができるものもある。

こうした教科書・教材のデジタル化は、大手出版社以外の団体による教科書開発・販売を可能にしているように見える。例えば、ニューヨーク州は、Common Core State Standards に準拠したカリキュラム、Engage NY (<https://www.engageny.org/>)、を小・中・高すべてで独自に開発し、教材をオンライン上でアクセスできるようにした。このカリキュラムは、現在でも Engage NY のウェブサイトから無料でアクセスできる他、Eureka MATH として Engage NY の開発にも関わった Great Minds 社が、副教材や教員研修などをパッケージしたものと

して州内外に関わらず学校・学区が購入することもできる。

Engage NY 以外でも、算数・数学の Common Core の執筆者の一人であった William G. McCallum 氏は Common Core の発表後、Illustrative Mathematics

(<https://illustrativemathematics.org/>) という団体を氏が勤務していたアリゾナ大学に設置、Common Core に準拠した問題や活動を作成し、それらをウェブ上でオープンアクセスとして発表していたが、現在では、K-5, 6-8, High School の教科書を IM Certified のラベルを付け、大手出版社である Kendall Hunt 社、McGraw Hill 社、さらにオンラインでの指導案のシェアサイトから発展したオンラインカリキュラム配信を行う Learn Zillion 社と提携し、教科書自体はオープンアクセスであるが、印刷された教科書や副教材をそれぞれの会社が有料で提供する制度を作り上げている。Open-Up Resources 社 (<https://openupresources.org/>) も独自に開発した 6-8 とハイスクールの Algebra 1, Geometry, Algebra 2 (もしくは Integrated シリーズ) として無料で供給、そしていろいろな形の教員研修を有料で提供している。また、無料ではないが、オンライン上のグラフ電卓のアプリからはじまった Desmos 社 (<https://www.desmos.com/curriculum>) は、自社の開発した電卓や幾何ツール、Learning Management System を活用したミドルスクールのカリキュラムを開発し、2021 年から配信しはじめた。このカリキュラムはデジタル化されたものと印刷されたものが、生徒の学びを考えて約 80%-20% の割合で混合している。Desmos 社が今後高校のカリキュラムを作成していくのかは、現在のところ公表されていない。

こうした、既存の出版社以外が開発・発信するカリキュラムが増える中、2019 年には世界的な大手出版社である Pearson 社がアメリカでの学校教科書部門を売却する、ということも起きた。その理由の一つとして、アメリカの小・中・高のレベルの教育のオンライン化が Pearson 社が期待するようには進んでいない、ということが挙げられていることは興味深い。

さらに、厳密にはカリキュラム・教科書とは言えないかもしれないが、現在のアメリカの算数・数学教育を語るときに無視できないのが、非営利団体である Khan Academy (<https://www.khanacademy.org/>) が運営するウェブサイトであろう。このウェブサイトには小学校から高校、さらに線形代数学や微分方程式などの大学レベルでのコースの内容が教科書のように配列され、細分化された内容の解説の 5 分前後のビデオが無料で視聴できる。さらに、練習問題やクイズなども設定されている。実際の学校でこれらを自校のカリキュラムとして使っている学校はないと思われるが、ホームスクールをしている保護者が自身の子供の数学のカリキュラムとして、また学校でも生徒の自習のためや遅れがちな生徒の補習、さらに先に進みたい生徒へのツールとしてなどは、使われていると思われる。

上述のように、アメリカでは伝統的な大手出版社による教科書作成・販売という形は、すでに崩れはじめ、多くの団体が独自のカリキュラムを開発・配信する形が広まっているように見える。こうした流れは、教科書・教材のデジタル化によって促進されているように見える。さらに、そうした新しい形のカリキュラムのいくつかは、無料でアクセスできるが、これはアメリカの教育界の大きな課題である Equity が影響していると思われる。

Khan Academy のようなレクチャービデオは、出版社が作成する教科書にも副教材として含まれていることも多い。さらに、宿題をオンライン化し、自動採点機能を通して生徒にすぐに正誤のフィードバックを与え、必要であれば補習の内容を示すようなものもあり、今後多くの教科書に、eBook であればその教科書の一部として、また製本された教科書では、副

教材としてそうした機能が含まれるようになると思われる。

さらに、AI を使い、生徒の回答に適応して、もし生徒が内容を理解したと判断された場合は次の内容の問題を提示したり、誤答の内容によってまだ未修の内容に関連した問題・解説・ビデオを提示したりするようなシステムもある。そうしたものの一つの ALEKS システム (<https://www.aleks.com/>) は、大手出版社である McGraw Hill 社によるものだが、自社の教科書に付属するレクチャービデオや、生徒の解答の自動採点システムなどを利用して、生徒が授業の復習や宿題などの家庭での学習に使える。このシステムでは、教師がその教科で学ぶべき内容をシステムの中で選択・設定するので、McGraw Hill 社以外の教科書を使っても利用可能である。さらに、このシステムを使って、教科を完全に自学の形に設定することも可能である。ALEKS を採用している中・高等学校はまだ少ないようであるが、徐々に広がっているようにも見える。こうしたシステムを教科書と組み合わせることによって、従来の教科書・教師用指導書といった枠を超えた一つの教科のシステムは、数学教師不足に悩むアメリカの学校・学区には、一つの解決策と見えているのかもしれない。

上述したように、アメリカの「教科書」はデジタル化が進む中、大きく変容してきている。

「教科書」という枠組みを超えた ALEKS のようなシステムは、「生徒を教えるのは教科書でなく教師であり、教師の資質が生徒の学びを左右する一番の要素である」という理念にチャレンジを投げかけている。さらに、AI を使い、個々の生徒に適応した学びの機会を与えながら、生徒同士の「協働」を通しての学びの機会をこうしたシステムがどのように組み入れていくのか、いけるのかは興味深い。さらに、そうしたシステムが広まったときに必要とされる教師の役割・資質について議論される必要があると思われる。

5.5 Mathematics curriculum resourcing in England: What might the future hold?

Loughborough 大学数学教育センターの Colin Foster 氏にイングランドにおける教科書のこれからについて寄稿いただいた（後に日本語訳も掲載）。氏は、International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 誌の編集長を務めている他、2022 年には、英国数学協会（Mathematical Association）の会長に就任する予定である。

Mathematics curriculum resourcing in England: What might the future hold?

Colin Foster

Background

School teachers of mathematics in England have always had a complicated relationship with textbooks. For many years, trainee teachers of mathematics here were strongly discouraged from using a single textbook as the main resource for their teaching. ‘Textbook teaching’ was characterised as traditional ‘transmission teaching’, perceived as dry, and oriented towards memorisation of facts and drilling of low-level procedural skills. Instead, trainee teachers were encouraged to curate their teaching resources from a wide range of different sources and to design their own original tasks to

use with their students. The intention was that this would lead to more creative lessons that were more focused on conceptual understanding and problem solving, and were better tailored to the particular needs of the teacher's own students. It was also intended that positioning teachers as task designers would support their professional development and better respect their professional autonomy (see Ollerton, 2002).

The practical reality in schools has always been more mixed, with many schools purchasing and using textbooks, particularly for their General Certificate of Secondary Education examination classes (ages 14-16), and overwhelmingly at A-level (ages 16-18). Reasons for this have included wanting a text that is endorsed by the relevant examination awarding body and wanting to be able to guarantee that all the necessary content is present, with questions following the same style as expected in the high-stakes summative assessments. In addition to this, assembling an entire set of curriculum resources from scratch is an enormous undertaking for any school, and highly time-intensive, even when schools partner with one another to do this collaboratively. Commercial textbooks relieve schools of this burden, and this can be particularly important for schools in less advantageous circumstances, such as those with few specialist mathematics teachers, or without their full complement of teaching staff. (In England, we are currently experiencing a severe teacher retention and recruitment crisis – see Allen & McInerney, 2019.)

The state of mathematics textbooks in England

Despite textbooks being commonly deployed in mathematics lessons across many schools in England, there remains a widespread view that the quality of commercial mathematics textbooks in England is generally poor (see Askew et al., 2010; Oates, 2014). Part of the reason for this is the relatively frequent changes to the national curriculum (in contrast to the situation in Japan). This means that textbook publishers have had to scramble at short notice to put together sets of resources in time for teaching at the beginning of the academic year. This has necessitated quickly assembling a team of available people, often retired or part-time mathematics teachers, and sharing out the topics among them, with an overall editor trying to maintain an overall level of consistency, even if this consistency ends up being principally at the superficial, page-design level. Authors in this position are expected to rely mainly on their own classroom experience, drawing on tasks that they have personally used with their own students, or seen other teachers use. There is no time or budget for systematic trialling of the materials in schools to obtain the necessary feedback on how things actually work out in practice. Nor is there likely to be the time or expertise for benefiting from knowledge available within the mathematics education, cognitive science or educational design research literature (see Swan & Burkhardt, 2014). Frequently, a supposedly 'new' textbook series draws its content principally from recycling material from a previous textbook series, leading to retention of the same "exposition, worked example, exercise" kind of format. Woollacott, Alcock, & Inglis (2019) found that textbook authors tended to design the textbooks according to how they thought students would want to use them, rather than how they thought the books should be used.

In recent years, several alternative sets of commercial curriculum resource solutions have appeared, including online curricula, which have sought to address some of these issues. These ‘schemes of work’ attempt to assemble a set of resources and sequence them to effect complete coverage of the national curriculum, and they are a direct alternative to commercial textbooks (some of them include their own associated textbooks). Many schools have adopted these schemes as their main resource, in some cases supplemented by teachers’ own tasks and by tasks available (often for free) on the internet. However, due to the costs that would be involved, none of these commercial curricula have undergone rigorous trialling and refinement.

From curation to coherence

The ‘gold standard’ of sourcing classroom materials one by one from a variety of places (online resource banks, teacher resource books, etc.) is not without its own problems, and this seems to be being increasingly recognised. Principally, there is the coherence problem: “*a collection of great tasks does not necessarily make a great collection of tasks*” (Foster et al., 2021, p. 4). Putting together lots of individually good lessons does not necessarily add up to a good curriculum overall, because those different lessons may not complement each other well, and different didactical design choices may clash and pull in different directions. Our regulator, the Office for Standards in Education, Children’s Services and Skills (a non-ministerial department of the UK government, reporting to Parliament), has recently begun to focus in its school inspections on curriculum, and particularly *curriculum coherence* (Ofsted, 2019). Schools are now required to be able to explain to inspectors how their curriculum fits together and makes sense as a whole, and why particular topics are placed where they are. This has had the effect of considerably raising the profile of the issue of curriculum coherence.

The way forward

Commercial publishers will continue to produce textbooks similar to those they have produced in the past, although many are now including digital versions and online supplements. There has been a proliferation of online mathematics homework subscription websites that schools can purchase and which allow their students to engage in individualised homework tasks, which are immediately and automatically marked, with the results easily accessible to the teacher. It is likely that these will become increasingly embedded within the standard commercial textbook schemes on offer. These assessment systems often test superficial recall of facts and imitation of procedures and are normally only able to handle right/wrong answers. However, as artificial intelligence gains power, I expect to see these packages embrace more sophisticated computer algebra systems, such as STACK (see <https://stack-assessment.org/>, Sangwin, 2013), which allow answers to be evaluated mathematically and permit open questions to be asked, such as example-generation prompts. Adaptive assessment systems will allow tailored feedback and targeted interleaved retrieval practice that is contingent on students’ particular in-the-moment strengths and weaknesses. I also expect to see more use of platforms such as <https://diagnosticquestions.com/>, which support teachers in diagnosing student difficulties and embed assessment of students’ confidence as well as their accuracy (see Foster et al.,

2021b). I expect that such packages will increasingly exist not just as standalone tools for the teacher to use alongside a curriculum scheme but as ways to optimise individual students' learning trajectories within a single curriculum package. I also expect to see more use of *comparative judgment* within online mathematics assessments, allowing teachers to monitor students' development in less-easily-defined areas, such as problem solving and conceptual understanding (e.g., see Jones, Swan, & Pollitt, 2015).

Alongside these kinds of technological developments, there is also currently an increasing interest in learning from best practice in other jurisdictions, and I expect curricula across the developed world to become ever more aligned. In recent years, this has led to widespread adoption of textbooks inspired by those used in Shanghai and Singapore, in particular, and various interpretations of a 'mastery' approach to the teaching of mathematics (McCourt, 2019).

In my own research with colleagues here in the Mathematics Education Centre at Loughborough University, England, we are now embarking on our own curriculum resourcing solution for schools. This is the provision of a completely free set of research-informed and trialled teaching resources for a complete, coherent, school mathematics curriculum, initially for ages 11-14 (see Foster et al., 2021b). We are using Dietiker's (2015) *mathematics curriculum as story* framework to sequence the units of the curriculum (and the content within the units) and we are attempting to focus on a smaller, tightly-defined set of mathematical representations, built up in a carefully-sequenced manner. (Please see <https://www.lboro.ac.uk/services/lumen/curriculum/> for more details of our work in this area.) The end product of this programme of research will be a website of free, editable teaching resources that schools can personalise for their own situations and preferred styles. We anticipate schools being able to select what they want and then cheaply bulk-purchase these as textbooks, using print-on-demand. Alongside the development of these innovative resources, we seek to learn as much as we can about what it takes to design such resources and what support schools and teachers need in order to make best use of them.

References

- Allen, B., & McInerney, L. (2019). *The recruitment gap: Attracting teachers to schools serving disadvantaged communities*. Sutton Trust.
- Askew, M., Hodgen, J., Hossain, S., & Bretscher, N. (2010). *Values and variables: Mathematics education in high-performing countries*. Nuffield Foundation.
- Dietiker, L. (2015). Mathematical story: A metaphor for mathematics curriculum. *Educational Studies in Mathematics*, 90(3), 285–302. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9627-x>
- Foster, C., Francome, T., Hewitt, D., & Shore, C. (2021a). Principles for the design of a fully-resourced, coherent, research-informed school mathematics curriculum. *Journal of Curriculum Studies*, 53(5), 621–641. <https://doi.org/10.1080/00220272.2021.1902569>
- Foster, C., Woodhead, S., Barton, C., & Clark-Wilson, A. (2021b). School students' confidence when answering diagnostic questions online. *Educational Studies in Mathematics*. Advance online

- publication. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10084-7>
- Jones, I., Swan, M., & Pollitt, A. (2015). Assessing mathematical problem solving using comparative judgement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), 151-177. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9497-6>
- McCourt, M. (2019). *Teaching for mastery*. John Catt.
- Oates, T. (2014). *Why textbooks count: A policy paper*. Cambridge Assessment. <https://www.cambridgeassessment.org.uk/Images/181744-why-textbooks-count-tim-oates.pdf>
- Office for Standards in Education [Ofsted]. (2019). *Education Inspection Framework*. Office for Standards in Education. <https://www.gov.uk/government/publications/education-inspection-framework>
- Ollerton, M. (2002). *Learning and teaching mathematics without a textbook*. Association of Teachers of Mathematics.
- Sangwin, C. (2013). *Computer aided assessment of mathematics*. OUP Oxford.
- Swan, M., & Burkhardt, H. (2014). Lesson design for formative assessment. *Educational Designer*, 2(7). <https://www.educationaldesigner.org/ed/volume2/issue7/article24/>
- Woollacott, B., Alcock, L., & Inglis, M. (2019). A mathematics college textbook: design intentions and reading practice. *Proceedings of the Third International Conference of Mathematics Textbook Research and Development*, Germany, 391-391. <https://doi.org/10.17619/UNIPB/1-768>

（日本語訳）

背景

イングランドの学校の数学教師と教科書との関係は以前から常に複雑であった。長年にわたり、イングランドの教育実習生 (trainee teachers) は、授業の主要教材としてひとつの教科書だけを使用するのはあまりよくない習慣である、と指導されてきたからである。教科書のみに頼る「教科書教育 (Textbook teaching)」とは、伝統的な「知識伝達型教育 (transmission teaching)」と特徴づけられ、退屈で、知識の丸暗記と低レベルの手続的スキル (procedural skill) の訓練を指向するものだと思われていた。教科書教育に代わるものとして、教育実習生は、幅広い情報源をもとに自己の教材を企画するとともに、独自の課題を考案し生徒に取り組みさせることが奨励された。そうすることで、概念の理解や問題解決をより重視し、各教師が担当する生徒固有のニーズに寄り添った創造的な授業を生み出そうという意図であった。また、教師に課題の考案を担わせることにより、教師の専門的能力の開発を支援し、専門職的な自律性を尊重することにもつながると考えられた (Ollerton, 2002 参照)。

しかし、かねてより実際の学校における現実には、必ずしも教科書を使わないわけではなく、むしろ両者の混合である場合が多かった。特に中等教育修了一般資格 (General Certificate of Secondary Education) 試験クラス (年齢: 14~16 歳) では、多くの学校が教科書を購入・利用しているし、A レベルのクラス (年齢: 16~18 歳) では、圧倒的多数がそれに当たる。その背景には、関連の試験実施機関の推薦するテキストを使用したい、求められる内容がすべて網羅されていることを保証できるようにしたい、また、いわゆる「ハイステークステスト」と呼ばれる、受験者の人生に重要な影響を与える総合評価試験で想定されるのと同じスタ

イルの問題形式が掲載されている教科書が欲しい、といった理由が挙げられる。加えて、カリキュラムすべてに対応した教材一式をゼロから作成するのは、どんな学校であれ非常に大変な作業であり、複数の学校が互いに協力し連携して行ったとしても、長い時間を要する取り組みである。市販の教科書を使えば、学校のこうした負担が軽減され、専門の数学教師が少ない学校や、教員が定数に達していない学校など、状況的に厳しい学校にとっては特に重要となりうる。（イングランドは現在、教員の確保・採用に関し、深刻な危機に直面している。Allen & McInerney, 2019 参照。）

イングランドにおける数学の教科書の状況

イングランドでは、多くの学校の数学の授業で教科書が一般に用いられているにも関わらず、市販の数学教科書の品質は概して低いという見方が広がっている（Askew et al., 2010; Oates, 2014 参照）。その理由のひとつとして、日本の状況とは対照的に、国のカリキュラムが比較的頻繁に変更されることが挙げられる。つまり、教科書出版社は急な変更通知を受けると年度最初の授業に間に合うように急いで教材を取りまとめなければならない。そのために、退職した数学教師や非常勤の数学教師など、とりあえず人材をかき集めて急いでチームを編成し、各トピックを手分けして担当することになる。統括編集者が全体の一貫性を保とうと努めはするものの、結局のところ、表面的なページデザインといったレベルでの一貫性に留まる場合も多い。こうして集められた教科書執筆者は、主として自分自身のクラスでの指導経験にもとづき、生徒を教えるのに自分自身が実際に使用した課題や、他の教師が使用していた課題などを援用して執筆を行う。教材を学校で組織的に試用し、実際にどのように機能するかを知るために必要なフィードバックを得る時間も予算もない。さらに、数学教育や認知科学、教育デザインなどの研究文献から得られる知識を役立てるための時間も専門的能力もない場合が多い（Swan & Burkhardt, 2014 参照）。また、建前上は「新」シリーズの教科書であっても、その中身の大半は、それ以前の教科書に掲載されていた内容の使い回しであることも多く、しばしば「説明、例題、演習」という同じ種類のフォーマットがそのまま残っている。Woollacott, Alcock, & Inglis（2019）によると、教科書の執筆者は、教科書をどのように使用するべきかについての自分の考えではなく、生徒がどのように利用したかという考えにもとづいて教科書を考案する傾向にある。

近年、こうした問題に対処するため、オンライン・カリキュラムなど、いくつかの代替的な市販のカリキュラム教材セットが登場してきている。これらの「標準指導計画（scheme of work）」は、国定のカリキュラムをすべて網羅するように一連の教材を順序よく組み立てたものであり、市販の教科書を直接代替するものとなっている（中には独自の教科書が付属しているセットもある）。多くの学校がこれらの標準指導計画を主要教材として採用しているが、教師独自の課題やインターネット上で入手できる課題（大抵は無料）で補強している場合もある。しかし、費用の問題から、これら市販のカリキュラムはいずれも厳格な試用と改善の過程を経ていない。

掻き集め（curation）から一貫性へ

授業の教材を多様なところ（オンラインの教材バンク、教師用教材集など）から一つ一つ

調達することを推奨する「模範的な方法」(gold standard)にもそれなりの問題があり、このことに対する認識はますます高まっているように思われる。主に一貫性についての問題、すなわち「優れた課題を集めたからといえ、必ずしも優れた課題集になるわけではない」のである (Foster et al., 2021, p. 4)。個々に優れている授業をたくさん集めても、全体として優れたカリキュラムになるとは限らない。それぞれの授業が互いに上手く補完する関係にない場合もあれば、異なる教授法のアイデアを選択することで互いにぶつかり合い、かえって方向性が見えなくなってしまう可能性もあるからである。英国の規制当局、教育水準局 (Office for Standards in Education, Children's Services and Skills, 教育技能省から独立した政府機関で、英国議会が管轄) は、最近、カリキュラム監査、特に「カリキュラムの一貫性 (curriculum coherence)」を重視しはじめた (Ofsted, 2019)。今では、各学校は監査官に対して、カリキュラムが全体としてどのように組み立てられ、どう意味をなしているか、また、特定のトピックがなぜその場所に配置されているかなどを説明することが求められている。これにより、カリキュラムの一貫性の問題が、大きく注目される結果となった。

今後の方向性

商業出版社は、今後もこれまでと同様の教科書を発行し続けていくと考えられるが、現在は、その多くがデジタル版を追加したり、オンラインで追補版を提供したりしている。また、オンライン上では、学校が購入できる数学の宿題用サブスクリプション・ウェブサイトが多数見受けられるようになっている。そうしたウェブサイトでは、学校の生徒が個別の宿題に取り組むことができる仕組みとなっている。宿題はすぐに自動採点され、教師はその結果を簡単に確認することができる。今後は、市販の標準的な教科書体系に、ますますこうした仕組みが組み込まれていくと考えられる。こうした評価システムでは、表面的な事実の記憶や手順の模倣を試す出題が多く、通常は正誤の判断しかできない。しかし、人工知能の能力が高まれば、こうしたパッケージにも STACK (<https://stack-assessment.org/>, Sangwin, 2013 参照) のような高度な数式処理システムを採用し、解答を数学的に評価したり、例示を求めるなど自由解答式の問題を出題できたりするようになるのではないかと予想している。適応評価システムを利用すれば、個別の生徒に合わせたフィードバックを提供したり、その生徒のその時々々の強みや弱みに応じた交互検索演習 (interleaved retrieval practice) を行ったりすることができるようになる。また、<https://diagnosticquestions.com/> のように、生徒が抱えている問題点の診断や、正確さだけでなく生徒の自信も評価するうえで教師を支援してくれるプラットフォームの利用も増えると考えられる (Foster et al., 2021b 参照)。こうしたパッケージは、教師がカリキュラムの枠組みに合わせて利用できる独立型ツールとしてだけでなく、ひとつのカリキュラム・パッケージにおいて個々の生徒の学習軌道を最適化する手段として、ますます提供されるようになっていくと考えられる。加えて、オンライン数学評価において「比較判断 (comparative judgement)」の利用が増えるが見込まれる。そうなれば、問題解決や概念の理解など、あまり明白ではない分野における生徒の発達状況を、教師がモニタリングできるようになる (Jones, Swan, & Pollitt, 201 等を参照)。

このような技術的進歩とともに、現在、世界では他地域のベストプラクティスから学ぶことへの関心が高まっており、先進国間でのカリキュラムの整合がこれまでになく進むこと

が予想される。その結果、近年では、特に上海やシンガポールで使われている教科書からヒントを得た教科書の採用をはじめ、「マスタリーアプローチ (mastery approach)」と呼ばれる数学教育に対する様々な解釈がなされるようになっている (McCourt, 2019)。

私自身、この Loughborough 大学 (英国) 数学教育センターの同僚とともに、現在、独自の学校向けカリキュラム教材ソリューションの研究に取り組んでいる。これは、完全かつ一貫した学校数学カリキュラムのために、研究成果にもとづき、かつ、試験的利用を経た教材セットの無料提供を目指すものであり、まずは 11~14 歳の生徒を対象とした教材を提供する予定である (Foster et al., 2021b 参照)。同研究では、Dietiker (2015) の「物語としての数学カリキュラム (*mathematics curriculum as story*)」の枠組みを用いてカリキュラムの単元 (および各単元の中の内容) を順序付け、厳密に定義された一連の数学的表現に的を絞り、それを入念に順序立てて構成することを目指している (当分野における筆者らの研究について、詳しくは、<https://www.lboro.ac.uk/services/lumen/curriculum/>を参照されたい)。この研究プログラムの最終成果として、学校がそれぞれの状況や好みのスタイルに合わせてカスタマイズできる、編集可能な教材を無料提供するウェブサイトを開設する予定である。その中から、学校が必要なものを選択し、オンデマンド印刷によって安価に大量購入できるようになると見込んでいる。こうした革新的な教材の開発を行うとともに、そうした教材を設計するためには何が必要なのか、また、学校や教師がそれらの教材を最大限に活用するためにはどのような支援が必要なのかについても、できるだけ知見を得たいと考えている。

6. 考察

本章では、3 に挙げた 3 つの分析の視点である「ICT の位置づけ」、「アプローチ」、「内容の取り扱い」について、4 に示した各国の教科書の分析結果を、5 に示したこれからの算数数学科教科書の展望をふまえつつ、縦断的に考察する。

6.1 ICT の位置づけ

本研究で分析対象とした教科書における ICT の位置づけを整理すると表 6.1.1 の通りである。

表 6-1-1 分析対象とした教科書における ICT の位置づけ

	フィンランド			ニュージーランド			独	米	英
	小	中	高	小	中	高			
デジタル教科書（教師用）	△*1	△*1		○	○	○	○	△*2	
デジタル教科書（児童生徒用）			○	○	○	○	○	△*2	
デジタルコンテンツ（ビデオ）	○		○					△*2	
デジタルコンテンツ（補充問題等）					○		○		
汎用のソフトウェア・グラフ電卓			○		○	○	○	○	○
専用のソフトウェア								○	

*1 教師用デジタル資料のみ、*2 一部の章のみ

分析対象とした中で、特徴的なデジタル教科書は、生徒用のフィンランドの高校と、アメリカの高校である。前者は、GeoGebra で作成されたコンテンツが埋め込まれており、生徒はそれをクリックすれば利用することができる。GeoGebra を用いて探究を進めることを意図した問題が用意されているということである。後者は、一部の章の試作ではあるが、(i) 授業の導入において見る映像、(ii) 数学や統計に関するソフトウェア（表計算、グラフ表示、CAS）、(iii) 用語の意味が参照できるように用語集（GLOSSARY）が埋め込まれていた。さらに、(iv) 問題を解決するための足場（scaffolding）として、問題に取り組み始めることができない時にクリックすると、解決のきっかけが現れるコンテンツ、(v) デジタル協働ノート（google drive を用いてデータの共有可能なノート）も埋め込まれていた。ともに数学的活動、さらには協働的な学びを促進することが意図されていることに特徴がある。

ソフトウェアやグラフ電卓の利用を前提として内容の選択や構成がなされている教科書、換言すれば、それらを利用せずには使いにくい教科書には、ニュージーランド（小・中・高）、アメリカ、イギリスがあった。統計の学習において、表計算ソフト等を利用して探究をすることが前提となっていて、データセットが準備されている。上述のアメリカの教科書（試作のデジタル教科書でない版）では、専用のアプリケーションツールがあり、それを用いて学習を進めることが想定されている。教科書で用いる図や統計データ等があらかじめ準備されているとともに、汎用的な数学探究ツールとしても利用可能である。

他には、フィンランドの小学校の教科書で、ビデオ教材を充実させている点も示唆的である。導入部分は必ず、それ以外も必要に応じて適宜設けられ、事前にスマートフォンや iPad にアプリをインストールしておくと、ビデオ該当ページを写すことで、ビデオ教材を視聴す

ることができるというものである。

アメリカの研究者の見解も ICT の位置づけに関して、極めて示唆的である。アメリカでは、出版社が各州の要望を取り入れ、高い値段で販売していた教科書も従来通り出版されているが、オープンアクセスの質の高い教科書並びに指導書等によって、アメリカの教科書を取り巻く環境は明らかに変わりつつあるという点である。例えば、Illustrative Mathematics (<https://illustrativemathematics.org/>) の幾何の Lesson1 回転体は、図 6-1-1 のような問題からはじまる。適宜、GeoGebra のコンテンツが準備され、生徒はそれをクリックして探究する作りになっている。また、教師のために授業の流れや生徒の反応例についても準備されている (<https://curriculum.illustrativemathematics.org/HS/teachers/2/5/1/index.html>)。このようなオープンアクセスの教科書を起点に、それを印刷した教科書や副教材、教員研修などを有償で提供する会社ができていくことも新しい動向である。

また、SeeSaw, Nearpod といったオンライン教材作成ツールと、そこに公開されている教材群にも注目している。オンライン上のグラフ電卓のアプリからはじまった Desmos 社 (<https://www.desmos.com/curriculum>) は、自社の開発した電卓や幾何ツール、Learning Management System を活用したミドルスクールのカリキュラムを開発し、2021 年から配信しはじめている。GeoGebra もさまざまな教材を共有し、検索して利用できるプラットフォームを提供している。このような状況をふまえ、5.3 で高橋氏が、次のように述べている点もこれからの教科書の在り方を考える上で示唆的である。

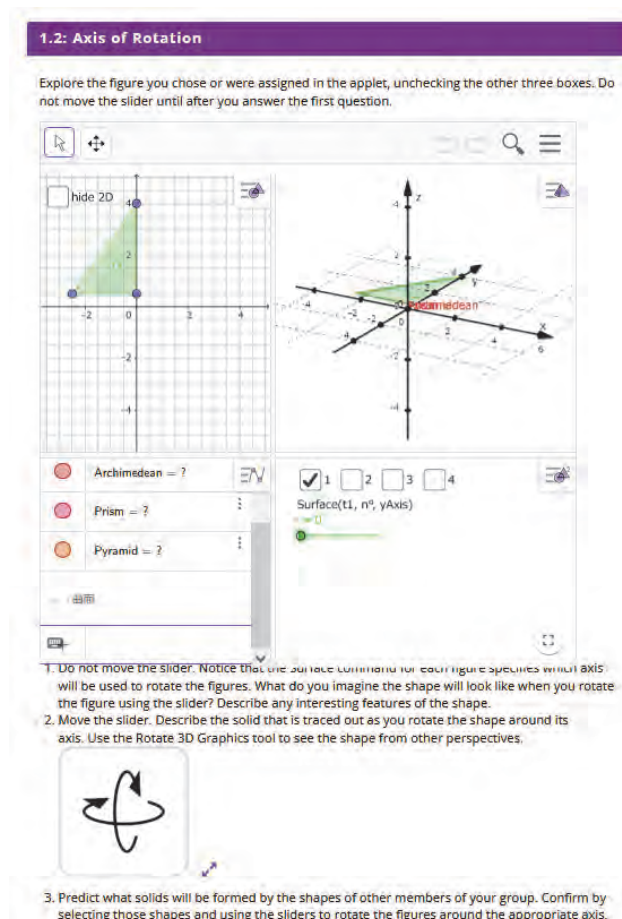
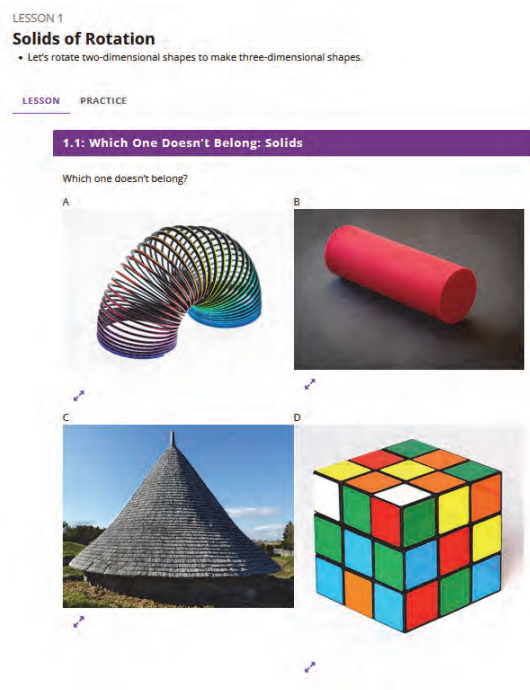
一方、豊富な教材が誰にでも無償で手に入るようになった場合に重要となるのは、どの教材をどのような順序で児童に提供することが彼らの学習を充実させることにつながるかの判断を誰がどのように行うかである。従来は、教科書の編集者が、平均的な児童の実態を土台に提案し、現場では教師はそれにもとづいて授業をしていた。しかし、個々の児童の学習評価がオンラインのシステムの支援により容易に行われることで、多種多様な教材をどのように選び、適切なタイミングで提示するかは教師一人一人の判断に任されることが多くなる。選択肢が増えることの利点を最大限に活かすためには、今後、ますます、指導計画や教材の系統に関する専門的な知識を持った教師の育成が求められる。

この問題意識は、イギリスにおいて、Colin 氏が、完全かつ一貫した学校数学カリキュラムに沿って、研究結果にもとづき試験的利用を経た教材セット一式を無料提供し、学校がそれぞれの状況や好みのスタイルに合わせてカスタマイズできる、編集可能な教材を無料提供するウェブサイトを開発する研究を進めていることとも通底すると考えられる。

(<https://www.lboro.ac.uk/services/lumen/curriculum/>)。

なお、Colin 氏が、AI を利用した適応型学習ツールが、教師がカリキュラムの枠組みに合わせて利用できる独立型ツールとしてだけでなく、ひとつのカリキュラム・パッケージにおいて個々の生徒の学習軌道を最適化する手段として、ますます提供されるようになっていく点も示唆的である。

これらの海外の研究者の指摘は、ICT を教科書にどう位置づけるかよりも、ICT を利用した学習環境の中に、教科書をどう位置づけるかという方向での検討が潮流になりつつあることを物語っていると言えよう。



<https://curriculum.illustrativemathematics.org/HS/students/2/5/1/index.html>

図 6-1-1 オープンアクセスの教科書

(西村圭一)

6.2 アプローチ

各国の教科書では、各単元や学年末に教科横断的な課題や探究課題を設定していた。この設定の仕方は、いくつかのタイプに分けることができる。

第一に、数学的活動や探究のプロセスで章や節が構成されているタイプである。例えば、ニュージーランドの教科書の統計に関する章は、探究課題をメインとして構成されている。具体的には、章全体が具体的な実験や現実世界の話題で当該学習内容を問題解決に活用する場面を通して、より洗練された解釈や新しい手法も学ぶことができる構成になっている。

アメリカの教科書（高校）では、各レッスン（節）のはじめに、現実場面が提示されるとともに、「この状況について考えてみよう（Think about this situation）」という項目が用意され、現実場面に対するいくつかの問いが設定されている。その後、レッスンを貫く問いが設定されている。また、レッスンは、現実場面に関わるいくつかの探究で構成されている。探究の後には、学習内容のまとめや理解を確認するための問題がある。レッスンのおわりには、APPLICATIONS, CONNECTIONS, REFLECTIONS, EXTENSIONS という項目ごとに問題が設定されている。

第二に、数学的活動や探究のプロセスは紙面化されていないが、数学的活動を促す問いを設けているタイプである。例えば、イギリスの教科書（高校）では、各節に概ね1ないし2の「議論」

が設定され、数学的活動を促している。「議論」の対象は、身近な事象を数学化すること、提示された問題の解決の方針を立てたり、振り返ったりすること、扱われている数学の内容の理解を深めること、学習内容を他の事象に活用することなどであり、クラスメイトと話し合う内容が具体的に提示されている。また、学習目標がいわゆる「方法知」であることが特徴的である。

第三に、章末や節末に、豊富で多様な探究課題群を設けているタイプである。例えば、フィンランドの教科書では、各単元末に、国家カリキュラムの「教科横断的な資質能力」の育成に関わる内容のプロジェクト問題が設けられている。例えば、体を動かして形を作ったり、ロゴマークをデザインしたりするような生徒が興味・関心を持てる数学的活動が見られる。また、ドイツの教科書では、第7～9学年の巻末に「fit in Mathe」というタイトルで、既習事項を活用して解決する探究課題がある。内容は「学校に行くための数学」や「スポーツに関連する数学」など生徒たちの身近な生活に関連したものである。第9学年と第10学年の重点コースでは、各章の学習の前に、「数学と環境」や「生活費はいくら？」などの探究課題がある。

(本田千春)

6.3 内容の取り扱い

6.3.1 割合

ここでは、各国の調査対象教科書における割合の扱いについて考察する。なお、ここでいう「割合」とは、同種の2量の割合のことであり、主として「パーセント」を指すものとする。

6か国の対象教科書における割合の扱いについて分析した結果、次の3つの特徴を挙げることができる。

① 割合の内容をスパイラルに扱っている教科書が多い

日本を除く対象教科書において、複数ページの章や節単位で構成される単元を設けて、割合を扱っているものを整理すると、次の通りである。ただし、統計の単元で扱う円グラフや帯グラフ等に関わるパーセントの内容は、ここでは含めないものとする。

表 6-3-1 各国の割合の扱い

国名	小	中	高
フィンランド	<5年B> 4章：パーセントと計算	<8年> 7章：パーセント	<数と数列(必修)> 3章：パーセント
ニュージーランド	<5年> 12章：パーセントの導入 <6年> 5章：小数、分数、パーセント	<7年> 3章：分数、小数、パーセント <9年> 9章：パーセント <10年> 4章：パーセント	<11年> 3章：パーセント
ドイツ	<5年> 2章：分割します	<7年> 5章：そこら中にパーセント	
アメリカ			<12年> ※独立した単元なし
イギリス			<11・12年> 2章2節：パーセント

※斜線部分は、調査対象外

表 6-3-1 から、今回の対象教科書の多くは、小学校で割合を学習した後に、中学校や高等学校でも単元を設けて扱っていることがわかる。特に、フィンランドでは、小 5 (20 ページ)、中 2 (52 ページ)、高 1 (23 ページ)、またニュージーランドでは、小 5～小 6 (23 ページ)、中 1～中 3 (42 ページ)、高 1 (22 ページ) と、小学校から高等学校までそれぞれ「パーセント」の章を設けて扱っている。内容的には重複する内容も含まれていて、学び直しの機会が保障されている。

一方、日本の教科書は、学習指導要領に定められている通り、小 4 で「簡単な場合についての割合」を、小 5 で「割合」の内容を、それぞれ単元を設けて扱っている。しかし、中学校や高等学校の教科書では、方程式や関数、統計等の活用問題に割合を題材とした問題がわずかに登場するものの、単元を設けて割合の内容を扱っている教科書はなく、割合を学び直し理解を深めるような学習の機会には特に設けられていない。

日本では、割合の理解について長年にわたって課題とされている。課題解決のためには、海外の対象教科書のように、中学校や高等学校でも割合の内容を扱うことについて検討したい。

② 割合の理解を深める様々なタイプの問題が扱われている

中学校や高等学校の教科書で扱われている割合の問題の中には、割合の理解を深める様々なタイプの問題が少なくない。例えば、次のような問題である。

ア フィンランド<中 2>補充問題

水道代が 20%上昇した。もし、水道代をかえないようにするには、消費量を何%減少させればよいか？

イ ニュージーランド<中 3>パズル問題

あるサッカークラブは、古いグラウンドを改修して新しいグラウンドを作っている。グラウンドは長方形で、改修後も面積は変わらないが、幅が 3%広がる予定である。グラウンドの長さはどう変化するか。小数点以下 3 桁まで答えよ。

ウ ニュージーランド<高 1>例題

家の価値は毎年 6%増加する。\$ 235000 で購入した家は 8 年後にいくらになっているか。

エ フィンランド<高 1>例

2015 年度国会議員選挙の国民連合党の支持率は 18.2 %で、2011 年度の選挙では 20.4 %であった。

a) 政党支持率は、何パーセントポイント下落したか？

b) 政党支持率は、何パーセント下落したか？

いずれも、現実事象と関連付けた問題であるが、特にア、イは、文字を使うと考えやすい問題である。またウは、割合に割合をかけて答えを求めるタイプ-PP タイプ(熊倉他, 2019)-の問題である。エは、a) が割合の差を表すパーセントポイントの問題であり、類似の b) は、割合を割合でわって答えを求めるタイプ P/P タイプ(熊倉他, 2019)の問題である。以上は、割合の発展的な扱いになるが、日本の小学校ではもちろん、中学校、高等学校の教科

書のいずれでも扱っていない。

しかし、いずれも日常の文脈の中で登場する問題であり、これらの問題を理解し解決する力を身に付けることは重要である。日本においても、これらの問題を扱うことを検討したい。

③ 現実事象の問題を解決したり判断したりする設定の問題が扱われている

中学校や高等学校の教科書で扱われている割合の問題の中には、現実事象の問題を解決したり判断したりする問題が散見される。例えば、次のような問題である。

ア ドイツ<中 1>探究問題

新聞社 Frankfurter Rundschau では 2005 年 6 月 4 日、次の図を載せた。

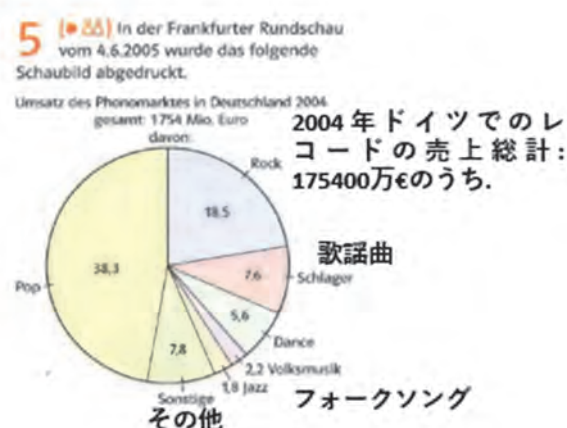
a) その図は何について述べているか説明せよ。

b) 円グラフをよく見よ。何かが正しくない! あなた達の発見を説明するため、新聞社に手紙を書け。

c) Böer (ブーア)さんは1通のメールを書いた。5日後、彼は新聞を読んだ。

「6月4日(土)の Frankfurter Rundschau が出した 2004 年のレコードの売り上げの図には1つ間違いがあった。3つの項目が抜け落ちていた。7.8%のクラシック、6.4%の子供向け商品、3.5%のオーディオブックである。そして既に載せていたポップ(38.3)、ロック(18.5)、歌謡曲(7.6)、ダンス(5.6)、フォークソング(2.2)、Jazz(1.8)、その他(7.8%)である。」

新聞の訂正に意見を述べよ。



イ イギリス<高 1>例

2015 年 9 月に銀行基準金利は 0.5%だった。これは 2009 年 3 月から続いており、300 年間でもっとも低い率である。

a) 金利が下がると誰が得をするのだろうか。借金やローンのある人か、貯蓄のある人か。

b) もし、あなたが £ 300 の貯蓄があった場合の金利の影響を計算結果とともに説明せよ。

また、£ 2000 の借金の場合も同様に説明せよ。

Date	10/4/08	8/10/08	6/11/08	4/12/08	8/1/09	5/2/09	5/3/09
Rate	5%	4.5%	3%	2%	1.5%	1%	0.5%

いずれも、単なる求値問題ではないことがわかる。アは、円グラフの読み取り問題だが、間違いを指摘させ、さらには新聞に意見を述べる設定となっている。イは、現実の文脈に照らして、損得を判断したり金利の影響を説明したりする設定の問題である。

日本では、平成 29 年告示の学習指導要領で、批判的に考察して説明することが重視され、教科書にもこのような設定の問題も散見されるようになったが、まだ十分とはいえない。今

後、割合の理解を深めるとともに、批判的に考察して説明する力を身に付ける上で、このような問題は大きい参考になる。

(熊倉啓之)

6.3.1 の引用・参考文献

熊倉啓之・國宗進・松元新一郎（2019）「中学生・高校生の割合の理解に関する調査研究」
静岡大学教育実践総合センター紀要，No.29，80-89.

6.3.2 確率，統計

各国の調査教科書における統計の扱いについて考察する。各国の教科書における統計の扱いには、下記の特徴を挙げることができる。

① 高校生用教科書で文系用理系用の2種類が発行されている場合、文系用は統計の扱いが多い

今回調査した Pearson 社が発行するニュージーランドの高校生用の教科書は、各学年とも2種類が発行されている。例えば、高校1年生向けの Gamma シリーズは基礎的内容の GammaFundamentals と応用の GammaMathematics があり、Fundamentals は統計の内容が Mathematis に比べると多い。同様に、アメリカ、イギリス、フィンランドの教科書も文系（非理工系）向けといえる教科書が別途編成され、それらの教科書はどれも統計の内容が重視されている。フィンランドの教科書「長い数学」と「短い数学」はどちらも「統計と確率」が必修であり、「短い数学」では「統計と確率II」も選択として用意されている。

② 話し合いや議論を即す問題や探究課題が豊富に掲載されている

ニュージーランドの教科書には統計に限らず探究課題が掲載されている。統計に関してはテーマごとに探究課題が豊富に掲載されている。イギリスの教科書では「説明しなさい」ではなく「批判的に分析しなさい」と明示された問題が掲載されている。批判的な分析を行うことにより推測（インフォーマルな推測）を行い、結論として問題を解決するための提案をさせるような問題である。アメリカの教科書は、アクティブラーニングが重視され、問題状況の協調的探究を行うとともに、クラス全体でその探究における数学的アイディアや原理を分析、抽象化したり、それらをさらに適用したりする活動を取り入れられるように作られている。ニュージーランドの教科書では、PPDAC サイクル（統計的探究サイクル）と題した單元には練習問題のみならず様々な分析事例の紹介も掲載され、分析の結果のまとめ方やレポートの読み方に関する内容も豊富である。ドイツの教科書は、高等学校では新しい学習内容の掲載はなく、それまで学習した内容を現実の問題解決に活用する探究学習が掲載されている。フィンランドの教科書は、小学校中学校の統計の扱いが少なく、PPDAC に関する記載もない。

③ 現実事象と関連付けした統計的確率を多く扱っている

フィンランドの教科書では、現実事象と関連付けた統計的確率を用いた問題を多く扱っている点が、日本の教科書と異なり特徴的である。「統計と確率II」全体を通して、日本の高校数学B「統計的な推測」と比較すると、日本で扱っている「仮説検定」は扱っていない一方で、「糖尿病の遺伝」の問題等、現実の事象を取り上げた問題が多い点を特徴として挙

げることができる。アメリカの教科書においても、カテゴリカルデータの分析と題して、頻度を集計してカテゴリーごとの割合や相対度数を計算し、相対的比較および推論（リスク比較）を行う学習が提示されている。糖尿病の遺伝（フィンランド）、数学と環境（ドイツ）、肥満、食料摂取、民族（アメリカ）など、現実事象と関連した課題が掲載され、数学的な内容や方法の獲得だけではなく、生活の仕方そのものについて見直す機会が提供されている。

（深澤弘美）

6.4 高校の非理工系の生徒を対象とする教科書

本調査研究において分析したうち、いわゆる文系（非理工系）の大学への進学を希望する生徒向けの教科書は、フィンランドの「短い数学」、イギリスの Core Maths、アメリカの Transition to College Mathematics and Statistics であった。

フィンランドの「短い数学」の内容は、2003 年カリキュラムと比較すると、次の点が異なる。

- ・「数学的モデルⅠ」「数学的モデルⅡ」2 科目の内容が「数学的モデル」1 科目に再整理
- ・「経済数学」が選択から必修に変更
- ・「数学的解析」（微分の内容）が必修から選択に変更
- ・「統計と確率Ⅱ」が新たに追加

より数学の実用性が重視されていることが読み取れる。「短い数学」の必修科目である 6 巻全体が、日本の高校数学ではほとんど扱われていないような問題で構成されており、特徴的である。また、教科書の「経済数学」では、割合や数列、方程式、関数、統計等の知識を使うものが多い。

イギリスの Core Maths. では、統計のほか、ファイナンスのための数学、数学的モデル化などを扱っていた。教科書では、スプレッドシートやグラフ電卓を利用することを前提としていること、方法知の学習目標を明示していること、クラスメイトと話し合うよう指示がなされている「議論」を中心とする構成になっていること、すなわち教科書を教室で用いる学習材として位置づけていることが特徴的である。

アメリカの Transition to College Mathematics and Statistics で扱われている単元は、「カテゴリカルデータの解釈」、「変化をモデル化する関数」、「数え上げの方法」、「金融に関する意思決定の数学」、「二項分布と統計的推論」、「情報科学」、「空間の視覚化と表現」、「民主的意思決定の数学」であり、特に、統計、関数を用いた数学的モデル化、情報科学といった内容が重視されていた。統計では、日本の高校では学習しないカイ二乗検定も扱われていた。また、民主主義社会で意思決定を行う際に役立つ内容や方法も重視されていた。投票や公平な分配がその一例である。経営学、経済学、情報科学、生命学、健康学、社会科学の学部に進学する高校生に対して、非常に考慮しているとともに、市民としての教養の育成を意図していると捉えることができる。

我が国の高等学校で学習する内容は、微積分の学習を 1 つの頂点とし、それが前提に様々な内容が配置されている。系統的に配列されている点が長所である。基本的には、この配列に従い、高校生は学習を進めていくが、最終的に微積分を使用しない高校生にとっては、そ

の途中で学習が終了してしまうことになる。このような状況を考えると、上述の科目やその教科書は非理工系の高校生に対し、また、学校教育の中で、どのような内容を身に付けさせていくべきなのか、その内容を身に付けさせるために、教科書の構成をどのようにしていくべきなのかについて極めて示唆的である。

果たして、理工系の高校生と非理工系の高校生が同じ内容や方法を学習していくことが、彼らにとって最善のことであるか。非理工系の高校生にとって、価値のある内容や方法とは何か。この問いについて今後、より一層考えていかなければならないと思う。

(清野辰彦)

7. 研究のまとめ

本研究は、この10年間における、算数・数学科の教科書の世界的潮流を捉え、日本のこれからの算数・数学科の教科書の在り方に関する示唆を導出することを目的としていた。得られた示唆をまとめよう。

一点目は、汎用性のあるアプリケーション（統合的数学ツール **GeoGebra** や表計算ソフトなど）を利用して問題解決や探究をすることを前提とする教科書の増加である。これらは、紙と鉛筆だけでも学習できる内容を、アプリケーションを利用しながら学ぶ、すなわち、ICTを学習効率や理解の補助として位置づけている教科書とは異なる。日本の算数・数学教科書では、QRコードを付し様々なデジタルコンテンツが用意されているが、紙と鉛筆だけでも学習できる内容の扱いにとどまっている。社会の変化に応じて、算数・数学科でどのような資質・能力を重視し、どのように育成すべきかを考える上で示唆的である。

もちろん、汎用性のあるアプリケーションの利用を前提とする教科書の背景には、ハイスティックなテスト（入試）がある。そのような教科書のあった国では、ハイスティックなテストでもその利用が認められていた。構造的な問題ではあるが、この点から考えれば、日本では、例えば、大学入試で数学を必要としない高校生対象の教科書には汎用性のあるアプリケーションの利用を前提とするものがあってもよいように思える。育成したい資質・能力に立ち返ったとき、ICTをどのように位置づけ、どのような教材を扱うべきかに関して、今回、分析した教科書は示唆的である。

さらに、ICTの利用を前提とした学習環境下における教科書の役割が問われてはじめていることもわかった。例えば、アメリカでは、出版社が各州の要望を取り入れ、高い値段で販売していた教科書も従来通り出版されているが、オープンアクセスの質の高い教科書並びに指導書等によって教科書を取り巻く環境は明らかに変わりつつあるという。これは教科書の使用義務のある日本には当てはまらないが、教師による教材の選択や改編が可能になることは、児童生徒の多様な学び方への対応やカリキュラムマネジメントの行いやすさといったメリットもある。児童生徒ファーストで、改めて教科書の在り方を考えることが求められる。

二点目は、教科書の章や節の構成についてである。日本の算数科の教科書は、授業展開を想定した紙面構成（問題解決や探究のプロセスが問いや吹き出しで構成されている）になっており、中学校数学科の教科書の一部のページにも同様の構成が見られる。このような傾向は令和2年版、3年版で従来よりも強くなったと思われる。このような構成は、今回分析した他の国の小・中学校の教科書にはほとんど見られなかった。一方、高校の教科書については、まったく逆で、日本にはほとんどない、数学的活動や探究のプロセスで章や節が構成されたり、数学的活動を促す問い（例えば、クラスメイトと議論させる問い）を設けたりしている教科書があった。また、非理工系の大学への進学を希望する生徒を対象とする教科書があった。カリキュラム上の違いはあるが、同じ内容や方法を質や量で違いを設けている日本とは対照的である。日本の算数・数学の教科書が、独自の「文化」の構成物であることを再認識し、やはり、児童生徒ファーストで教科書の在り方を考え直してみることが求められる。

三点目は、教科書の作り方についてである。2章で見たように、海外では、クラウド上で、ライターだけでなく、様々な立場の人々が協働しながら教科書を作成していくプラッ

トホームの開発研究がなされていたり，そこでの教科書の作成過程自体が研究対象になっていた。日本ではこの種の研究は少なくとも数学教育学の研究には見られない。今後，教科書のデジタル化等により教室でどのように教科書が使用され，どのような学びが実現されているかに関するデータが自動取得できる可能性もある。これは，教科書の評価が，教師への聞き取りではなく，児童生徒の学びの実態で行うことが可能になることを意味する。それらをもとに教科書の在り方を研究していくことも必要となろう。

資料

【フィンランド】プロジェクト問題
Milli 5B（小学校 5 年生用）， p.215

○インタビューしよう

- ・学校の大人の人、またはお家の人にインタビューしましょう。
- ・彼らはどんなときに百分率が必要ですか。
- ・質問と答えをノートに書きましょう。
- ・インタビューを録画して、他の人に見せてもいいです。

○考えよう

- ・思いつく単語の基になるルールを決めましょう。
＜ルールの例＞
単語の文字について
 - 50% (1/2) は母音（例 JALO, FRIIDA, KESÄLOMA）（人名：ヤロ，フリーダ，夏休み）
 - 60% (3/5) は子音（例 SUKKA, KEVÄTJUHLA）（靴下，学年末終業式）
 - 50% は文字 E（例 EETU, EEMELI）（人名：エートゥ，エーメリ）
 - 25% (1/4) は文字 A（例 AINO, AMERIKA）（人名：アイノ，アメリカ）
 - 20% (1/5) は文字 R（例 RUUSU, KOIRA）（バラ，犬）
- ・クラスで単語を考える競争をしてもいいです。
＜競争の方法例＞
 - まず，単独かペアまたはグループで競争するかを決めましょう。
 - 時間を決めましょう。例えば 5 分など。いくつ単語が思いつきますか。単語をノートに書きましょう。
 - 輪になって座りましょう。順番に単語を考えましょう。自分の番の時に単語が重いつかなければ，次の人に順番が移ります。
 - 時間を決めて，誰またはどのグループが一番単語を多く思いついたか，または他の人が思いつかなかった単語を思いついたかを数えましょう。

○探そう

- ・例えば雑誌，本またはインターネットで，百分率で表示されているいろいろな広告，または情報を探しましょう。
- ・その情報を他の人に見せましょう。

AQA Level3 Certificate Mathematical Studies, p.125

「与えられたデータやモデルの批判的な分析(スプレッドシートや表を含む)」のケーススタディ

「乳幼児期の CT スキャンで、脳腫瘍や白血病発症リスクが 3 倍に」

このことは何を意味するだろうか？

腫瘍の発症の**相対的リスク**を述べている。それは、ある集団に脳腫瘍を発症する人が、別の集団と比べてどのくらい多いか少ないかを示すものである。

脳腫瘍を発症する全体的な可能性—**絶対的リスク**と呼ばれている—については全く語っていない。

2012 年、科学誌 *The Lancet* に掲載された研究の中で、乳幼児期に 2~3 回脳の CT スキャンをした人の、のちの脳腫瘍の発症率が、一般的な発症率の 3 倍だったということが示された。

しかし、その研究を行った研究者は、CT スキャンを受けた後でも、発症する全体的な絶対リスクは小さいままであるということを強調している。

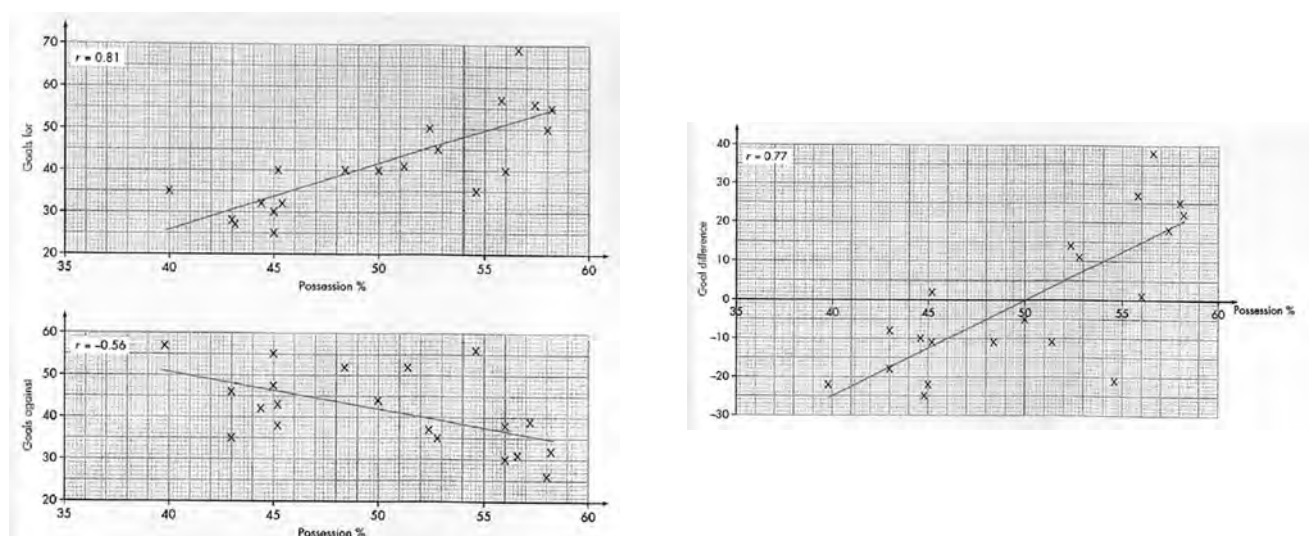
よく考えてみれば、これらの腫瘍を発症する可能性はとても小さいことに気づくだろう(脳腫瘍の発症は 0~9 歳の乳幼児 10,000 人当たり 0.4, 白血病は 0.6 である)。したがって、CT スキャンによって発症リスクが増加したとしても、それは CT スキャンをした子ども 10,000 人当たりで 1 ケース増える程度である。もちろん、CT スキャンをすることは、初期症状を特定し、初期段階で治療できるという点でかなり有益である。

それゆえ、恐ろしい見出しは、文脈に応じて解釈するとともに、言及されているのが相対リスクなのか、絶対リスクなのかを注意深く見る必要がある。

AQA Level3 Certificate Mathematical Studies, p.185

「相関と回帰」のケーススタディ

あなたはサッカーのプレミアリーグのマネージャーになることができるだろうか。21 世紀のよいマネージャーの鍵となる属性は、統計を理解し解釈する能力である！以下の散布図を見てみよう。どのようなことがわかるだろうか。



AQA Level3 Certificate Mathematical Studies, p.247

「リスク分析」の練習問題

ある引越業者は、遅延や移送中の物品損傷があったとき、その世帯に対して£1000を支払わなければならない。

遅延が生じる確率は、損傷が起こる確率の2倍である。

引越業者には2つの管理措置（control measure）がある。

A：遅延をなくすために追加人員を配置する。これには£200かかる。

B：破損がないように£150で荷造りの専門職を雇用する。

a.次のようなスプレッドシートを準備せよ。

	A	B		D	E	F	G
1	P(goods broken)	P(removal delayed)	P(penalty if no control measures taken)	Expected penalty	Expected cost if control measure A taken	Expected cost if control measure B taken	Expected cost if both control measures taken
2							

0.01 < P(goods broken) < 0.3 とし、もし管理措置をしなかったどのくらいの利益が生じるかを求めよ。あなたがおいた仮定を説明せよ。

b.スプレッドシートを使って、確率が変化したときのペナルティとコストを探究せよ。

c.管理措置 A をするときと B をするときの期待されるコストが等しくなる確率を求めよ。

d.いずれの管理措置をしないときと両方の管理措置をするときの期待されるコストが等しくなる確率を求めよ。

AQA Level3 Certificate Mathematical Studies, p.248

「費用便益分析」のケーススタディ

これは、慈善団体のリスク分析の例である。確率は見積であることに注意せよ（いくつかの場所では示されている値より高い、あるいは低いほうがよいこともある）。ペナルティはあまりに多くの定量化できない変数があるため、かわりにインパクトを示した。日付は、そのリスクが最後に起こった年月日である。ここでは「管理措置」よりも「緩和策」という言葉が使われている。

リスク ID	日付	インパクト	確率	詳細	緩和策	緩和策の状況
1	2015/9/4	大	0.8	キーパーソンを失う（転職や病気を含む）やかわりの職員の力不足	常勤職員のレビュー 緊急時対応計画 人事方針	進行中
2	2015/9/4	大	0.4	コンピュータシステムの故障やファイルの損失（リソースファイルを含む）	社外サーバーへのバックアップ 部門代表によるリソースの保管	日ごとのバックアップ
3	2014/12/17	大	<0.1	訴訟（学生や学校、顧客、職員による）	保険： 専門職賠償責任で200万ポンド、公的責任で1000万ポンド、雇用主責任で2000万ポンドをカバー	年ごとに見直し
4	2014/10/9	中	0.2	不適切な行為から生じる問題のある顧客サービス	苦情があったときに見直し	進行中

5	2012/12/10	大	<0.001	災害により施設が使用できなくなる	1000 万ポンドの保険が適用さえる	年ごとに 見直し
6	2015/1/3	中	<0.1	Web サイトのハッキングやダウン	サービスプロバイダーが強く推奨される 短期間のリソースの損失が評判を落とす	進行中
7	2015/4/5	小	<0.001	法的義務違反	顧問弁護士との長期的な関係	進行中

リスク分析により、さまざまなリスクのインパクトと確率が特定された。包括的なリスク分析により、この組織は、リスクを最小限に抑えるために必要なすべての予防措置を講じていることを確信できる。組織のコストは、保険、弁護士、および人材サイトの管理にかかる時間である。

算数・数学の教科書の世界的潮流に関する調査研究

令和4（2022）年7月31日

研究代表者 西村 圭一
東京学芸大学大学院教育学研究科教授

■発行 公益財団法人 教科書研究センター
理事長 常 田 寛
東京都江東区千石1丁目9番28号
〒135-0015 電話 03-5606-4311 FAX. 03-5606-3044
URL:<https://textbook-rc.or.jp>

*本書は公益財団法人教科書研究センターの教科書研究に対する奨学寄付金による調査研究（委託研究）の成果を印刷・発行したものである。